

# Učitel matematiky

---

Martina Bečvářová

Přijímací zkoušky na ČVUT včera a dnes (1)

*Učitel matematiky*, Vol. 11 (2003), No. 1, 49–58

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/150796>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2003

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKY NA ČVUT VČERA A DNES (1)

MARTINA BEČVÁŘOVÁ

Každoročně ve druhé polovině června prožívá většina maturantů, jejich rodičů, kamarádů a přátel chvíle velikého napětí a očekávání spojené s přijímacími zkouškami – které, ať se nám to líbí či nikoli, rozhodují o jejich další kariéře a stávají se tak důležitým předělem v jejich životě. Často slyšíme nářky uchazečů o studium, že zkoušky jsou nespravedlivé, obtížné a zbytečné. K tomu se přidávají nářky pedagogů vysokých škol, že zkoušky jsou časově náročné, mají malý vypovídací charakter apod. Objevují se otázky typu: Zvládnou zkoušky? Budu přijat? Co bude dál? Proč to musí být? Nestačila by maturita? apod.

Bylo tomu tak vždy? Kdy a proč byly zavedeny přijímací zkoušky? Jaký byl jejich hlavní účel? Jaká byla a je jejich úroveň? Byly a jsou přijímací zkoušky nutné? Jak vypadaly a vypadají dnes na ČVUT? Na tyto a podobné otázky se pokusí odpovědět tento článek.

Ve druhé polovině 19. století u nás postupně vzrůstal zájem o studium na vysokých školách univerzitního i technického směru. Nezbytnou podmínkou pro přijetí ke studiu na všechny univerzity v celém Rakousku bylo od roku 1848 složení maturitní zkoušky na státním gymnáziu.<sup>1</sup> Ti, kdo složili maturitní zkoušku na tzv.

<sup>1</sup>Klasická gymnázia existovala po celé 19. století, do roku 1848 byla šestitřídní (na venkově pětitřídní), v roce 1848 byla přeměněna na osmitřídní školy s maturitní zkouškou. První reálky začaly vznikat ve třicátých letech minulého století, maturitní zkouška na nich byla zavedena v roce 1869. Od šedesátých let 19. století vznikala reálná gymnázia, i na nich byla maturitní zkouška zavedena v roce 1869. Více o maturitních zkouškách viz Martina Bečvářová: Maturitní zkoušky (1), (2), (3) a (4), Učitel matematiky 7(1998/99), str. 25-31, 81-89, 168-174, 238-247.

klasickém gymnáziu, byli přijímáni na všechny univerzitní fakulty bez přijímacích zkoušek. Ti, kdo složili maturitní zkoušku na reálce či na reálném gymnáziu, mohli být zapsáni jako studenti filozofické, lékařské nebo právnické fakulty (podle zvoleného studijního oboru však museli složit doplňkovou maturitní zkoušku; pro studium lékařství a práv z filozofické propedeutiky a latiny, pro studium historie, filozofie, klasických i moderních jazyků navíc i z řečtiny). Ti, kdo maturitní zkoušku neměli, mohli studovat jen jako mimořádní studenti, nemohli však získat doktorát ani složit zkoušku učitelství. Přijímací zkoušky byly na Karlově univerzitě zavedeny až v roce 1950 a trvají dodnes.

Od padesátých let 19. století rostl rychle zájem o studium technických oborů. Na pražskou polytechniku přicházeli zejména absolventi vyšších reálek v Praze, Rakovníku, Liberci a Lokti a dále mnoho zájemců o studium, jejichž příprava nebyla dostatečná. Řada z nich byla již pokročilejšího věku a nebylo je možno přimět k dodatečnému řádnému studiu na reálce nebo gymnáziu; proto byl výnosem ministra hraběte Lva Thuna ze dne 17. 3. 1851 zřízen v Praze od školního roku 1852/53 přípravný ročník určený pro studenty, kteří neměli řádné středoškolské vzdělání a přesto hodlali studovat na školách technického zaměření.

V šedesátých letech došlo k prvnímu výraznému přeplnění pražské polytechniky; tímto problémem se zabýval profesorský sbor na svém pravidelném zasedání dne 4. března 1861. Ministerstvu kultu a vyučování navrhl možnosti řešení:

1. Reformovat výuku na reálkách tak, aby studenti získali dostatečné odborné znalosti pro praktický život.
2. Zavést povinné maturitní zkoušky na vyšších reálkách.
3. Zavést přísné přijímací zkoušky opravňující ke vstupu na pražskou polytechniku.

Současně profesorský sbor konstatoval:

*Na provádění přijímacích zkoušek v tom způsobu, aby vyhověly naznačenému účelu, nelze na zdejší polytechnice pomýšleti, poně-*

*vadž při malém počtu profesorů a velikém počtu zkoušených jest to úlohou neproveditelnou.* ([3], str. 373)

Profesorský sbor se jednoznačně zasazoval o zavedení takové maturitní zkoušky, která by vyhovovala specifickým požadavkům polytechniky. Ministerstvo odpovědělo dne 7. května v tom smyslu, že zavedení maturitní zkoušky na reálkách není možné do té doby, dokud nebude ustálen řádný učební plán těchto škol. Doporučilo zavést na polytechnice přijímací řízení. Dva roky se nic nedělo. Teprve roku 1863 zemský sněm království Českého schválil nový *Organický statut polytechnického ústavu království Českého*. Desátý paragraf tohoto statutu hovořil o přijímání studentů; studenty rozdělil na řádné (měli maturitní zkoušku) a mimořádné (bez maturitní zkoušky). O přijímání ke studiu zde bylo napsáno:

*Každý, kdož co řádný posluchač na polytechnický ústav vstoupiti si přeje, má, vyjímaje takové, již platným vysvědčením dospělosti z vyšší reálky nebo vyššího gymnasia vykáhati se mohou, podrobiti se přijímací zkoušce.* ([3], str. 412)

Statut řešil i přestup z jiné polytechniky, kde přijímací zkoušky zavedeny nebyly. V tomto případě byl způsob přijetí ponechán na libovůli profesorského sboru. Desátý paragraf přesně vymezoval i průběh přijímacího řízení. Zkoušky se měly odbývat jeden týden v období od 15. září do 15. října a to z nižší matematiky, počátků měřictví a rýsování, počátků fyziky, přírodopisu a chemie. Polytechnika byla povinna uveřejnit podrobný program zkoušky, tj. příklady a otázky. Pro přijímací zkoušky byly stanoveny dvě komise, jedna česká a druhá německá. Každou mělo tvořit šest řádných profesorů (dva pro matematiku, jeden pro geometrii, jeden pro fyziku, jeden pro přírodopis a jeden pro chemii). Členy přijímací komise navrhoval profesorský sbor, jmenování schvaloval zemský výbor království Českého. *Organický statut* zároveň zrušil přípravný ročník, který běžel od školního roku 1852/53.

Poprvé se přijímací zkoušky konaly ve školním roce 1864/65. Přijímací zkoušce se podrobili všichni studenti, kteří neměli maturitní zkoušku. Zkoušelo se pouze z elementární matematiky, neboť z ostatních předmětů nebyly tiskem uveřejněny otázky. Do prv-

ního ročníku se přihlásilo 209 kandidátů, 146 se podrobilo přijímací zkoušce, 121 uspělo, 25 bylo odmítnuto; ostatní byli přijati bez zkoušky na základě maturitního vysvědčení. A jak vypadala zkouška?

*Při zkoušce přijímací měl examinand prokázati obratnost v počítání, zvláště v používání tabulek logaritmických, jakož i důkladnou známost základních vět z elementární matematiky, opírající se o přísné důkazy. ([3], str. 446)*

Přijímací zkouška měla písemnou a ústní část. Písemná část se skládala ze čtyř příkladů (rovnice druhého stupně, planimetrické konstrukce, výpočet povrchu nebo objemu jednoduchého tělesa a trigonometrie trojúhelníka). Na vypracování byla určena jedna hodina. Pokud kandidát úspěšně zvládl písemnou zkoušku, mohl se podrobit zkoušce ústní, která se skládala ze dvou otázek (algebra a geometrie). Otázky z matematiky polytechnika zveřejnila v červnu roku 1864. Souboru otázek se chopil učitel fyziky Dr. Antonín Majer, který jejich znění i se vzorovým zpracováním vydal pod názvem *Úlohy z matematiky určené k přijímacím zkouškám na polytechnickém ústavu zemském v Praze, s vysvětlivkami a vypracováním. Praha, náklad spisovatelův, 1864, stran 66*. Příklady a otázky, kterých bylo 123, zpracoval velmi rychle, neboť chtěl dát studentům sbírku umožňující přípravu na nově zavedené přijímací zkoušky. V předmluvě zdůraznil, že přijímací zkoušku nelze nahradit všeobecně koncipovanou maturitou, neboť jen učitelé polytechniky vědí, co by jejich studenti měli umět a jak jejich schopnosti ke studiu prověřovat.

Program otázek pro ústní zkoušku tvořily čtyři tématické okruhy: aritmetika a algebra (43 otázek: dělitelnost čísel, rovnice a nerovnice, rovnice 2. stupně a jejich soustavy, úpravy zlomků a iracionálních výrazů, výpočty odmocnin, binomická věta, kombinace, permutace, variace, úrokový počet, aritmetická a geometrická posloupnost, logaritmy), planimetrie (35 otázek: součet úhlů v trojúhelníku a čtyřúhelníku, věty o shodnosti a podobnosti útvarů, pravoúhlý trojúhelník, konstrukce zlatého řezu, konstrukce kořenů kvadratických rovnic, kružnice, tětivy, tečny a sečny, pravidelné opsané a vepsané mnohoúhelníky, středové a obvodové úhly,

Apolloniovy úlohy, obsahy a obvody rovinných obrazců), trigonometrie v rovině (20 otázek: goniometrické funkce, odvození základních trigonometrických vzorců, vztahy v trojúhelníku) a stereometrie (25 otázek: vzájemná poloha přímek, přímky a roviny, kolmost, objemy a povrchy těles, pravidelná tělesa).

## PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKA NA POLYTECHNIKU<sup>2</sup>

1. *Nynější stav dříví v jistém lese obnáší  $k$  sáhů. Dělá-li roční přírůstek  $p\%$  a poráží-li se tam po  $a$  let koncem každého roku  $m$  sáhů, nastává otázka, jaký byl stav dříví v tom lese před  $a$  lety.*

2. *V kruhu známého poloměru  $r$  dány jsou tetivy dvou oblouků a má se vypočísti tetiva náležící k součtu těch dvou oblouků.*

3. *Vypočte se trojúhelník, dána-li jest základna jeho  $b$ , k ní příslušící výška  $h$  a úhel  $B$ , položený proti základně  $b$ .*

4. *Povrch pravouhlého rovnoběžnostěnu obnáší  $A$  čtverečných stop, délka jeho přesahuje součet šířky a výšky o  $m$  palců a úhlopříčná vedená od jednoho rohu k rohu protějšímu obnáší  $K$  palců. Jak se vypočítá z těchto udaných veličin délka, šířka a výška tohoto rovnoběžnostěnu.*

Zkuste si úlohy vyřešit za jednu hodinu jen s použitím psacích a rýsovacích potřeb. Pak svá řešení zkontrolujte s doporučeným postupem. Zvažte, zda byste byli úspěšni a byli přijati ke studiu na pražskou techniku v 60. letech 19. století. Pokud ano, blahopřeji.

## DOPORUČENÁ VZOROVÁ ŘEŠENÍ

1. Lesa přibývá každým rokem i na částech roky právě předešlými přirostlých. Bylo-li tedy v lese původně  $x$  sáhů dříví a přirůstá-li ho  $p\%$  ročně, zmnoží se po  $a$  letech na  $(1 + \frac{p}{100})^a x$  nebo  $q^a x$ , je-li  $q = 1 + \frac{p}{100}$ . Poněvadž se ale koncem každého roku  $m$  sáhů poráží, třeba nejen toto dříví poražené nýbrž i onen přírůstek odečísti, který by se byl v následujících letech na dříví již poraženém objevil. Tak by vzrostlo bylo dříví, koncem prvního roku

<sup>2</sup>Vybráno z *Úlohy z matematiky určené k přijímacím zkouškám na polytechnickém ústavě zemském v Praze, s vysvětlivkami a vypracováním od Dr. Antonína Majera, Praha 1864, nákladem spisovatelovým, stran 66.*

poražené na  $q^{a-1}m$  – dříví koncem druhého roku na  $q^{a-2}m$ , a tak by ho bylo i dále postupně přibýlo o  $q^{a-3}m, q^{a-4}m \dots q^2m, qm, m$ . Ročním porážením ubylo tedy úhrnem sáhů

$$S = q^{a-1}m + q^{a-2}m + q^{a-3}m + \dots + q^2m + qm + m = \frac{q^a - 1}{q - 1}m.$$

Budeť proto skutečné množství dříví v lese

$$k = q^a x - \frac{q^a - 1}{q - 1}m,$$

z čehož následuje, že bylo původní množství

$$x = \frac{1}{q^a} \left( k + \frac{q^a - 1}{q - 1}m \right).$$

2. Je-li  $a = BC$  jedna — a  $b = AC$  druhá daná tetiva, bude  $x = AB$  tetivou oblouků obou. Vede-li se z  $C$  průměr kruhu a doplní čtyřúhelník, bude

$$2R \cdot x = a \cdot AD + b \cdot BD$$

a jelikož

$$AD = \sqrt{4R^2 - b^2} \quad a \quad BD = \sqrt{4R^2 - a^2}$$

bude

$$2R \cdot x = a \cdot \sqrt{4R^2 - b^2} + b \cdot \sqrt{4R^2 - a^2}$$

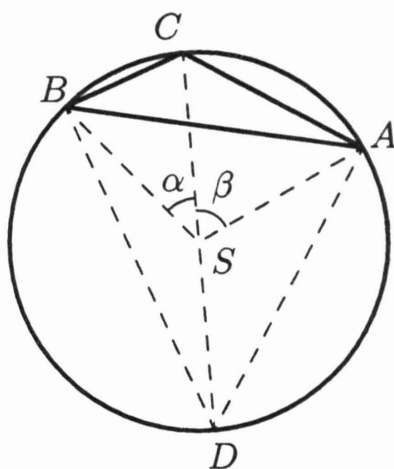
a z toho

$$x = \frac{a}{2R} \sqrt{4R^2 - b^2} + \frac{b}{2R} \sqrt{4R^2 - a^2}.$$

Goniometricky jest  $\frac{1}{2}AB = R \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$  a jelikož

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{1}{2}a}{R}, \quad \sin \frac{\beta}{2} = \frac{\frac{1}{2}b}{R},$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{R} \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}}, \quad \cos \frac{\beta}{2} = \frac{1}{R} \sqrt{R^2 - \frac{b^2}{4}},$$



bude

$$\frac{1}{2}AB = R \left[ \frac{\frac{1}{2}a}{R} \cdot \frac{1}{R} \sqrt{R^2 - \frac{b^2}{4}} + \frac{\frac{1}{2}b}{R} \cdot \frac{1}{R} \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}} \right],$$

z čehož opět

$$AB = \frac{a}{2R} \sqrt{4R^2 - b^2} + \frac{b}{2R} \sqrt{4R^2 - a^2}$$

jako svrchu.

**3.a.** Plocha trojúhelníka  $ABC$  bude co  $p = \frac{1}{2}bh$  a také

$$p = \frac{b^2 \sin A \cdot \sin C}{2 \sin B},$$

z čehož

$$2 \sin A \sin C = \frac{4p \sin B}{b^2}.$$

Jelikož ale

$$2 \sin A \sin C = \cos(A - C) - \cos(A + C) = \cos(A - C) + \cos B,$$

bude

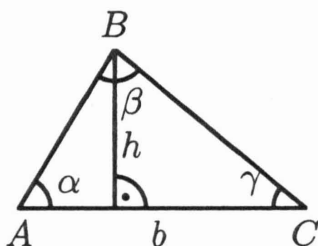
$$\cos(A - C) + \cos B = \frac{4p \sin B}{b^2} = \frac{2h \sin B}{b}$$



a

$$\cos(A - C) = \frac{2h \sin B}{b} - \cos B = \cos B \left( \frac{2h}{b} \tan B - 1 \right).$$

Vypočte-li se  $(A - C)$ , dá se  $A$  i  $C$  samo o sobě určit, jelikož spolu  $A + C = 180 - B$  určeno jest; ostatně také  $\cos(A + C) = -\cos B$ .



b. Jsou-li  $x$  a  $y$  neznámé strany trojúhelníka, bude plocha jeho

$$p = \frac{1}{2}xy \sin B,$$

z čehož

$$xy = \frac{2p}{\sin B};$$

pak jest

$$x^2 + y^2 = b^2 + 2xy \cos B = b^2 + 4p \frac{\cos B}{\sin B}.$$

Přičte- a odečte-li se  $2xy = \frac{4p}{\sin B}$  a součet a rozdíl odmocní, bude

$$x + y = \sqrt{b^2 + 4p \frac{\cos B}{\sin B} + \frac{4p}{\sin B}} = \sqrt{b^2 + 4p \cot \frac{B}{2}}$$

$$x - y = \sqrt{b^2 + 4p \left( \frac{\cos B}{\sin B} - \frac{1}{\sin B} \right)} = \sqrt{b^2 + 4p \tan \frac{B}{2}}$$

$$x = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + 2bh \cot \frac{B}{2}} + \frac{1}{2} \sqrt{b^2 - 2bh \tan \frac{B}{2}}$$

$$y = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + 2bh \cot \frac{B}{2}} - \frac{1}{2} \sqrt{b^2 - 2bh \tan \frac{B}{2}}.$$

Ostatní částky trojúhelníka ustanoví se pak návodem obecným.

4. Rovnoběžnostěn má na sobě dvakrát plochu  $BCDE = xy$ ,  $CDFH = yz$  a  $CBGH = xz$ ; celý povrch, uvedený na počet čtverečných palců  $B = 144 \cdot A$ , bude tedy

$$2xy + 2yz + 2xz = B \quad \dots\dots\alpha.)$$

Pak jest

$$z = x + y + m \quad \dots\dots\beta.)$$

a jelikož

$$ED^2 + z^2 = K^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = K^2 \quad \dots\dots\gamma.)$$

Sečtením  $\alpha.$  a  $\gamma.$  povstane

$$(x + y + z)^2 = B + K^2$$

a také

$$x + y + z = \sqrt{B + K^2},$$

což přičteno k  $\beta.)$  dá

$$z = \frac{1}{2}(m + \sqrt{B + K^2}).$$

Tím se promění  $\beta.)$  v

$$x + y = z - m = \frac{1}{2}(\sqrt{B + K^2} - m) \quad \dots\dots\delta.),$$

a poněvadž místo  $\alpha.)$  psáti možno

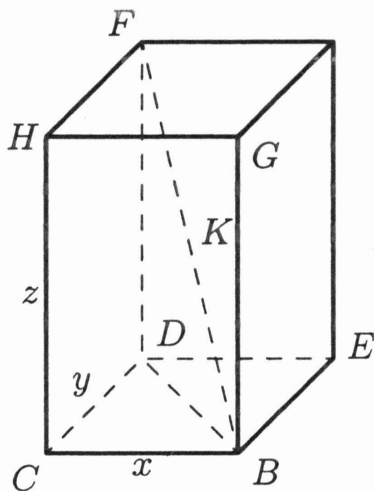
$$2xy + 2(x + y)z = B,$$

bude

$$2xy = \frac{1}{2}(B - K^2 + m^2)$$

a proto

$$4xy = B - K^2 + m^2 \quad \dots\dots\epsilon.)$$



Zdojmocní-li se  $\delta$ .) a odečte  $\epsilon$ .) zbude

$$(x - y)^2 = \frac{1}{4}(\sqrt{B + K^2} - m)^2 - B + K^2 - m^2$$

a odtud

$$x - y = \frac{1}{2}\sqrt{5K^2 - 3(m^2 + B) - 2m\sqrt{B + K^2}},$$

což dá vzhledem k  $\delta$ .)

$$x = \frac{1}{4}(\sqrt{B + K^2} - m) + \frac{1}{4}\sqrt{5K^2 - 3(m^2 + B) - 2m\sqrt{B + K^2}}$$

$$y = \frac{1}{4}(\sqrt{B + K^2} - m) - \frac{1}{4}\sqrt{5K^2 - 3(m^2 + B) - 2m\sqrt{B + K^2}}.$$

Že výrazy  $x, y, z$  počet palců znamenají, rozumí se samo sebou.

*Pokračování příště*

*RNDr. Martina Bečvářová, Ph.D.*

*Katedra aplikované matematiky*

*FD ČVUT, Na Florenci 25*

*110 00 Praha 1*

*e-mail: nemcova@fd.cvut.cz*