

Milan Hejný; Anna Michalcová

Riešenie úloh o veku - metóda dramatizácie

*Učitel matematiky*, Vol. 15 (2007), No. 1, 26–33

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/150670>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2007

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## RIEŠENIE ÚLOH O VEKU – METÓDA DRAMATIZÁCIE

MILAN HEJNÝ, ANNA MICHALCOVÁ<sup>3</sup>

### 1. Úvod

Slovné úlohy patria k obávaným partiám školskej matematiky. Úlohy o veku náležia k tým najnáročnejším. V tomto článku ponúkame čitateľovi skúsenosti, ktoré sme nadobudli pri experimentálnom vyučovaní slovných úloh o veku. Písali sme o nich už v monografii Hejný, Stehlíková (1999), ale teraz túto myšlienku predkladáme učiteľskej obci.

Je všeobecne známe, že to, čo je na slovnej úlohe najnáročnejšie, je jej uchopenie, jej prevedenie do matematického modelu. Učitelia, v snahe uľahčiť žiakom túto prácu, vytvárajú pre jednotlivé typy slovných úloh pomocné návody. Nazdávame sa, že táto cesta neprináša žiakom skutočné poznanie, ale iba jeho protézu. Tá je snáď použiteľná na „školské“ úlohy, nie však v bežných životných situáciách. Podstata skutočného poznania tu totiž nespočíva v znalosti riešiteľských návodov, ale v schopnosti analyzovať situácie, ktoré obsahujú súbor navzájom previazaných kvantitatívnych vzťahov.

Schopnosť analyzovať slovne opísanú situáciu sa vytvára pomaly a preto je treba s jej pestovaním začínať zavčas, najlepšie už v predškolskom veku. Naše úvahy sa však budú obmedzovať len na tie vekové kategórie, s ktorými máme bezprostredné skúsenosti. Ide o žiakov tretej a vyšších tried.

---

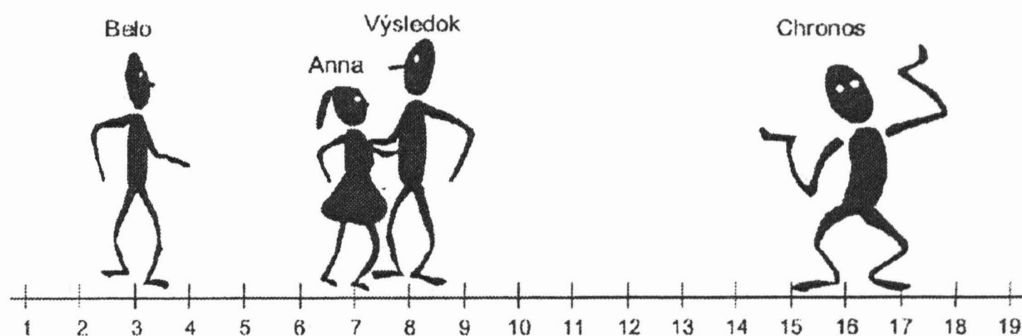
<sup>3</sup>Príspevok bol vypracovaný s podporou výskumného zámeru VZ J13/98:114100002.

## 2. Metóda dramatizácie – ilustrácia

Ukážeme, ako sa pomocou dramatizácie dá riešiť nasledujúca úloha.

**Úloha 1.** Dnes má Belo 3 roky. Keď bude taký starý, ako je Anna dnes, bude mať Anna 19 rokov. Koľko rokov má dnes Anna?

**Riešenie.** Úlohu budeme riešiť pomocou divadla. Najprv si pripravíme scénu. Na dlážku triedy nakreslíme číselnú časovú os: 0, 1, 2, 3, ..., 18, 19. Dbáme na to, aby rozostupy medzi jednotlivými číslami číselnej osy boli celkom rovnaké. Čísla budú označovať roky (pozri obr. 1).



Obr. 1

Divadlo budú hrať štyri deti: jedno hrá Annu, druhé Bela, tretie hrá boha času Chrona a štvrté hrá Výsledok. Ostatní žiaci triedy robia divákov.

Najprv sa rozostavia herci: Belo sa postaví na číslo 3, čo značí, že má teraz tri roky. Anna sa postaví na niektorú značku medzi 3 a 19, napríklad na 7. Tým predpovedá, že Anna má teraz 7 rokov. Výsledok si stane k Anne, vedľa značky 7. Konečne Chronos sa postaví do majestátnej pózy boha času.

Hra je pripravená, predstavenie môže začať. Chronos slávnostným hlasom prehovorí „uplynul jeden rok, teraz“. Slovo „teraz“ je povel pre Annu i Bela, aby postúpili o jednu značku vpred. Teraz je Anna na značke 8 (to značí, že teraz má 8 rokov) a Belo na značke 4 (má 4 roky). Herec Výsledok sa nehýbe, stojí stále pri značke 7. Proces sa zopakuje. Chronos opäť zavelí „uplynul jeden rok, teraz“ a Anna s Belom pokročia o ďalší rok vpred, Výsle-

dok stojí. To sa zopakuje ešte trikrát, až kým sa Belo dostane na značku 7, pri ktorej stojí Výsledok. Anna je na značke 11, ďaleko od vytúženej značky 19. Pokus sa nevydaril.

Hru opakujeme. Belo sa vráti na značku 3. Anna vie, že musí začínať pri vyššom čísle. Skúsi napríklad značku 12. Výsledok sa postaví k Anne. Tentoraz po uplynutí siedmych rokov sa Anna dostáva na značku 19, ale Belo je ešte len na čísle 10. Niektorí žiaci triedy už kričia, že Výsledok musí stáť vedľa čísla 11. Tretím pokusom sa táto hypotéza overí. Úloha je vyriešená.

### 3. Oboznamovanie sa so scénou „časová os“

Úspešnosť opísanej dramatizácie predpokladá, že skôr, ako pristúpime k riešeniu úlohy 1, žiaci už majú skúsenosti s časovou osou.

Časovú os, ako scénu, na ktorej možno hrať divadlo, sme v experimentálnom vyučovaní používali už od tretej triedy. Občas sme sa zahrli „Na boha Chrona“, ako to žiaci nazývali. Na začiatok hry sme starostlivo namerali časovú os a učiteľ povedal, aká bude **vstupná situácia**. Vybral hercov a položil otázku, ktorej zodpovedanie žiadalo urobiť predstavenie. Na tú istú vstupnú situáciu bolo možné viazať niekoľko otázok. Ukážeme ilustráciu.

**Vstupná situácia.** Dnes má Eulália 5 rokov a Baltazár 11.

**Otázky** boli zadávané postupne. Vždy po odohraní divadla a zodpovedaní jednej otázky bola položená otázka ďalšia a príslušné divadlo, ktorým žiaci hľadali odpoveď, obyčajne zahrli iní žiaci. Napríklad:

- a) Koľko rokov bude mať Baltazár, keď Eulália bude mať 10 rokov?
- b) Koľko rokov budú mať Baltazár a Eulália dovedna za sedem rokov?
- c) Ako mali dovedna vtedy, keď mala Eulália iba jeden rok?
- d) Ako to bude, keď starší z nich bude mať 18 rokov?
- e) Ako to bude, keď Eulália bude taká stará, ako je Baltazár dnes?
- f) Za ako dlho budú mať dovedna 40 rokov?
- g) O koľko rokov bude vekový rozdiel detí 5 rokov?

- h) Kedy bude mať Baltazár dvojnásobok veku Eulálie?
- i) Pred koľkými rokmi mal Baltazár trikrát toľko rokov ako Eulália?
- j) Pred koľkými štyrikrát toľko?
- k) Pred koľkými päťkrát toľko?

Spočiatku sa pri tejto hre tretiaci správali svojvoľne. Napríklad, keď učiteľ položil otázku b), obe deti, Baltazár i Eulália, si začali svojich 7 rokov krokovať sami. Preto bolo potrebné ustanoviť do funkcie boha času energického žiaka (zvyčajne to bývalo dievča), ktorý prísno dbal na dodržovanie pravidiel. Potom sa divadlo odohrávalo dôstojne a diváci mohli dobre sledovať všetky zmeny. Po každej zmene učiteľ daný stav slovami opísal, aby si žiaci uvedomili, čo všetko treba mať na zreteli.

Divadlo iniciované otázkou a) prebiehalo asi takto. Herci stoja na číslach 5 a 11. Chronos velí „uplynul prvý rok, teraz“. Herci postúpia na čísla 6 a 12. Učiteľ konštatuje „Eulália má 6 rokov, ešte nemá 10“. Potom Chronos velí „uplynul druhý rok, teraz“. Herci pokročia, učiteľ konštatuje nový stav. To pokračuje až kým uplynie piaty rok. Učiteľ hovorí „našli sme riešenie: Eulália má 10 rokov, Baltazár má 16 rokov“.

#### 4. Postupné vylepšenia v hre „Na Chrona“

Keď človek opakovane robí rovnakú činnosť, nadobúda skúsenosti a svoje počínanie vylepšuje, urýchľuje, automatizuje. Po istom čase začali do našej hry „na Chrona“ pribúdať vylepšenia, väčšinou nápady na vylepšenia pochádzali od žiakov. Novelizácie robila hru stále zaujímavou.

Predovšetkým žiaci, ktorí sa chceli do hry aktívne zapojiť v čo najväčšom počte, prevzali od učiteľa právo konštatovať aktuálny stav. Zaviedli sme úrad „hlásnikov“. Tí oznamovali všetko, čo bolo (a niekedy i to, čo nebolo) treba vedieť o aktuálnej situácii. Napríklad pri riešení otázky f) jeden hlásnik oznamoval aktuálny vek oboch aktérov a druhý hlásil, že „dokopy majú teraz 22 rokov, čo je menej ako 40“.

Podobne pri riešení úlohy j) v situácii „pred rokom“ jeden hlásnik hlásil „trikrát vek Eulálie je 3.4, teda 12 rokov“ a druhý

hlásil „to je viac ako má Baltazár“. Keď nastala situácia „pred dvoma rokmi“, prvý hlásnik oznámil „trikrát vek Eulálie je 3.3, teda 9 rokov“, a druhý hlásil „to je presne toľko, čo má Baltazár. Našli sme riešenie“.

čas	0	-1	-2	-3	-4
<b>Eulália</b>	5	4	3	2	1
<b>Baltazár</b>	11	10	9	8	7
<b>4.E</b>	20	16	12	8	4

Tab. 1

Pretože sa občas medzi žiakmi vyskytli spory o niektorom predchádzajúcom stave, zaviedli sme úrad zapisovateľa. Žiak – zapisovateľ písal na tabuli do pripravenej tabuľky všetko, čo hlásatelia hlásili. Napríklad zápis riešenia úlohy j) je opísaný tabuľkou 1.

Tabuľky, ktoré mali mať iba dozornú funkciu, sa neskôr stali účinným nástrojom riešenia úloh o veku. Viacerí žiaci si písali vlastnú tabuľku a pomocou nej úlohu riešili bez toho, aby sa na divadlo dívali.

Niekedy si celé divadlo odohral jediný žiak, prípadne vo dvojici s priateľom, doma pomocou bábok. Robili tak najmä tí žiaci, ktorým vadil veľký hluk, v ktorom sa naše predstavenia odohrávali. Niektorí aktívni žiaci sa nevedeli ovládať a dopredu kričali výsledky. Niekedy správne, niekedy chybné. Iní ich okrikovali. Dlhو trvalo, kým sa v hre „Na Chrona“ trieda vedela chovať mierne. To sa týkalo všetkých hier, ktoré umožňovali žiakom voľne sa po triede pohybovať.

## 5. Didaktický komentár k metódam dramatisácie i bábko-dramatisácie

Najprv prehľadne tabuľkou obe dramatisácie porovnáme prostredníctvom siedmych kritérií. Potom k jednotlivým charakteristikám doložíme komentár.

Prvé tri charakteristiky, v ktorých sa obe metódy líšia, komentár nepotrebujú. Pozrieme sa na tie charakteristiky, ktoré sú pre obe metódy spoločné.

	kritérium	dramatizácia	bábko-dramatizácia
1	motivácia	silná až veľmi silná	dobrá až silná
2	uskutočňovateľ	trieda i skupina	jedinec i malá skupina
3	časová náročnosť	značná	primeraná
4	opakovateľnosť	podľa pamäti účastníkov a prípadných písomných záznamov	
5	zrozumiteľnosť	vynikajúca, žiadnu zrozumiteľnejšiu metódu nepoznáme	
6	stratégia	pokus – omyl	

Tab. 2

**Opakovateľnosťou** rozumieme možnosť riešiteľa vrátiť sa k už uskutočnenému pokusu, alebo istej jeho pozícii. Pre nadobúdanie vhľadu do prostredie úloh o veku je táto možnosť veľmi dôležitá, pretože práve vzájomným porovnávaním príbuzných situácií sa v hlave žiaka vytvárajú schémy, ktoré mu vhľad umožnia. Porovnávanie sa odohráva tak, že striedavo zameriavame našu pozornosť raz na jeden, hneď na druhý z porovnávaných prípadov. Ak však nemáme možnosť tieto prípady opätovne uvidieť, porovnávanie možné nie je.

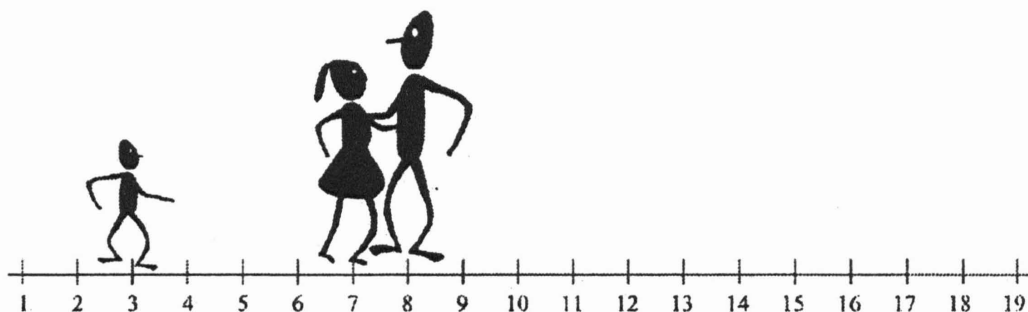
**Zrozumiteľnosť** metódy najlepšie poznáme priamo vo vyučovaní. Vieme, že úlohy o veku patria k najnáročnejším. Naši žiaci, ktorí sa už od tretej triedy hrávali hru „Na Chrona“, ich úspešne riešili už v šiestej triede. Sme presvedčení, že to bola táto hra, teda dramatizácia časovej osy, ktorá väčšine žiakov (či dokonca všetkým?) tieto úlohy sprístupnila.

Riešiteľské postupy, ktoré žiakov v škole učíme, sú priame – idú od zadania k výsledku priamou cestou. Veľmi zriedka učíme žiakov výsledok hádať, typovať. Považujeme takú metódu za nedôstojnú matematiky. Autori článku sú presvedčení, že používanie riešiteľskej **stratégie pokus – omyl** výrazne prispieva ku zdravému rozvoju žiakových matematických schopností. Pri tejto metóde totiž dochádza ku vytváraniu celostných myšlienkových schém, ktoré priamo premostujú vstup a výstup úlohy a rozvíjajú žiakovu schopnosť nadobúdania vhľadu do situácie v celku. Práve postupnosť činností: typovanie výsledku, evidencia chyby,

jej vyhodnotenie a typovanie nového výsledku bola pre žiakov tým najzávažnejším poznáním, ktoré z experimentu pre seba vyťažili. Dodajme, že keď sa dieťa učí napríklad jazdiť na bicykli, tiež postupuje metódou pokus – omyl.

## 6. Záver

Metódy dramatizácie, bábko-dramatizácie i tabuľková dávajú žiakom viac ako spôsoby riešenia úloh o veku. Hlavným cieľom týchto metód nie je naučiť žiakov riešiť slovné úlohy, ale optimálne prispieť k rozvoju schopností žiakov nadobúdať vhľad do situácie slovnej úlohy, či všeobecne, do slovne opísanej situácie.



Hlavná didaktická idea týchto metód spočíva v premene statickej situácie na proces. Na túto problematiku upozornili nedávno Gray a Tall (1994). V našej úlohe vieme, čo je TERAZ, a vieme, čo bude POTOM. Žiak, ktorý nevie tieto dva časové okamžiky premostiť, dostáva v dramatizácii návod, ako to urobiť – musí prejsť celú dobu, ktorá uplynie medzi oboma časovými okamžikmi.

Dodajme, že metóda dramatizácie, či bábko-dramatizácie je rovnako dobre aplikovateľná na ďalšie triedy slovných úloh: úlohy o práci, o napúšťaní bazénu, o stretávaní sa chodca s bicyklistom, .... Vo všetkých týchto prípadoch je totiž možné proces vhodným spôsobom znázorniť a použiť na hľadanie výsledku.



Čitateľovi odporúčame urobiť si s metódou dramatisácie vlastný experiment.

## Literatúra

- [1] Gray, E. M., Tall, D., Duality, ambiguity and flexibility: a proceptual view of simple arithmetic, *Journal for Research in Mathematics Education* **25**(1994) 115 – 141
- [2] Hejný, M., Stehlíková, N., *Číselné představy dětí*, Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 1999

*Prof. Milan Hejný*  
*KMDM UK, M. D. Rettigové 4*  
*116 39 Praha 1*  
*e-mail: milan.hejny@pedf.cuni.cz*

*RNDr. Anna Michalcová*  
*Gymnázium Ľ. Štúra*  
*Hronská 3*  
*960 49 Zvolen*  
*e-mail: michalc@golem.gymnzu.sk*