

Dana Pavlíková

Matematické poznatky jako pomůcky ve výtvarném umění (1)

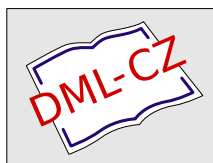
*Učitel matematiky*, Vol. 18 (2010), No. 1, 36–43

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/150500>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2010

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## MATEMATICKÉ POZNATKY JAKO POMŮCKY VE VÝTVARNÉM UMĚNÍ (1)

DANA PAVLÍKOVÁ

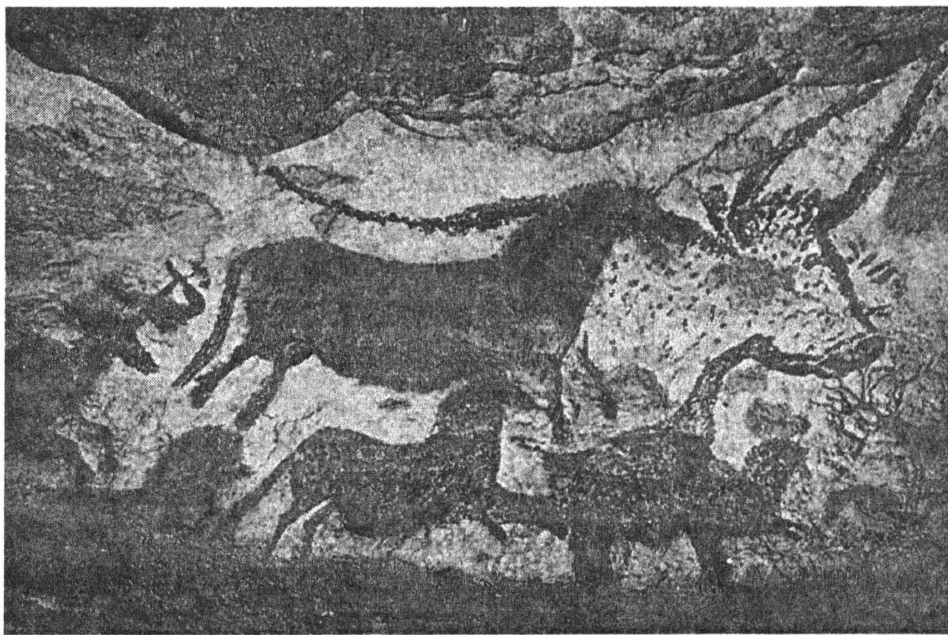
Svět si nelze představit bez umění. Nejstarší dochovaná umělecká díla souvisí s prvními pokusy pravěkého člověka zachytit významné události života. Zprvu to jsou nástěnné malby s výjevy lovu zvěře a jiné rodové události. Počátky matematiky souvisí se snahou spočítat úlovek, přemožené protivníky apod. Rozvoj poznatků matematiky lze vidět v různých oborech, tak jak probíhal v historických etapách a v geograficky oddělených částech světa. Významný je neevropský vývoj arabské, čínské a indické matematiky ve středověku, kdy šíří znalostí značně předstihli Evropu. Mohutný rozkvět evropské matematiky nastal v novověku s objevem diferenciálního a integrálního počtu. Nové a nové poznatky dosažené na poli matematickém často předcházely další úspěchy člověka v oblastech ostatních vědeckých oborů.

### I. Historický vývoj

V antickém umění můžeme sledovat propojení zájmu o matematiku a umění. Umělci touží po harmonických tvarech a objevují vztahy mezi proporcemi části a celku. Snaží se zobrazovat reálně a vypořádat se s rozmanitostmi tvarů. Začínají si také uvědomovat problém malířství, kde přicházejí o jeden rozměr a předmět, který je trojrozměrný a plastický, musí uchopit v rovině. S tímto problémem se budou umělci snažit vypořádat i v dalších uměleckých etapách. Čím více budou odhalovat zákonitosti perspektivy, tím budou blíže reálnému pojetí obrazu. Geometrie je jedna z nezákladnějších pomůcek a pravidel v umění vůbec ve všech historických etapách.

## Pravěké umění

První snahou člověka výtvarně se projevit a zaznamenat historii svého rodu, jeho významné okamžiky, jsou pravěké nástěnné malby, nejstarší dochovaný umělecký projev člověka. Vznikly v době před 40 000 lety. Nejznámější jeskynní malby nalezneme v západoevropských jeskyních Lascaux, Altamira, Niaux a Rouffignac. Hlavním námětem je lov, zvíře a člověk. Kresby mohou připomínat dětský projev. Postavy jsou zjednodušeny do geometrických tvarů, pravěký malíř se omezuje na podstatu zobrazovaného předmětu, postavy nebo zvíře. Jsme svědky prvního pokusu vypořádat se s problémem zachycení trojrozměrného světa do plochy, tj. do roviny. Ztrátu jednoho rozměru se podaří umělcům vyřešit úspěšně až v renesanci za pomoci perspektivy. Zatím však zůstávají zobrazovaná zvířata zachycena z profilu, ale jejich rohy nebo parohy jsou uspořádány čelně. Mluvíme o tzv. „kroucené perspektivě“.



Lascaux 15 000 př.n.l.

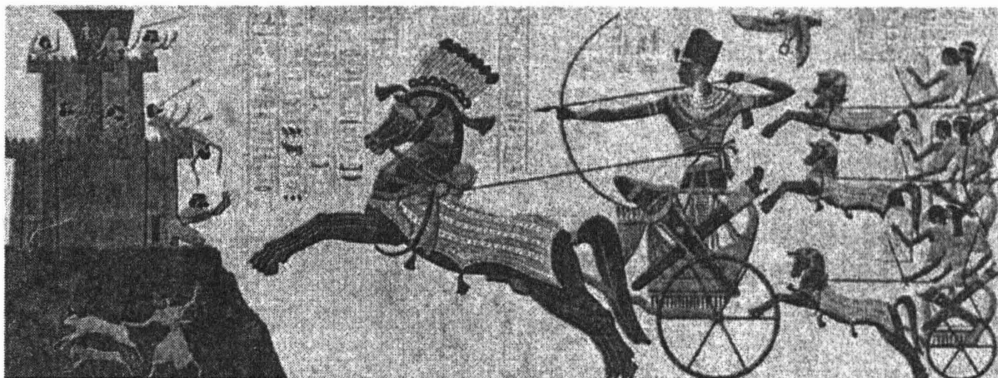
## Egypt

V Egyptě je už samo písmo propojeno s uměním. Hieroglyfy jsou snad nejznámějším obrázkovým písmem. Egyptské malířství sloužilo k zaznamenání důležitých událostí a skutečností, byly

dány pevné náboženské a společenské zásady pro zobrazování člověka. Setkáváme se zde s dalším druhem perspektivy, s tzv. „hieratickou perspektivou“. Velikost postav je dána společenským postavením a nikoli jejich vzdáleností od pozorovatele. Největší je tedy vždy faraon, pak úředníci, poddaní, otroci a nejmenší bývají nepřátelé. Hlava, ruce, nohy jsou kresleny z profilu, pánev je umístěna ve 3/4 profilu a oko a ramena zepředu. Jde o způsob, jakým se Egypťané vypořádali se zobrazením prostoru do roviny. Zobrazované předměty jsou tedy jen nárysy, pravoúhlé průměty. Složitější předměty, které jsou v tomto pohledu už příliš zkresleny, jsou zachyceny jako půdorysy, jsou do nárysu sklopeny. Při zobrazení větších scén stále ještě chyběla znalost perspektivy. Pro odstupňování děje v popředí a ve větší vzdálenosti používají zatím členění do pásů – tzv. rejstříků. Čím vzdálenější výjev, tím je pás výše.



Ramses II., kopie z hrobky



Ramses II., kopie z hrobky

Egypt je považován za kolébkou matematiky, geometrie a astronomie. Matematika starověkého Egypta se rozvíjela společně s rozvojem egyptské civilizace od 4. tisíciletí př. n. l. Sloužila pouze k praktickým účelům, jako abstraktní věda nebyla ještě vyvinuta. Egypťané dokázali sčítat, odčítat, násobit, dělit, počítat se zlomky i řešit některé složitější aritmetické a geometrické problémy. Objevují se úvahy o výpočtech obsahu rovinných obrazců (obdélníku, trojúhelníku a kruhu).

Největší zájem svým ukrytým tajemstvím u vědců a zejména u turistů stále vzbuzují pyramidy. V jejich proporcích, půdorysech, objemech bylo už nalezeno nespočetně matematických vzorců a zákonitostí. Vyznavači zlatého řezu hledali důkazy pro svá tvrzení v plánech architektur všech dob i slohů. Největší památník zlatého řezu vidí někteří badatelé v Chufevově pyramidě. Tvrdí, že podstava této pyramidy se má k jejímu plášti jako plášť k jejímu celému povrchu. Je-li  $c$  výška boční stěny,  $a$  polovina strany podstavy a  $h$  výška pyramidy, je podle Pythagorovy věty

$$c^2 = a^2 + h^2$$

a podle předchozího tvrzení je

$$4a^2 : 4ac = 4ac : (4a^2 + 4ac)$$

čili

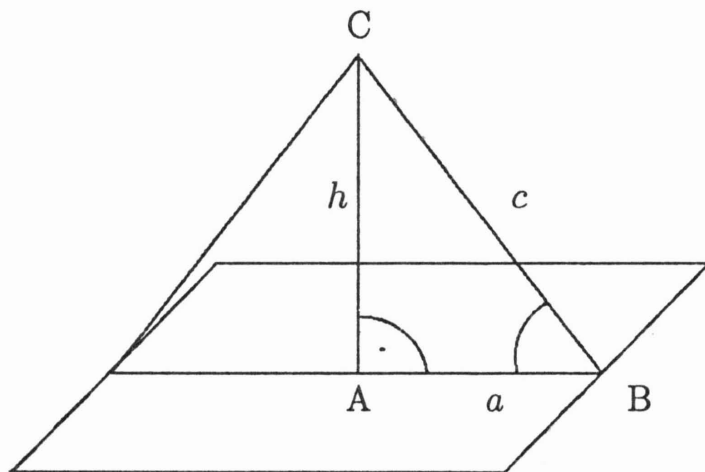
$$c^2 = a^2 + ac$$

$$h^2 = ac,$$

a tedy

$$a : h = h : c.$$

Na schematickém obrázku řezu pyramidou si povšimněme pravoúhlého trojúhelníka ABC. Úhel ABC má  $51^{\circ}50'$ , což je přesně hodnota korespondující s úhlem v trojúhelníku o stranách  $a$ ,  $h$ ,  $c$ . Tento trojúhelník je jediný pravoúhlý trojúhelník se stranami, jejichž velikosti tvoří geometrickou posloupnost.



Ve skutečnosti je  $a : h = 0,785$  a  $h : c = 0,786$ , což je shoda skutečně nápadná, ale její předpoklady jsou příliš umělé a neodpovídají citu tehdejšího obyvatelstva a stavu tehdejší geometrie.

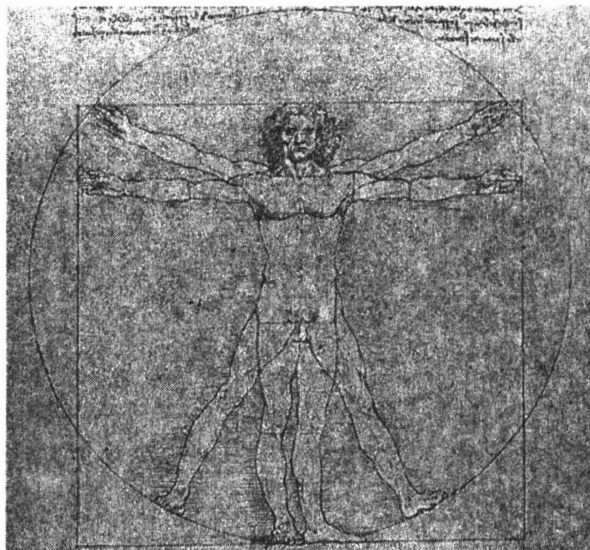
### Antika

Řecká kultura je dokonalým propojením vědy, umění a krásy. Základ vzdělání tvořilo sedmero svobodných umění – řecky *enkyklios paideia*. Tvořily je: gramatika, rétorika, dialektika, aritmetika, geometrie, astronomie a hudba. Díky rozvoji geometrie si Řekové osvojují základy perspektivy. Z řeckého malířství se mnoho památek nedochovalo, ale řadu kopií od antických autorů můžeme nalézt v Pompejích. Antičtí malíři používají jednoúběžníkovou perspektivu. Hrany se sbíhají do jednoho bodu a v zobrazovaných předmětech zůstává zachována rovnoběžnost. Problematické místo, kde se všechny přímky protnou, řeší umístěním postavy nebo architektonického prvku. Na zdech domů tak vzniká iluze dalšího prostoru vyobrazením nik, zahrad, balkónů apod. Mluvíme o tzv. „iluzivní perspektivě“. Důležité je, že si umělci už

uvědomují změny velikostí vůči vzdálenosti od pozorovatele a díky změně proporcí i změny tvarů. Např. seříznutý sloup s kruhovým řezem již zobrazí jako elipsu.

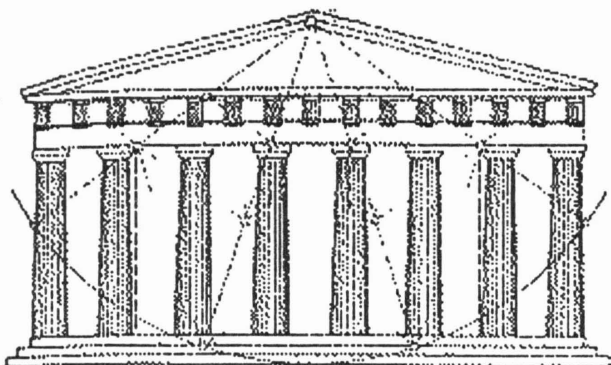
V sochařství antičtí umělci tvořili nejen na základě umělecké intuice, ale i pomocí vypočtených proporcí. Řekové si začali uvědomovat význam vztahu části k celku. Jsou-li např. proporce lidské postavy v určitých poměrech, můžeme vnímat figuru jako dokonalou. Pro správné zachycení postavy používali kánon, předpis pro „správné proporce“. Nejznámější je kánon, kdy v ideální lidské postavě má být obsáhnuto osm hlav.

Ondřejův kříž je dalším takovým kánonem, jehož autorem je římský stavitel Vitruvius. Podle něj se délka rozepjatých rukou rovná výšce těla a lze tedy postavu vepsat do čtverce. Vitruvius kolem postavy také opsal kružnici, jejíž střed umístil do pupku. Této tzv. Vitruviovy figury později používají i Leonardo da Vinci a Albrecht Dürer. Leonardo si tento kánon upravil. Nepoužívá čtverce, ale obdélníky, jejichž strany jsou v poměru zlatého řezu (v poměru  $0,618 : 1$ ). V renesanci se vůbec vyhledávají útvary a kompozice se zlatým řezem. Mnohem později zlatý řez zmiňuje i významný funkcionalistický architekt Le Corbusier ve své studii „Modulor“. Zformoval nový proporční systém, který se opírá o míry člověka a princip zlatého řezu.

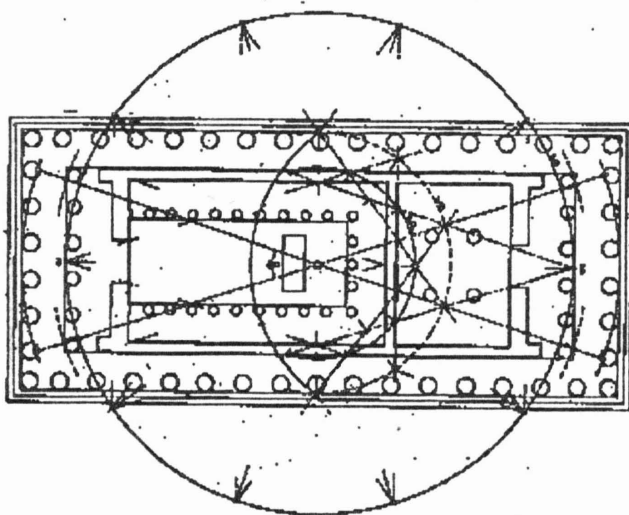


Leonardo da Vinci,  
studie lidské postavy (Vitruvius)

Staří Řekové zlatý řez znali a architekti Itkinos a Kaligrates ho mohli použít při stavbě chrámu Parthenón na Akropoli. Partheon je typický dórský chrám s osmi sloupy zepředu i zezadu a je nepochybně nejkrásnějším chrámem postaveným tímto stylem. Do průčelí Parthenónu můžeme nakreslit část pravidelného desetiúhelníka, který má souvislost se zlatým poměrem.



A nejenom tam. Na schématu půdorysu tohoto monumentu nalezneme další desetiúhelníky vepsané soustředným kružnicím.



Řekové viděli v číslech krásu a milovali ušlechtilé tvary. Své pokračovatele našli i mnohem později např. v gotice při stavbě chrámu Notre-Dame v Paříži, v kompozici fasád chrámů ruské architektury 12. století, v dílech architekta Le Corbusiera nebo v architektuře budovy Organizace spojených národů v New Yorku.



V nových společenských podmínkách řecké otrokářské demokracie se začalo rozvíjet logické uvažování, což umožnilo vznik axiomaticko-deduktivní výstavby matematických teorií s logickým způsobem dokazování platnosti jednotlivých vět. Nejznámější knihou napsanou na tomto základě, se staly Eukleidovy „Základy“ („Stoicheia“) ze 3. století př. n. l. V Řecku se poprvé v historii matematiky objevuje matematický důkaz. Na vznik matematických pojmů a operací s nimi působily praktické podněty (obchod, peněžnictví, zeměměřičství, mořeplavby, astronomie).

Velmi zajímavou postavou byl Pythagoras, který tvrdil, že vše lze převést na číselný princip a číslům přiřazoval různé vlastnosti. Číslo pro něj tvořilo základ všeho. Bod jako prvek nejmenší vymezenosti – jeden bod je bod, dva body jsou úsečka, tři body tvoří trojúhelník, čtyři body prostorové těleso a součet těchto čísel dává číslo deset, které považoval za magickou konstrukci vesmíru a na tomto základě pak hledal on i jeho následovníci vztahy mezi věcmi. Velkou pozornost věnoval geometrii – Pythagorova věta. Přívrženci jeho filozofie se nazývají pythagorejci, šlo o řecké filozofy obývající řecké osady na jihu Itálie a příslušníky Pythagorovy školy.

Další významný matematik byl Eukleidés. O Eukleidově životě víme velmi málo. Narodil se v Řecku, studoval snad v Athénách na Platónově Akademii, kde se geometrii naučil od Eudoxa a Theaitéta. Král Ptolemaios I. (323 – 283 př. n. l.) ho povolal do nově založené Alexandrijské knihovny (či Musea), kde pracoval a snad také učil. Mezi jeho žáky patřil také Archimédés. Eukleidovým nejvýznamnějším dílem jsou třináctidílné „Základy“ („Stoicheia“) založené na systému ústředních axiomů geometrie, které další dva tisíce let určovaly evropské geometrické myšlení.

*Pokračování příště*

*Mgr. Dana Pavlíková*

*Ústav matematiky a statistiky MU*

*Kotlářská 2, 611 37 Brno*

*e-mail: xpavlik1@math.muni.cz*