

Martina Račková
Příbuzné slovné úlohy

Učitel matematiky, Vol. 9 (2001), No. 2, 111–116

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/150894>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2001

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

PRÍBUZNÉ SLOVNÉ ÚLOHY

MARTINA RAČKOVÁ

Predložený článok sa týka „izomorfizmu“ slovných úloh. Hrubo povedané ide o skúmanie rôznych slovných úloh, ktorých matematický model je rovnaký. Také úlohy tu nazývame **príbuzné**. Naša pozornosť je smerovaná na didaktické využitie navzájom podobných úloh.

Pozrime najprv na šesť kontextovo rôznorodých, ale matematicky rovnakých úloh. Označme ich heslami.

Z: zvieratá

Krava zožerie zásobu sena za 10 dní, osol by ju zožral za 15 dní. Na koľko dní vydrží zásoba pre obe zvieratá?

B: balón

Balón nafúknem Katkinou pumpou za 10 minút a Otovou pumpou za štvrt' hodinu. Ako dlho bude trvať fúkanie balóna, ak ho bude možné naplniť oboma pumpami naraz?

N: nádvorie

Nádvorie zámku treba vydláždiť. Majster Kamil potrebuje na prácu 10 mesiacov, tovariš Oskar 15 mesiacov. Za ako dlho vydláždia nádvorie, ak budú pracovať obaja súčasne?

P: pole

Ondrejovi trvá orba poľa 15 hodín, Karolovi 10 hodín. Za koľko hodín zorú pole spoločne?

S: stretnutie

Oliver a Kristína sú priatelia a občas sa navštevujú. Oliver má malý bicykel a cesta ku Kristíne mu trvá 15 minút. Kristína túto cestu na horskom bicykli prekoná za 10 minút. O koľko minút by sa stretli, keby vyštartovali obaja v ten istý čas oproti sebe?

V: voda

Naplnenie nádoby vodou trvá prívodom K 10 sekúnd a menším prívodom O 15 sekúnd. Ak pustím vodu z oboch prívodov naraz, za ako dlho sa nádoba naplní?

Riešenia**Z:**

K – krava, O – osol

K zožerie za 1 deň	1/10 zásoby
O zožerie za 1 deň	1/15 zásoby
K+O zožerú spolu za 1 deň	1/10 + 1/15 zásoby
obe zvieratá zásobu zožerú za	x dní
za 1 deň zožerú spolu.....	1/ x zásoby

Z toho vyplýva:

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{x} \quad (1)$$

$$15x + 10x = 150$$

$$x = 6 \text{ dní}$$

Odpoveď: *Krava a osol zožerú zásobu sena za 6 dní.*

Je jasné, že uvedené riešenie po vhodnej obmene textu bude riešením ktorejkoľvek z úloh **B**, **N**, **P**, **S** a **V**. Rovnako je jasné, že trochu iným poňatím textu úlohy môžeme namiesto vstupnej rovnice (1) dostať rovnice

$$\frac{x}{10} + \frac{x}{15} = 1 \quad (2)$$

$$x \cdot \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15} \right) = 1 \quad (3)$$

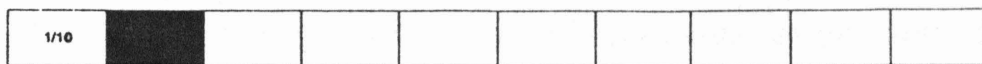
Vo všetkých troch prípadoch sa jedná o záznam slovnej situácie jedinou rovnicou. Tento postup je pre niektorých žiakov veľmi náročný. Preto som hľadala iný, zrozumiteľnejší pohľad na úlohu.

Ukázalo sa, že úloha sa pre niektorých žiakov stane zrozumiteľnejšou, ak ju vizualizujeme — kreslíme ako postupné zmeny. Myšlienku budeme ilustrovať na úlohách **P** a **S**.

P:

Úlohu riešime úvahou a doplníme ju obrázkami. Položme si otázku: *Kolko – akú časť poľa zorie Ondro a akú časť zorie Karol?* V prípade Karola rozdelíme pole na 15 zhodných častí, v prípade Ondra na 10 zhodných častí:

1. deň 2.deň



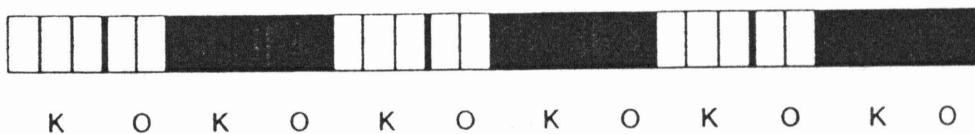
Obr. 1a *Takto orie Karol*

1. deň 2.deň



Obr. 1b *Takto orie Ondro*

1. deň 2. deň 3. deň 4. deň 5. deň 6. deň

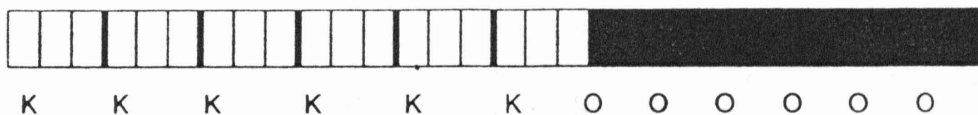


Obr. 2a *Takto orú spoločne*

Obrázok 2a, ktorý tu vidíme v konečnej podobe je v priebehu riešenia postupne zaplňovaný a práve v tomto postupe je uložené to, čo žiakom pomáha porozumieť o čo vlastne v úlohe ide.

Obrázok 2a je možné prekresliť do podoby 2b, ak Karol a Ondro začnú orať každý na inom konci a po ukončení práce sa stretnú.

1. deň 2. deň 3. deň 4. deň 5. deň 6. deň 6. deň 5. deň 4. deň 3. deň 2. deň 1. deň



Obr. 2b

Karol zoral 18/30 (18 častí) a Ondrej 12/30 (12 častí) poľa, alebo že prácu vykonajú v pomere 3:2, tj. na 3 diely ktoré zorie Karol pripadnú 2 diely ktoré zorie Ondro.

Odpoveď: *Celé pole zorú spoločne za 6 dní.*

Pozrime sa teraz spoločne na úlohu o stretnutí.

S:

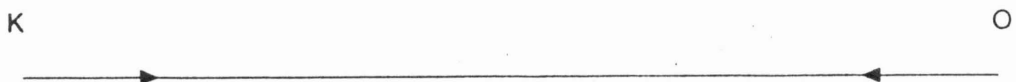
Na prvý pohľad sa zdá, že táto úloha je tu zaradená omylom a patrí k úlohám o pohybe. Ak ju však začneme riešiť, zistíme, že takto sa ďaleko nedostaneme (chýba dĺžka dráhy, rýchlosť).

Skúsme túto úlohu porovnať s úlohou **P**, ale najprv trochu upravme jej zadanie tak, aby sa podobala úlohe **S**. Ondro a Karol budú orať pole v protismere tak, ako je to naznačené na obrázkoch 3a a 2b.



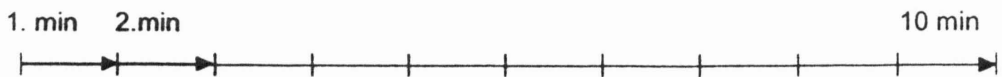
Obr. 3a

Oliver a Kristína sa pohybujú na bicykli — idú priamo proti sebe.

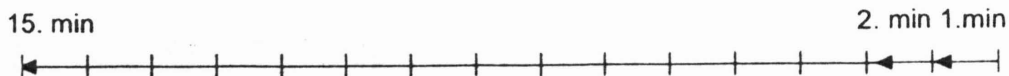


Obr. 4

ďalej je riešenie úlohy veľmi podobné riešeniu úlohy **P**. Obrázky 1a, b môžeme prekresliť na podobné obrázky 5a, b.



Obr. 5a *Takto ide Kristína*



Obr. 5b *Takto ide Oliver*



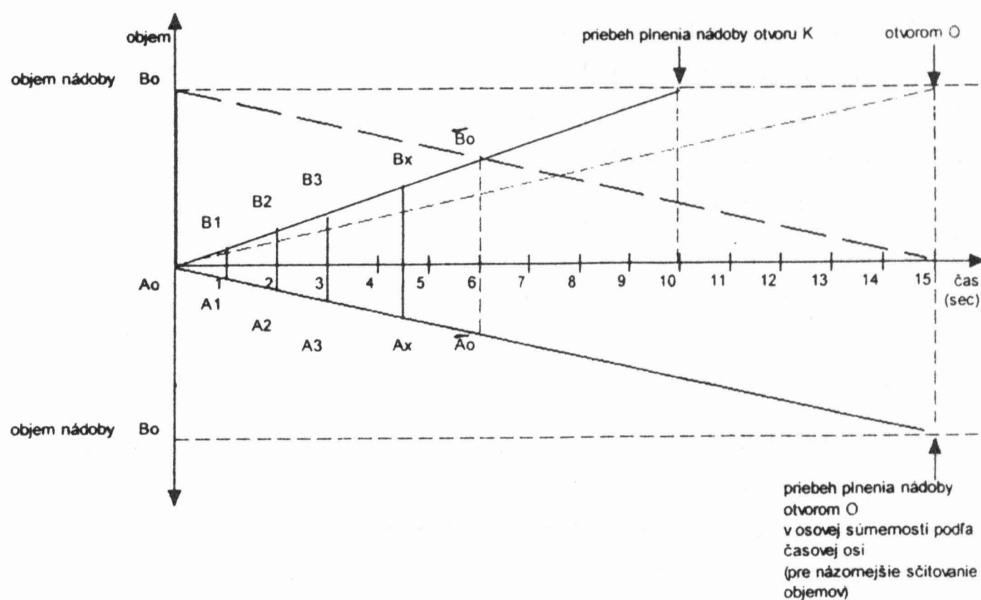
Obr. 5c Takto idú obaja súčasne

Cestu je výhodné rozdeliť podobne ako pole v úlohe P na tridsatiny, pričom Kristína prejde každú minútu 3 a Oliver 2 časti, spolu 5 častí. Keďže všetkých častí je 30, potom čas potrebný na ich prejdienie je $30 : 5 = 6$ minút.

Odpoveď: Oliver sa stretne s Kristínou o 6 minút.

V:

Pokúsme sa túto úlohu vyriešiť graficky.



- $|A_0B_0|$ — veľkosť objemu nádrže
- $|A_1B_1|$ — stav objemu nádrže po 1. sekunde
- $|A_2B_2|$ — stav objemu nádrže po 2. sekunde
- $|A_xB_x|$ — stav objemu nádrže po x -tej sekunde

My sa pýtame: *Kedy bude objem $|A_0B_0| = |A_xB_x|$?*

Doplnením na rovnobežník $A_0\bar{A}_0\bar{B}_0B_0$ zistíme, že to bude práve v šiestej sekunde.

Odpoveď: *Nádoza sa naplní 6 minút.*

Po vyriešení všetkých, alebo aspoň niektorých úloh by mohli nasledovať otázky:

1. V čom boli úlohy podobné?
2. Aké veličiny zodpovedajú *zásobe sena* z príkladu **Z** v ostatných príkladoch?
3. Čo zodpovedá pojmu *zorú celé pole* z príkladu **P** v príkladoch **Z** až **V**?
4. Zmenilo by sa riešenie úlohy **N**, keby bolo v úlohe napísané, že *nádvorie má určitú rozlohu* (napr. 6 ha)? Ako podobne by sme doplnili úlohy **Z** až **V**. Zmenilo by sa ich riešenie?
5. Čo by sa stalo, keby sme napríklad po troch minútach *prívod K* v úlohe **V** *zatvorili*? Aká adekvátne otázka môže doplniť príklad **Z** až **S**?
6. Čo sa stane, ak čísla 10 a 15 vymením vo všetkých úlohách za iné údaje (napríklad 6 a 2)?
7. V akých jednotkách sa udáva *rýchlosť cyklistov* v úlohe **S**?
8. V akých jednotkách sa udáva *objem nádoby* v úlohe **V**? Je to podstatné vedieť pre riešenie úlohy?
9. V akých jednotkách a *ako by ste pomenovali jednotlivé údaje* (čísla) v úlohe **Z**? Bolo by možné čosi v riešení úlohy pomenovať ako *žravosť*?
10. Aké iné riešenia úloh existujú? Poznáte niektoré ?

To je iba niekoľko otázok, ktorými možno motivovať žiakov na hľadanie súvislostí, vzťahov a pojmov. Rôznorodosť riešenia úloh ukazuje a ponúka vybrať si to, čo komu vyhovuje. Verím, že pri práci s podobnými úlohami objavíte ešte viac druhov úloh, otázok a riešení, že úlohy už nebudú strašiakom ale pobavením.

Martina Račková
ZŠ Banská Štiavnica
Slovensko