

Janka Ruppeltdtová
Sémantické aspekty elementárnej algebry

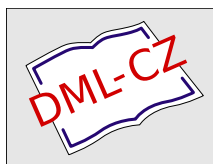
Učitel matematiky, Vol. 15 (2007), No. 3, 151–165

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/150697>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2007

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

SÉMANTICKÉ ASPEKTY ELEMENTÁRNEJ ALGEBRY

JANKA RUPPELDOVÁ

Anotácia:

Článok sa zaoberá schopnosťou študentov čítať matematický text s porozumením, najmä uchopiť slovné vyjadrenia, ktoré sú súčasťou priamych porovnávacích slovných úloh, prepísať text do rovníc a schopnosťou slovne interpretovať jednoduché rovnice.

V marci 1999 sme začali výskum, ktorého cieľom bolo zistiť, ako sú študenti PdF UK v Bratislave schopní uchopiť slovný matematický text [2], ako ho dokážu prepísať do jazyka matematiky, tvaru algebraických rovníc a naopak slovne interpretovať vzťahy vyjadrené jednoduchými rovnicami. Výskum bol podnietený častým neúspechom študentov pri riešení slovných úloh v písomných prácach. Pri hľadaní jeho príčin sme narazili na tzv. reverzálnu chybu, označovanú tiež ako Rosnickov-Clementov fenomén [1], t.j. pričítanie k väčšiemu počtu, resp. odčítanie od menšieho počtu alebo násobenie väčšieho počtu, resp. delenie menšieho počtu v zápise rovnice alebo pri jej interpretácii.

V roku 1980 americkí matematici P. Rosnick a J. Clement uskutočnili výskumy zamerané na prepis matematického textu do rovníc. Úlohy boli zadane študentom rôznych smerov štúdia. Úspešnosť ich riešenia bola približne 60%. J. Lochhead urobil ďalší výskum, v ktorom respondentmi boli učitelia a univerzitní profesori, s približne rovnakým výsledkom. Pri podobných výskumoch v Rakúsku úspešnosť klesla na tretinu.

Podľa skúseností z doterajších výskumov [1] sa ťažkosti reverzálnych chýb pri zostavovaní a interpretácii rovníc vyskytujú vo všetkých vekových kategóriách, pričom nie je možné hovoriť

o kladnej korelácii medzi nimi a inteligenciou, resp. úspešnosťou ľudí v iných oblastiach.

Náš výskum sme prevádzali v priebehu troch rokov a celkove sa ho zúčastnilo 297 študentov. Výskumná vzorka pozostávala zo študentov – elementaristov 1. ročníka dennej formy štúdia v počte 155, externej formy štúdia v počte 111 a z 31 študentov 4. ročníka odboru matematika v kombinácii s iným predmetom.

S jednoduchým slovným textom, v ktorom sa nachádza porovnanie dvoch množstiev, sa stretávame v bežnom živote už v predškolskom veku, pričom so slovnými úlohami, v ktorých máme určiť neznámy počet zo známeho na základe pochopenia vzťahu medzi dvoma množstvami, od 1. triedy základnej školy.

Nástroj výskumu

Ako výskumný nástroj sme použili test označený ako R test s voľnou tvorbou odpovedí, ktorý bol rozdelený do dvoch častí. Úlohou študentov v prvej časti bolo prepísať slovné vyjadrenie obsahujúce algebraické premenné a vzťahy medzi premennými do rovnice. Premenné predstavovali počty prvkov určitých množín a vzťahy boli vyjadrené pomocou aditívnych a multiplikatívnych operátorov, t.j. slovných spojení ako: o x viac, o y menej, k krát viac, l krát menej; t.j. slov bežnej hovorovej reči. Pri prepisovaní textu do rovníc pri prvých dvoch vyjadreniach (položky č. 1 a 3) používame operácie sčítania, resp. odčítania, a pri druhých dvoch (položky č. 2 a 4) operácie násobenia, resp. delenia.

Druhá časť testu spočívala v transkripcii nami zostavených rovníc s dvoma premennými vyjadrujúcimi počty prvkov určitých množín do slovného textu. Ide o štyri položky, ktoré sú zamerané na slovnú interpretáciu zostavených jednoduchých rovníc, t.j. cieľom je zistiť schopnosť študentov prečítať si matematické vyjadrenia v podobe rovníc, pochopiť význam zápisu v tvare rovnice, vyjadriť ho slovne a tak v prípade potreby ho využiť v praktickom živote. Pri zadávaní rovníc sme sledovali slovnú interpretáciu štyroch základných matematických operácií, t.j. sčítania, odčítania, násobenia a delenia.

Dĺžka trvania testu bola maximálne 15 minút.

Spôsob vyhodnotenia testu

Každú úlohu možno zodpovedať viac ako jedným spôsobom. Vytvorili sme kategórie pre rozličné druhy odpovedí. Použili sme tri písmená na označenie správnych druhov odpovedí (varianty A, B, C) a ďalšie tri písmená pre nesprávne odpovede (varianty K, L, M) vzhľadom na operáciu, vyplývajúcu zo slovného zadania alebo z napísanej rovnice, ktorú treba slovne interpretovať.

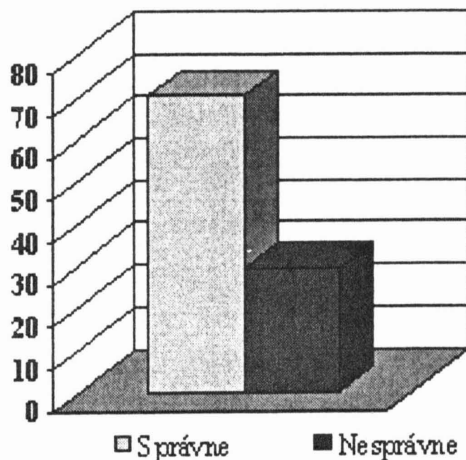
Prvým písmenom označujeme odpoveď, v ktorej pre vyjadrenie o x viac použijeme v rovnici operáciu sčítania, pre vyjadrenie o y menej operáciu odčítania, pre k krát viac operáciu násobenia a pre l krát menej operáciu delenia. Druhým písmenom označujeme odpoveď, v ktorej použijeme inverznú operáciu k danej operácii, t.j. namiesto sčítania odčítanie a naopak; namiesto násobenia delenie a naopak. Tretím písmenom označujeme akúkoľvek inú odpoveď. Rovnaké pravidlo používame aj pri slovných vyjadreniach rovníc.

Vyhodnotenie testu

Úspešnosť študentov v R teste bola 70,6%.

Správne odpovede S	n_i	1 678
	$p_i(\%)$	70,6
Nesprávne odpovede N	n_i	698
	$p_i(\%)$	29,4

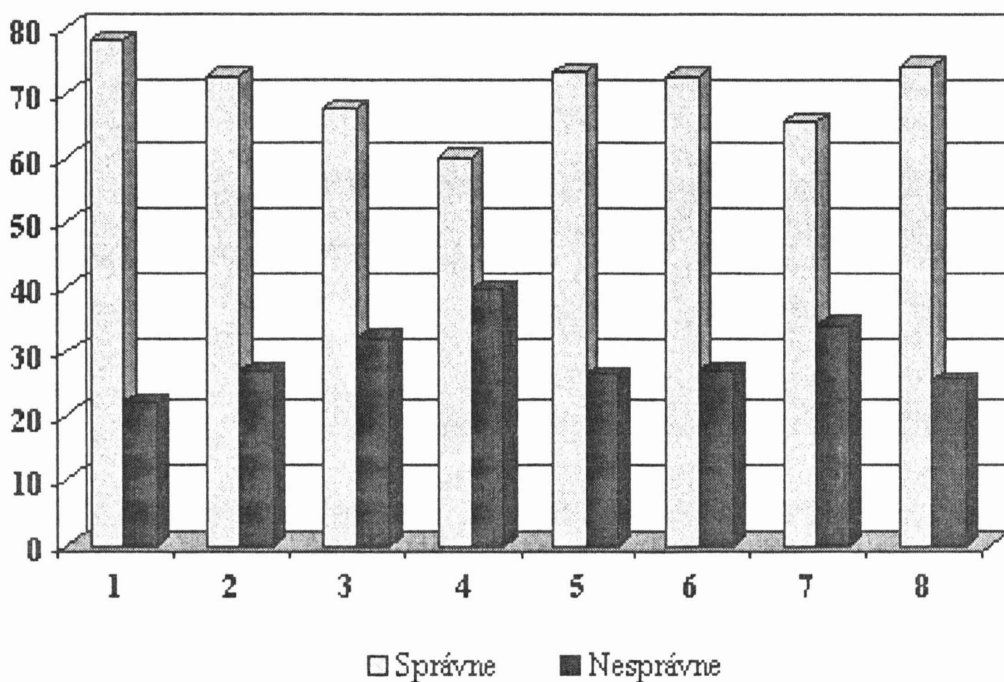
Graf č.1: Celkové vyhodnotenie R testu



Vyhodnotenie testu v jednotlivých položkách:

číslo položky:	1	2	3	4	5	6	7	8
$n_i(S)$	232	216	201	179	218	216	195	221
$p_{iS}(\%)$	78,1	72,7	67,7	60,3	73,4	72,7	65,6	74,4
$n_i(N)$	65	81	96	118	79	81	102	76
$p_{iN}(\%)$	21,9	27,3	32,3	39,7	26,6	27,3	34,4	25,6

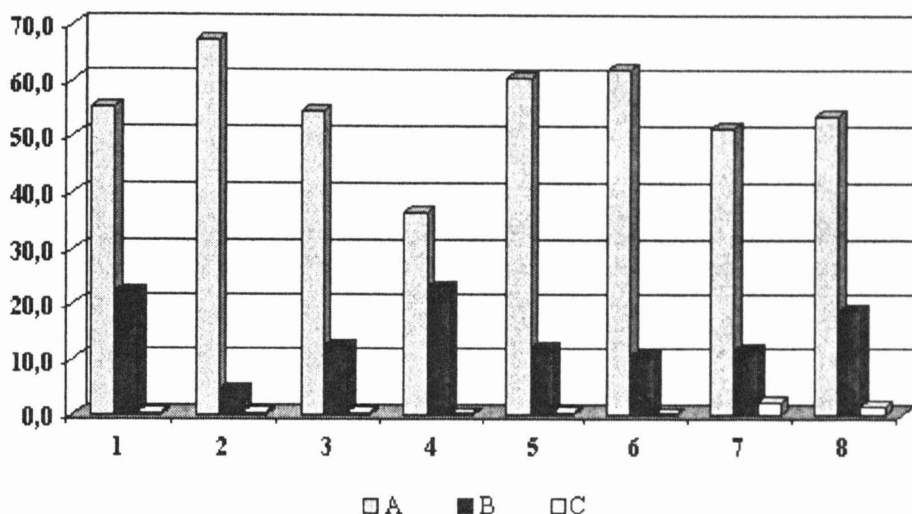
Graf č.2: Vyhodnotenie R testu v jednotlivých položkách



Štatistický výskyt zastúpenia jednotlivých druhov odpovedí v položkách testu prehľadne znázorňujú nasledovné tabuľky a grafy:

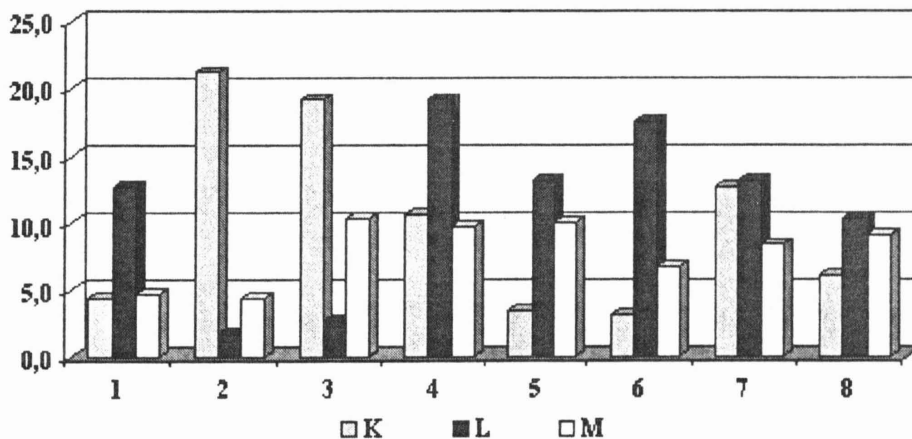
číslo položky:	Správne odpovede:							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$n_i(A)$	164	200	162	109	180	184	153	160
$n_i(B)$	66	14	37	69	36	31	35	56
$n_i(C)$	2	2	2	1	2	1	7	5
$p_i(A)$ v %	55,2	67,3	54,5	36,7	60,6	62,0	51,5	53,9
$p_i(B)$ v %	22,2	4,7	12,5	23,2	12,1	10,4	11,8	18,9
$p_i(C)$ v %	0,7	0,7	0,7	0,3	0,7	0,3	2,4	1,7

Graf č 3: Výskyt jednotlivých typov správnych odpovedí v R teste



číslo položky:	Nesprávne odpovede:							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$n_i(K)$	13	63	57	32	10	9	38	18
$n_i(L)$	38	5	8	57	39	52	39	31
$n_i(M)$	14	13	31	29	30	20	25	27
$p_i(K)$ v %	4,4	21,2	19,2	10,8	3,4	3,0	12,8	6,1
$p_i(L)$ v %	12,8	1,7	2,7	19,2	13,1	17,5	13,1	10,4
$p_i(M)$ v %	4,7	4,4	10,4	9,8	10,1	6,7	8,4	9,1

Graf č.4: Výskyt jednotlivých typov nesprávnych odpovedí v R teste



K jednotlivým položkám testu

Položku číslo 1 si rozoberme podrobnejšie.

Znenie úlohy č. 1:

Vyjadrite rovnicou: Nech D je počet dievčat a C je počet chlapcov v škole. Dievčat je o 20 menej ako chlapcov.

Očakávali sme zostavenie rovnice v tvare $D = C - 20$ (variant A). Tento typ odpovedá slovnému vyjadreniu o x menej, ktorého matematickým vyjadrením je odčítanie od väčšieho počtu. Odpovede tohto typu tvorili až 55,2% zo všetkých odpovedí. V prípade, že v mysli študenta prebehne inverzný proces, t.j. dôjde k transformácii vyjadrenia a odčítanie od väčšieho počtu sa zmení na pričítanie k menšiemu počtu, dostaneme rovnicu v tvare $C = D + 20$ (variant B). Odpovede tohto typu predstavovali 22,2% z odpovedí. Za variant C sme považovali každé iné správne vyjadrenie, napr. rozdiel väčšieho a menšieho počtu sa rovná číselnému vyjadreniu zmeny, t.j. operátoru v danej úlohe: $C - D = 20$ alebo vyjadreniu súčtu kardinálnych čísel dvoch množín: $C + (C - 20) = C + D$. Variant C sa vyskytoval len ojedinele (0,7%).

Z nesprávnych odpovedí variant K predstavoval reverzálnu chybu k variantu A, kedy študenti odčítali od menšieho počtu $D - 20 = C$ (4,4%). Najväčší podiel z nesprávnych odpovedí – 12,8% tvorili odpovede typu $C + 20 = D$ (variant L), t.j. pričítanie k väčšiemu počtu. Vo variante M študenti použili rôzne iné nesprávne vyjadrenia rovnice:

- | | |
|--|------------------------|
| 1) $D - 20 + C = D + C \Rightarrow x = D - 20$ | 8) $D + (C + 20) = x$ |
| 2) $D - 20x = C$ | 9) $D - 20 + C = x$ |
| 3) $D + C = x \Rightarrow x = D - 20$ | 10) $(D - 20) + C = 0$ |
| 4) $x = (C - D) + C$ | 11) $D = 20 - C$ |
| 5) $D + C = A$ | 12) $D + C = 20$ |
| 6) $(D - x) + C = A$ | 13) $D + C - 20 = C$ |
| 7) $D + (C - 20) = x \Rightarrow D = C$ | |

Domnievame sa, že pri zostavovaní niektorých rovníc študent nepochopil zadanie a snažil sa o vyjadrenie súčtu kardinálnych čísel daných dvoch množín – 1), 12); pričom v niektorých si zaviedol

novú premennú x alebo $A - 3), 4), 6), 7), 8)$; prípadne naraz obe – 5). Písmenom x sa zvyčajne označuje neznáma v lineárnej rovnici, a keďže sa nenachádzala v našich označeniach premenných, študentovi „chýbala“, a preto ju „niekde“ použil – prípad 6). V mnohých odpovediach sa skryto vyskytuje aj reverzálna chyba – 1), 2), 3), 7), 8), 9). Celkove vyjadrení tohto druhu bolo 4,7% z všetkých odpovedí.

Medzi zaujímavé, ale ojedinelé odpovede patrili správne odpovede, ktoré sme zaradili do variantu C. Avšak pre reedukačné pôsobenie učiteľa je dôležité najmä analyzovanie chybných odpovedí. Varianty K a L nazývané reverzálnymi chybami k variantom A a B správnych odpovedí sa vyskytovali veľmi často medzi chybnými odpoveďami. V ďalších položkách testu sa budeme zaoberať predovšetkým chybnými odpoveďami, ktoré sme zahrnuli do variantu M.

Znenie úlohy č.2 [1]:

Vyjadrite rovnicou: Nech S je počet študentov a P je počet profesorov na univerzite. Študentov je 7-krát viac ako profesorov.

Variant M, zastúpený 4,4%, spočíval v nasledovných vyjadreniach:

- | | |
|---|--------------------|
| 1) $x = S + 7P$ | 6) $P = 7/S$ |
| 2) $x = P + 7S$ | 7) $S = 7(P + S)$ |
| 3) $7S + P = 0$ | 8) $7.S + P = SP$ |
| 4) $7S + P$ bez zostavenia rovnice | 9) $7x.S = P$ |
| 5) $7x = y$ bez vysvetlenia premenných x, y | 10) $P(7) + P = P$ |

Je zrejmé, že často krát nedochádza k pochopeniu úlohy zo strany študenta, a tak sa snaží buď zmeniť označenie – 5), zaviesť ďalšie premenné – 1), 2), 9) alebo vyjadriť súčet kardinálnych čísel množín – 1), 2), 3), 4), 8), 10). V prípade rovnice 6) dochádza dokonca k zámene čitateľa a menovateľa zlomku.

Znenie úlohy č. 3:

Vyjadrite rovnicou: V tanečnej sále je M mužov a Z žien. Mužov je o 5 viac ako žien.

Variant M (10,4%) zahŕňa vyjadrenia:

- | | |
|--|-----------------|
| 1) $Z + (M + 5) = Z + MP$ | 7) $5M + Z = x$ |
| 2) $Z + (M + 5) = Z + M \Rightarrow x = M + 5$ | 8) $M + 5x = Z$ |
| 3) $(M + 5) + Z = Z$ | 9) $M = 5Z$ |
| 4) $(M + 5) + Z = 0$ | 10) $Z = 5M$ |
| 5) $(M + 5) + Z = x$ | 11) $Z - 5 = Z$ |
| 6) $(Z + 5) + M = x$ | 12) $Z + 5 = 7$ |

13) $5x = y$ bez vysvetlenia premenných x, y

14) $(M + 5) + Z$ bez zostavenia rovnice

V prípade 6) môžeme hovoriť o správnom vyjadrení súčtu, čo však nebolo cieľom úlohy, ale v mnohých ďalších sa vyskytuje reverzálna chyba $(M + 5)$ alebo v rovniciach 7), 9), 10), 13) zámena operácie sčítania za operáciu násobenia, ktorej použitie nemá žiadne opodstatnenie.

Znenie úlohy č. 4 [1]:

Vyjadrite rovnicou: Nech C je množstvo octu a O množstvo oleja v šalátovej majonéze. Octu je 3-krát menej ako oleja.

Variant M (9,8%) obsahuje nasledovné vyjadrenia:

- | | |
|------------------------|----------------------|
| 1) $O : 3 + C = O + C$ | 10) $3x - O = C$ |
| 2) $C + O = x$ | 11) $3(O - C) = x$ |
| 3) $C + O = C.O$ | 12) $3(C - O) = 0$ |
| 4) $3.C - O = x$ | 13) $O = 3 : C$ |
| 5) $O - 3.C = x$ | 14) $C = 3O$ |
| 6) $3.O + C = C$ | 15) $C = -3.O$ |
| 7) $C - 3.O = O$ | 16) $O : C + C = x$ |
| 8) $(C - 3.O) + O = 0$ | 17) $O : 3C + O = x$ |
| 9) $C - 3x = O$ | |

Predošlé široké spektrum nesprávnych odpovedí charakterizuje snahu študentov zostaviť rovnicu vyjadrujúcu slovné porovnanie x -krát menej, ktorého odpovedajúcou operáciou je delenie väčšieho, resp. násobenie menšieho počtu. Nesprávne pochopenie úlohy študenta často zavádza k vyjadrovaniu celkového počtu – 1), 2), 3), 6), 8), 16), 17) bez uvedomenia si vzťahu medzi kardiálnymi číslami daných množín. Operáciu delenia študent chápe ako operáciu odčítania (v slovnom vyjadrení si všima len slovo

menej) alebo skombinuje obidve operácie – 4), 5), 7), 8), 9), 10). Najzreteľnejšie sa táto chyba prejavuje v zápise 15). Rovnice typu 13) a 14) sa vyznačujú zámenou čitateľa a menovateľa zlomku, avšak len jedna z nich – 14) by viedla k správne vyjadreniu.

Znenie úlohy č. 5:

Vyjadrite slovne, čo predstavuje rovnica: $y = x + 800$

Nech x je cena kravaty a y je cena košele.

Pomerne vysoké percento 10,1% zo všetkých odpovedí tvorí variant M rôznymi interpretáciami typu:

- 1) „Rovnica predstavuje cenu kravaty aj košele.“,
- 2) „Vypočítať koľko stojí košela.“,
- 3) „ y košiel je menej ako x kravát.“,
- 4) „Košiel je rovnako vtedy, keď ku kravate pripočítame 800.“,
- 5) „Počet košiel je cena kravaty plus 800.“,
- 6) „ $y = x + 800$, kr + ko y cena kravaty a košele spolu.“

V niektorých slovných vyjadreniach môžeme pozorovať, že rovnica, v ktorej sa vyskytuje znamienko +, evokuje u študentov potrebu zjednotenia – 1), 6); v iných prípadoch dochádza k zámene ceny jedného predmetu za počet predmetov – 3), 4), 5); resp. k vyjadreniu inštrukcie namiesto vzťahu medzi algebraickými premennými.

Znenie úlohy č. 6:

Vyjadrite slovne, čo predstavuje rovnica: $C = 9.A$

Nech A je počet Angličanov a C počet Číňanov.

V snahe o slovné inverzné vyjadrenie rovnice dochádza k reverzálnym chybám symetrickým k variantom A a B - varianty K a L (s 3,0% a 17,5%), kde namiesto „9-krát viac“ študent použije multiplikatívne porovnanie „9-krát menej“ a naopak. Súčasným použitím operátora aditívneho a multiplikatívneho porovnania sa dopracuje k vyjadreniam typu:

- 1) „Číňanov je o 9-krát viac ako Angličanov.“,
- 2) „Počet Angličanov je o 9-krát viac než Číňanov.“,

alebo k neopodstatneným tvrdeniam:

- 3) „Číňanov je toľko, koľko Angličanov.“, ktoré patria do variantu M s 6,7% zastúpením.

Treba si uvedomiť, že odstránením slovného výrazu pre aditívneho operátora by len v prípade 1) došlo k správnej transkripcii rovnice.

Znenie úlohy č. 7:

Vyjadrite slovne, čo predstavuje rovnica: $b = a - 25$

Nech a je dĺžka a b je šírka obdĺžnika.

Variant M (8,4%) je zastúpený takmer štvrtinou z nesprávnych odpovedí, medzi ktoré patria vyjadrenia typu:

- 1) „Vypočítajte šírku obdĺžnika, ak dĺžka je o 25 kratšia.“,
- 2) „Dĺžky je o 25 menej ako šírky.“,
- 3) „Dĺžka obdĺžnika je 25-krát väčšia ako jeho šírka.“,
- 4) „Obdĺžnik je o 25 užší ako širší.“,
- 5) „Šírka b je väčšia o 25 ako šírka a .“

Napriek tomu, že pojem dĺžka obdĺžnika sa používa na označenie dlhšej strany obdĺžnika, v niektorých slovných vyjadreniach je číselne považovaná za menšiu – 1), 2). V prípade 3) dochádza k zámene vyjadrenia aditívnej operácie za multiplikatívnu. Slovné vyjadrenie v 5) môže signalizovať okrem nesprávneho uchopenia textu slovnej úlohy aj problémy spojené s pochopením pojmov charakterizujúcich obdĺžnik.

Znenie úlohy č. 8:

Vyjadrite slovne, čo predstavuje rovnica: $U = S/15$

Na škole je U učiteľov a S študentov.

Variety K a L (6,1% a 10,4%) predstavujú reverzálne chyby k variantom A a B, pričom namiesto operátora 15-krát menej sa v slovnom vyjadrení použije operátor 15-krát viac a naopak. Variant M tvorí 9,1% z odpovedí a je reprezentovaný vyjadreniami typu:

- 1) „Na škole je 15-krát viac učiteľov.“,
- 2) „Na škole je učiteľov o 15 menej ako študentov.“,
- 3) „Učiteľov je o $1/15$ menej ako študentov.“,
- 4) „Koľko je učiteľov, keď študentov je 15-krát menej.“,
- 5) „Učiteľov je o $15x$ menej ako študentov.“.

Odstránením slovného výrazu pre aditívneho operátora by len v prípade 5) došlo k správnej transkripcii rovnice. Vo vyjadrení

2) dochádza u študenta k zámene operácie delenia za odčítanie, v ostatných interpretáciách sa nachádza viac druhou chýb.

Pri vyhodnocovaní testu sme sa zamerali nielen na zistenie výskytu jednotlivých druhov správnych a nesprávnych odpovedí, ale najmä na myšlienkové procesy prebiehajúce u študentov zostávajúcích a interpretujúcich rovnice nesprávne. Myslenie tých, ktorí v teste zodpovedali správne najviac jednu otázku, sme podrobili ďalšiemu skúmaniu. Ako výskumnú metódu sme zvolili interview [1] so študentmi, ktoré prebiehalo nasledovne:

1. Predložili sme študentovi okódovaný test a oznámili mu, že výsledky označené krížikom sú nesprávne a položili mu otázku, či si ich vie opraviť.
2. Odporučili sme študentovi dosadiť si konkrétne čísla za algebraické písmená, aby si uvedomil vzťah medzi nimi, a tak zapísal rovnicu (v prvej polovici testu) alebo vyjadril rovnicu slovne (v druhej časti testu).
3. Na princípe rovnoramenných váh sme študentovi objasnili reverzálnu chybu – pričítanie k väčšiemu počtu, odčítanie od menšieho počtu, násobenie väčšieho počtu, delenie menšieho počtu.
4. Pre lepšie pochopenie sme opakovali dosadzovanie čísel, ktoré sme zapisovali do tabuľky alebo znázorňovali graficky. V poznávacom procese jedinec sme sa teda vrátili k etape tvorby separovaných modelov, ktorá ho mala priviesť k vytvoreniu univerzálneho modelu.
5. Spolu so študentom sme zapísali korektné riešenie.

Následne po interview sme zadali študentom iný variant testu.

Vyhodnotenie interview

Interview so študentmi (počtom 11) prebiehalo podľa naznačenej schémy, avšak každý jedinec neprešiel všetkými etapami, ale len niektorými, pokiaľ sa nedostal do štádia, v ktorom pochopil, kde v úlohách robil chyby. Všeobecne možno povedať, že rozhovor spolu s následným kontrolným testom trval niečo vyše hodinu.

Reakcie niektorých študentov na radu, aby sa o správnosti, či nesprávnosti svojho zápisu rovnice presvedčili dosadzovaním, boli rôzne:

1. Pod dosadzovaním študent chápal dosadzovanie za obidve algebraické premenné bez rešpektovania vopred stanoveného vzťahu daného operátorom, napr. v úlohe č.1 si študent zvolil $D = 30, C = 15$.
2. Druhým extrémom bolo zavedenie novej neznámej B namiesto operátora: $D = C - B$.

Pri dosadzovaní proces uvedomovania si vzťahu prebiehal za pomoci experimentátora nasledovne (S – študent, E – experimentátor):

Ukážka č. 1:

S (číta zadanie): Nech D je počet dievčat a C je počet chlapcov v škole. Dievčat je o 20 menej ako chlapcov.

E: Máte zostaviť rovnicu.

S: Dievčat je o 20 menej ako chlapcov, čiže $D - 20 = C$.

E: Overte si správnosť dosadením! Koľko bude dievčat?

S: 30.

E: Koľko bude chlapcov?

S: 10.

E: Je pravda, že dievčat je o 20 menej?

S: Áno.

E: Keď dievčat je 30 a chlapcov je 10, je dievčat menej?

V tomto momente si študent uvedomil chybu a opravil sa.

S: Dievčat je 10 a chlapcov je 30, čiže ... (po dlhšom váhaní) $C - 20 = D$.

Ukážka č. 2:

S: Nech S je počet študentov a P je počet profesorov na univerzite. Študentov je 7-krát viac ako profesorov.

E: Zapište rovnicou.

S: S sú študenti, čiže S krát 7 sa rovná P .

E: Vyskúšajte dosadiť si čísla.

S: Nech máme trebárs 5 študentov.

E: Koľko bude profesorov?

S: 35.

E: Zapíšte.

S: To je zle.

E: Prečo?

S: Lebo študentov má byť viac.

E: Bolo by zaujímavé, keby 35 profesorov učilo 5 študentov.

S: Nie. To bude zase opačne. P krát 7 sa rovná S .

Ukážka č. 3:

S: V škole je U učiteľov a S študentov. U rovná sa S deleno 15.

E: Uvedte konkrétny príklad.

S: Trebárs máme 30 študentov.

E: Koľko bude učiteľov?

S: Učitelia budú dvaja.

E: Takže ako to poviete?

S: Učiteľov je 15-krát viac ako štu ... (zaváhane), 15-krát menej ako študentov.

V niektorých prípadoch študent vôbec nezostavil rovnicu, ale len zapísal výraz. Pri odstraňovaní tejto chyby sme dbali na dôslednom čítaní textu študentom a prepisovaní každého slova (najmä slova „je“ v tvare „=“) do jazyka matematiky. Jedna zo študentiek vyslovila návod na zostavovanie rovníc – treba rozdeliť text na dve časti slovom „je“, do každej časti zapísať symbol (algebraickú premennú) a potom urobiť úvahu.

Pri zostavovaní rovníc niekedy u študentov pretrvávali problémy týkajúce sa zámeny aditívnych a multiplikatívnych operátorov, napr. o x viac a x -krát viac.

Jedným z vysvetlení na otázku – podľa čoho sa rozhodujete, akú matematickú operáciu použijete pri zostavovaní rovnice, bola nasledovná odpoveď: „*No, keď by tu bolo 3-krát viac má byť ulíc U ako obchodov O , tak keby som si to zapísala ako kedysi na základnej škole a dala takú šípku, čiže 3-krát viac ... tak sme dali deleno 3 (zapísané $U = O : 3$).*“ Študentka takto pristupovala ku všetkým úlohám testu. Domnievame sa, že v pamäti jej utkvel len spôsob riešenia nepriamych slovných úloh, ktorý si vyžaduje použitie inverznej operácie pri výpočte neznámej, a preto ho aplikuje

pri zostavovaní akýchkoľvek rovníc bez rozmýšľania.

Na záver interview bola každému študentovi položená otázka, prečo podľa neho vyriešil úlohy testu nesprávne. Medzi priam protichodné odpovede patrili zdôvodnenia typu:

„Zdá sa, že je to tak jednoduché, že som nad tým ani nerozmýšľal.“

Išlo v nich o podcenenie daných úloh spolu s nevenovaním pozornosti ich zadaniu.

„Strašne zložito rozmýšľam, potom to dopletiem a už to napíšem zle. Mne sa to nezdá, že by to bolo také ľahké, tam musí byť nejaká chyba. To nesmie byť také ľahké.“

Odpoveď môžeme charakterizovať ako hľadanie zložitosti v jednoduchých úlohách.

Záver

Na rozdiel od skúseností experimentátorov opísaných v literatúre [1] úspešnosť odpovedí našich študentov sa po interview zvýšila z 4,5% na 87,5%. Išlo však o malú vzorku respondentov, ktorí sa pripravujú na učiteľské povolanie a podľa toho pristupujú i k daným úlohám; a preto nie je možné z výsledkov robiť všeobecné závery. Avšak myslíme si, že spôsob riešenia problému spočíva v reedukácii, kde ako nástroj si učiteľ môže zvoliť predstavu rovnoramenných váh, resp. použiť úsečkové legendy [5] na vizualizáciu vzťahov medzi algebraickými premennými. Tieto nástroje slúžia teda nielen na diagnostikovanie, ale môžu sa považovať za terapeutické metódy, ktoré by mohli pomôcť učiteľom v práci so žiakmi, pri odstraňovaní reverzálnej chyby v riešeníach slovných úloh.

Literatúra

- [1] Fischer, R.; Malle, G., *Človek a matematika*, SPN, Bratislava, 1992.
- [2] Hejný, M. a kol., Zmocňování se slovní úlohy, *Pedagogika* 4, 1995.

- [3] Hejný, M., *Teória vyučovania matematiky 2*, SPN, Bratislava, 1989.
- [4] Hejný, M.; Stehlíková, N., *Číselné představy dětí*, PdF Univerzita Karlova, Praha, 1999.
- [5] Novotná, J., *Analýza řešení slovních úloh, Kapitoly z didaktiky matematiky*, PdF Univerzita Karlova, Praha, 2000.

RNDr. Janka Ruppeltdová
Katedra matematiky PdF UK
Moskovská 3
813 34 Bratislava
e-mail: ruppeltdova@fedu.uniba.sk