Učitel matematiky

Jana Příhonská

Teorie grafů na základní škole (2)

Učitel matematiky, Vol. 13 (2005), No. 2, 84–88

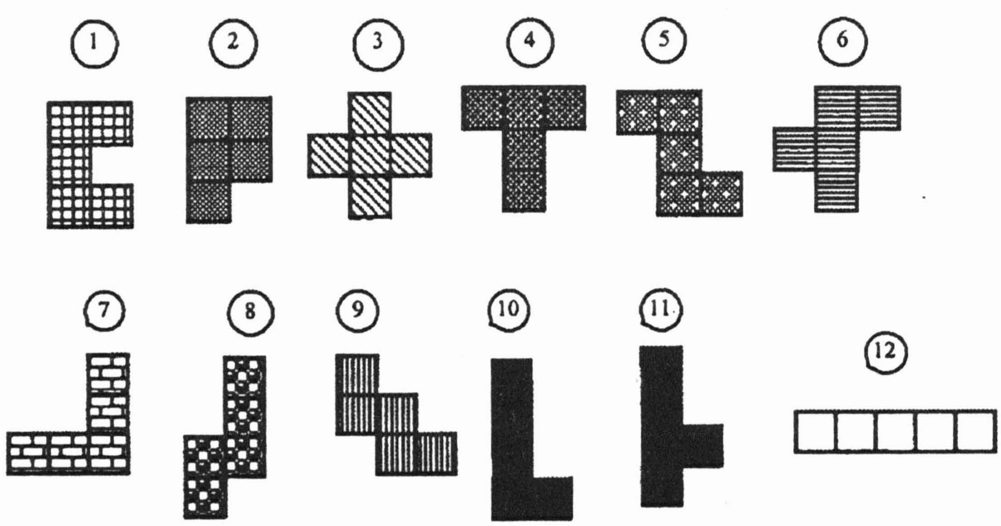
Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/150758

TEORIE GRAFŮ NA ZÁKLADNÍ ŠKOLE (2)

JANA PŘÍHONSKÁ

Po vyřešení série úloh typu bludiště barevných bran (v minulém čísle) je možné ilustrovat využití grafů u dalších typů úloh, které budeme nazývat *aplikační*.

V této části se pokusíme nastínit, co rozumíme pojmem *grafové kódování* u některých dalších typů úloh. Předložené úlohy jsou řešeny za použití grafů – konkrétním prvkům v úloze přiřazujeme uzly a hrany grafu a úlohy převedeme na prohledávání vytvořeného grafu, resp. určování nejkratších vzdáleností mezi dvěma konkrétními místy, hledání počtu cest apod. Záměrem série aplikačních úloh, která po této ilustraci následuje, je nejen využívání grafů při jejich řešení, ale co možná nejširší propojení různých oblastí matematiky.

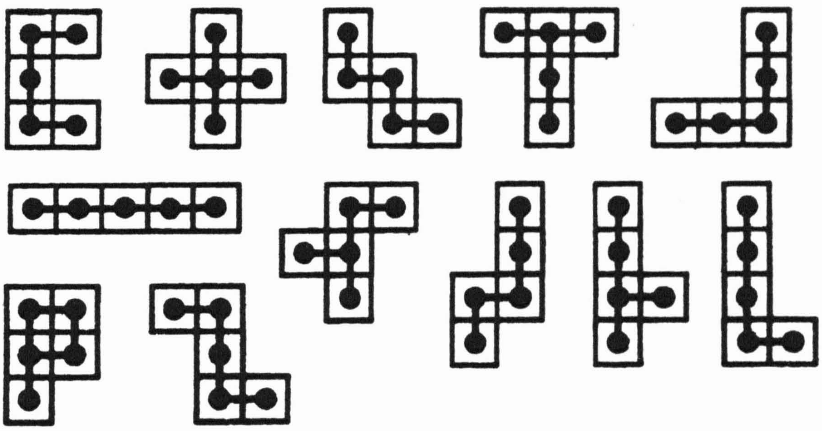


Obrázek 1

Velice známé jsou úlohy na využití polyomin (resp. polymin); jedná se o útvary z jistého počtu čtverečků se shodnými stranami, v nichž každý čtvereček má společnou stranu s aspoň jedním dalším. Podle počtu čtverečků se jedná o monomina, domina, tromina, tetromina, pentamina, hexomina, heptomina, oktomina, nonomina, dekamina, ..., obecně n-nomina. Úkolem je z daných dílů polymin sestavit zadaný obrazec, resp. pokrýt daný čtverec či obdélník.

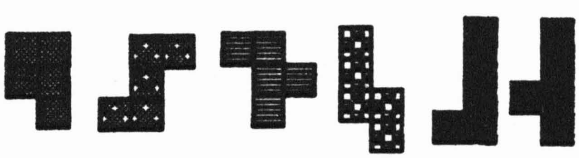
Žáky seznámíme s pentaminem a ukážeme možnost využití grafů při řešení úlohy. Pentamino se skládá z dvanácti různých kostek, každá z nich má 5 čtvercových kostiček (viz obrázek 1).

Každé kostce pentamina odpovídá jistý graf, který pro naše účely nazveme *pentagraf.* Pro lepší názornost je příslušný pentagraf umístěn přímo do dané kostky (viz obr. 2).

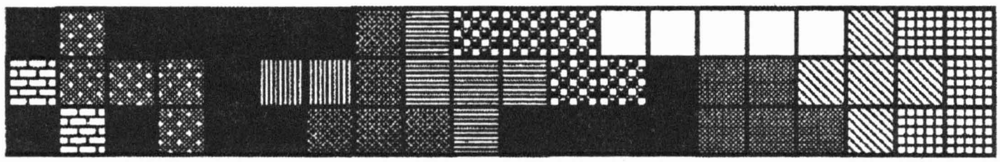


Obrázek 2: Pentagrafy

Kostky č. 2, 5, 6, 8,10, a 11 je možno použít zrcadlově:

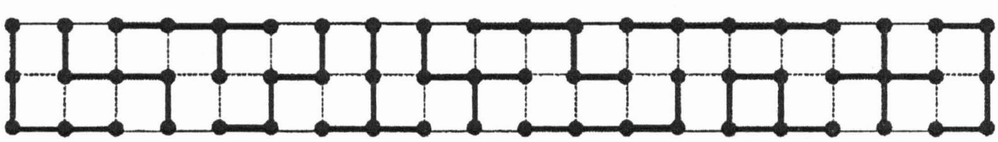


Úloha 1
Je dána čtvercová síť – obdélník 3 × 20. Skládáním dvanácti různých kostek pentamina máme tento obdélník vyplnit.
Řešení:



Obrázek 3: Obdélník

Úlohu přeformulujeme následovně:
Do čtvercové sítě 2 × 20 umístěte všech 12 pentagrafů tak, aby žádné dva neměly ani jeden společný uzel a každý pentagraf byl užit právě jednou (viz obrázek 4).



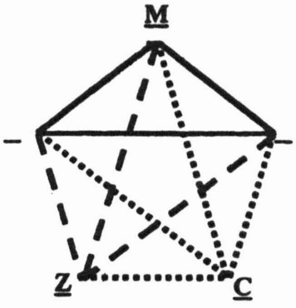
Obrázek 4: Pokrytí čtvercové sítě

Úloha 2
Do krabičky dáme 3 modré (vzájemně tyto kuličky nerozlišujeme), jednu zelenou a jednu červenou kuličku. Zamícháme a vytáhneme dvě kuličky.

1. Je větší šance, že vytáhneme dvě kuličky stejné barvy nebo dvě různé kuličky?
2. Kolik existuje různých možností pro výběr dvou kuliček?

Řešení:

Pro lepší názornost použijeme grafické znázornění možných výběrů dvou kuliček. V následujícím obrázku je výběr dvou kuliček konkrétní barvy vždy propojen stejným druhem čáry, výčet všech možností je zaznamenán vedle obrázku (M: modrá kulička, Z: zelená kulička, C: červená kulička).



Obrázek 4: Grafické znázonění výběrů kuliček

MM – 3 možnosti
MC – 3 možnosti
MZ – 3 možnosti
ZC – 1 možnost
MC+MZ+ZC = 7 možností

Odpověď: Výběr dvou kuliček různé barvy je pravděpodobnější. Existuje celkem 10 možností pro výběr dvou kuliček.

Úloha 3:

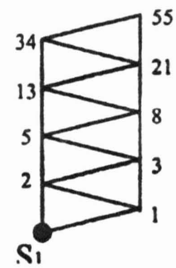
Obrázek 5: Schéma plánku

Turisté stoupají do kopce. Na kopec vedou serpentiny – cesta se samými zatáčkami, doprava, doleva, potom zase doprava a zase doleva a tak dále (viz obr. 5). Z míst, v nichž se serpentiny ohýbají, můžeme na výstupu pokračovat i přímou cestou. Komu prudké stoupání nevadí, může si cestu občas zkrátit.

Úkol:

Ke každému bodu, ve které se cesty větví, napiš, kolika způsoby se tam turisté mohou dostat. Samozřejmě se přitom nebudou nikdy vracet, půjdou stále vzhůru, ve směru udaném některou ze šipek. Na první dvě rozhraní jsou již správná řešení napsána. Ke startu je připsána 1, protože nikde před startem nebylo rozcestí a dalo se tam dostat pouze jedinou cestou.

Řešení: Pro zjišťování čísla, které se připíše k dalšímu rozcestí, si můžeme pomoci jednoduchým překreslením plánku. Do každého následujícího bodu se dostaneme pouze přes předcházející body, a to tolika způsoby, kolika do obou předcházejících dohromady. Po připsání číselných hodnot, vyjadřujících počet možných cest, kterými se do daného místa dostaneme, získáme graf na obr. 6.



Obrázek 6: Počet cest

Literatura

[Př] Příhonská, J., *Teorie grafů v učivu základní školy.*, In: Sborník Mezinárodní věd. konf. „Matematika v príprave učiteľov 1. st. ZŠ“, Univerzita Mateja Bela Banská Bystrica, 2001, s. 40–46.

[Pří] Příhonská, J., *Řešitelské strategie s využitím teorie grafů v učivu základní školy.*, In: Sborník Mezinárodní věd. konf. „Matematika v přípravě učitelů primární školy.“ Univerzita Palackého v Olomouci, 2002, s. 149–153.

[Ve] Vejmola, S., *Konec záhady hlavolamů.*, SPN Praha, 1986.

RNDr. Jana Příhonská, Ph.D.
TUL v Liberci
Hálkova 6, 461 17 Liberec
e-mail: jana.prihonska@vslib.cz