

Bohdan Zelinka

Poznámky o neřešitelných úlohách ve škole

Učitel matematiky, Vol. 10 (2002), No. 1, 52–53

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/150479>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2002

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

POZNÁMKY O NEŘEŠITELNÝCH ÚLOHÁCH VE ŠKOLE

BOHDAN ZELINKA

Tyto poznámky se týkají článku E. Kupkové [1], který popisuje, jak byla žákům 3. třídy základní školy předložena známá úloha o třech domech a třech studních a oni měli sami přijít na to, že nemá řešení.

POZNÁMKA 1. *Žákům byla dána neřešitelná úloha.*

To je určitý precedens. Dosud se žáci opravdu snažili poctivě řešit jakoukoliv úlohu. Vycházeli z důvěry k učitelům, z úvahy, že pokud by byla úloha neřešitelná, učitelé by jim ji nedávali. Teď náhle poznali, že mohou dostat i úlohu neřešitelnou. Nyní je jaksi legalizováno „házení flinty do žita“. Dostane-li žák velmi těžkou úlohu, musí mu učitel přiznat právo napsat „Úloha je neřešitelná“. Že neuvede důkaz tohoto tvrzení? To přece po třetákovci nelze chtít. A třeba nemusí být úloha ani příliš obtížná. Stačí, když žák bude zrovna líný a přivítá tak možnost ukončit lopotu nad domácím úkolem napsáním zmíněné věty. (A může se to projevit i v jiných předmětech.)

POZNÁMKA 2. *Úloha byla formulována pseudoprakticky.*

Původní verze se týká domů a studní. Zde byla předložena modernizovaná verze, v níž se mluví o elektřině, vodě a plynu. Úloha se tváří jako praktická. Není však důvod, proč by se elektrické vedení, vodovod a plynovod měly vést v rovině bez křížení. Pokud žák spojuje domky, není to „podfuk“, ale upřímná snaha řešit praktický problém. Je to možné ještě jednodušeji. Všechna vedení zavedeme do jednoho domku a z něho pak do dvou ostatních (nebo dokonce do neomezeného počtu ostatních) tato vedení vedeme vždy po třech rovnoběžných úsečkách. Při tom se snadno připustí, že uvnitř domu je možné křížení, které by nebylo možné venku.

Rozhodně by tedy byla vhodnější původní verze o třech domech a třech studních.

POZNÁMKA 3. *U úlohy není jasné, zda vůbec patří do matematiky.*

Čtenářům tohoto časopisu to ovšem jasné je. Jakou však má o rozsahu matematiky představu žák prvního stupně základní školy? Moje generace tehdy neměla žádnou matematiku, ale počty. Matematika byla až od šesté třídy a tam také začalo rozdělení na aritmetiku a geometrii. (Určité základní poznatky z geometrie však byly už v páté třídě.) Předpokládám, že i v dnešní třetí třídě jde prakticky jen o počty. Úloha o domech a studních patří do teorie grafů nebo snad ještě spíše (pokud nemůžeme rovnou vycházet z Kuratowského věty jakožto známého faktu) do topologie. Žák by asi řekl, že čmárání nějakých křivých čar by patřilo spíše do výtvarné výchovy (za mé generace zvané kreslení). Nezatěžujme mu hlavu tím, že graf může být také něco jiného než graf funkce. A vysvětlit v plné šíři, co je topologie, je těžké i dospělému člověku.

POZNÁMKA 4. *A co tedy dělat?*

Chceme-li ukázat, že se v matematice dokazuje, máme krásnou možnost – důkaz sporem, který je existenciální a nekonstruktivní. Jde o důkaz, že prvočísel je nekonečně mnoho. To je pochopitelné i pro třetíáky. A neřešená úloha? Může to být úloha určit číslo „jedna lomeno nulou“. To by mělo být takové číslo, jehož součin s nulou by byl roven jedné. Uvědomíme-li si, že součin libovolného čísla s nulou je opět nula, vidíme, že takové číslo neexistuje. Podobná úloha v geometrii je sestavit tečnu ke kružnici z jejího vnitřního bodu. Žák může vyzorovat (nikoliv dokázat), že každá tečna kružnice obsahuje jeden bod kružnice a všechny její ostatní body jsou vně kružnice. Z toho plyne neřešitelnost úlohy.

Po důkazu věty o prvočíslech lze uvést, co jsou prvočíselná dvojčata a že nelze určit, zda je jich konečně nebo nekonečně mnoho. Jsou tedy v matematice věci, které se nevědí. A poctivě se to uvádí; není možno, aby si každý o tom tvrdil, co sám chce.

LITERATURA

- [1] Kupková, E., *Neriešitelná úloha v 3.ročníku ZŠ*, Učitel matematiky 9 (2001), 228-231.