Eva Patáková

Jak může učitel matematiky rozvíjet kreativitu žáků

Učitel matematiky, Vol. 20 (2012), No. 2, 97–104

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/149539

JAK MŮŽE UČITEL MATEMATIKY ROZVÍJET KREATIVITU ŽÁKŮ

EVA PATÁKOVÁ

Úvod

Zkoumání kreativity je poměrně rozsáhlé psychologické téma. Je možné je konkretizovat vzhledem k představě studenta kreativního v matematice, jak to dělá např. Sheffield (2008): podle ní kreativní student z pohledu řešení matematických problémů flexibilně zpracovává informace, přepíná mezi různými reprezentacemi situace tak, jak je to při procesu řešení problému vhodné, umí přepnout na obrácený styl myšlení, řeší problémy originálními způsoby, zkouší neobvyklé metody, usiluje o matematickou eleganci a jasnost, je zvědavý na vztahy mezi matematickými pojmy – ptá se „proč“ a „co když“, má energii a vytrvalost k řešení složitých problémů, ponořuje se za povrch problémů a pokračuje ve zkoumání i poté, co je problém vyřešen. Může však matematika (prostřednictvím práce učitele matematiky) pomoci k rozvíjení kreativity studenta jako obecného rysu studentovy osobnosti?

Deset rysů osobnosti kreativního jedince a jejich rozvíjení prostřednictvím matematických aktivit

Dacey a Lennon (2000) uvádějí v knize *Kreativita* deset rysů osobnosti kreativního jedince. Jedná se o toleranci vůči dvojznačnosti, stimulační svobodu, funkční svobodu, flexibilitu, ochotu riskovat, prodlevu uspokojení, oproštění od genderového stereotypu[11], vytrvalost a odvahu. Není sice výzkumně prokázáno, zda jsou tyto vlastnosti přímou příčinou kreativity jedince, jisté však je, že u kreativních jedinců se tyto vlastnosti vyskytují velmi často.

[11] V odborné literatuře někdy též nazýván „stereotypem sexuální role“.

Proto je oprávněný předpoklad, že pokud budeme u studentů tyto vlastnosti rozvíjet, přispíváme tím ke zvyšování jejich kreativity.

Zmíněné vlastnosti je možné rozvíjet i prostřednictvím aktivit čistě matematických. V dalším textu se zaměřím na krátkou charakterizaci zmíněných vlastností jako osobnostních rysů kreativní osobnosti podle Dacey a Lennon (2000) a ke každé uvedu alespoň jeden nápad, jak podle mého názoru můžeme tyto vlastnosti u studentů rozvíjet přímo v hodinách matematiky.

Tolerance vůči dvojznačnosti znamená zvládání situací, kde neexistuje vhodný rámec, který by naše chování směřoval. Jsou to situace, kdy není k dispozici dostatek informací, aby bylo možné zvolit jednoznačně další postup.

Toleranci vůči dvojznačnosti lze v matematice rozvíjet např. prostřednictvím úloh, které nevedou k jednoznačné cestě. Jedná se např. o úlohy s otevřeným koncem[12] nebo o záměrně nejednoznačně zadané úlohy.

Úloha s otevřeným koncem: *Zastupitelstvo města vyčlenilo jako nový městský park pozemek tvaru čtverce s délkou strany 500 m. Do něj chce umístit 25 okrasných keřů tak, aby vzdálenost mezi dvěma libovolnými „sousedními" keři byla konstantní, a tři kašny tak, aby tvořily rovnostranný trojúhelník a aby vzdálenost jednoho z nich od jednoho z rohů čtverce vymezujícího park byla dvakrát větší než jeho vzdálenost od jiného z vrcholů tohoto čtverce. Navrhněte, jak by mohl takový park vypadat, a zdůvodněte, proč se vám právě vaše řešení líbí. Jaká vzdálenost je ve vašem plánu mezi „sousedními" keři? Jaká je nejmenší/největší vzdálenost, kterou musí ujít návštěvník parku, který přelezl plot v rohu parku, aby se dostal k okrasnému keři? Jaká je vzdálenost kašen od branek parku, které jsou v polovinách stran čtverce omezujícího park?*

Úloha záměrně nejednoznačně zadaná[13]: *Narýsujte střední příčky pětiúhelníku.*

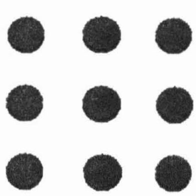
(Nejednoznačnost tkví v tom, že student pravděpodobně neví, zda střední příčka je spojnicí středů sousedních stran, nebo spoj-

[12] Kvalitním zdrojem úloh s otevřeným koncem jsou např. stránky matematické A-lympiády – viz [7].

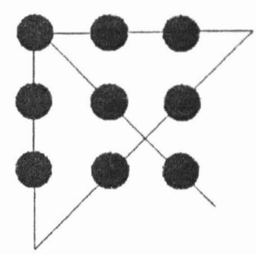
[13] Detailně o této úloze viz Patáková 2011.

nicí středů jakýchkoli stran pětiúhelníku. Situace vede k diskusi: Co je střední příčka u trojúhelníka? Lichoběžníka? Čtverce? ...)

Stimulační svoboda znamená odvahu vystoupit z vymezených hranic. I v psychologické literatuře (např. Dacey, Lennon 2000) se uvádí jako příklad prostředků k rozvíjení stimulační svobody logicko-matematické problémy, jejichž řešení vyžaduje oproštění se od „zaběhlého“. Úspěšný řešitel musí umět opustit omezení, která nejsou nikým daná, která si vlastně zbytečně ukládá sám. Konkrétním příkladem je známý „Problém devíti bodů“, pro jehož vyřešení je potřeba „vyjet“ ze čtverce naznačeného danými body – viz Obrázek 1.



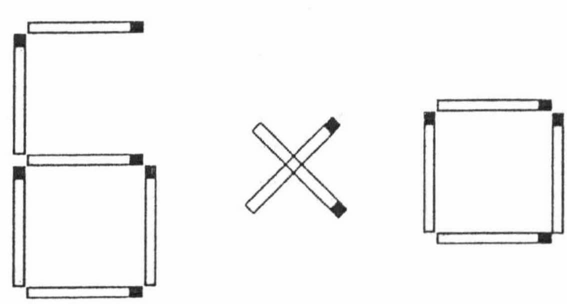
Propojte devět bodů na obrázku lomenou čarou složenou ze čtyř úseček.



Řešení

Obrázek 1: Problém devíti bodů

Dalším klasickým problémem rozvíjejícím stimulační svobodu je problém sestavit z 12 zápalek 6 čtverců. Známé řešení je oprostit se od zvyku řešit problémy tohoto typu v rovině a sestavit ze zápalek krychli – jejími stěnami je pak vymezeno právě 6 čtverců. Na Obrázku 2 uvádím ještě jiné řešení problému, které rovněž využívá stimulační svobodu.



Obrázek 2: Netradiční řešení problému s dvanácti zápalkami

Funkční svoboda znamená oproštění se od klasického využití, od klasického způsobu práce. Funkčně svobodný člověk dokáže např. využít past na myši jako závaží, není svázaný tím, že obvyklé využití pasti na myši je chytání myší.

Jako příklad, jak rozvíjet funkční svobodu v matematice, uvedu hru „Na kolik věcí si vzpomeneš?“ (Viz Tejkalová, Novotná 2011.) Žáci zde po skupinkách soutěží v tom, kdo si vzpomene na nejvíce věcí (matematických i nematematických), které mají nějakou vlastnost. (Např. jsou obdélníkové, dají se rozdělit na 7 stejných částí, ...)

Rozvíjením funkční svobody jsou také ukázky, jak využít nějaký matematický poznatek netradičně. K tomu může sloužit např. vhodné propojování zdánlivě nesouvisejících oblastí matematiky. Konkrétní příklad udává Vopěnka (v Eukleides 2010), který ukazuje eleganci geometrického důkazu komutativity násobení. Máme-li dokázat, že $13 \cdot 9 = 9 \cdot 13$, algebraická představa je pracná. (Má-li vlak 9 vagónů po 13 cestujících, zjevně je počet cestujících $9 \cdot 13$. Že je jich také $13 \cdot 9$, na to si již musíme představit např. očíslování cestujících v každém vagónu čísly od 1 do 13, pak je ve vlaku cestujících s číslem 1 devět, s číslem 2 také devět, ... – tedy $13 \cdot 9$.) Geometrický důkaz – vidíme-li obsah obdélníku jako grafické znázornění součinu délek jeho stran – je triviální, protože shodnost obdélníků s rozměry 9×13 a 13×9 je již zjevná.

Flexibilita znamená schopnost vidět celostní situaci, nikoli skupinu nekoordinovaných detailů. Flexibilitu rozvíjí např. „počítání s výhodou“. Existují snadné numerické úkoly typu $25 \cdot 17 \cdot 4$ – „s výhodou“ počítané jako $25 \cdot 4 \cdot 17$. Úlohy tohoto typu lze ale vytvářet i na procvičení pokročilejších dovedností – např. $\cos^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{4} + \sin^2 \frac{\pi}{4} + \cos^2 \frac{\pi}{3}$ – „s výhodou“ počítané jako $\left(\cos^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{3}\right) + \left(\cos^2 \frac{\pi}{4} + \sin^2 \frac{\pi}{4}\right) = \left(\cos^2 \frac{\pi}{6} + \sin^2 \frac{\pi}{6}\right) + \left(\cos^2 \frac{\pi}{4} + \sin^2 \frac{\pi}{4}\right) = 1 + 1 = 2$. Jako geometrický příklad slouží např. následující úloha[14]:

Je dán trojúhelník ABC ($|AB| = 5$ cm, $|BC| = 6$ cm, $|AC| = 7$ cm). Přímka CD je rovnoběžná s přímkou AB. Doplňte bod E tak, aby $|AE| = |CE| = 6$ cm (E leží v polorovině opačné

[14] Vlastní úloha použitá v soutěži Pikomat – viz [9].

k polorovině ACB). Přímka o je osa úsečky CE. Na ose o ve vzdálenosti 5 cm od C leží bod P (P leží v polorovině opačné k polorovině CEA). Bodem P veďte rovnoběžku p s přímkou CD. Zjistěte, v jaké vzdálenosti od A protíná přímka AB přímku p.

(Při pozorném čtení a vnímání situace jako celku je rovnou vidět, že dané přímky jsou rovnoběžné, jejich průsečík tedy neexistuje.)

Ochota riskovat je také obecná vlastnost důležitá pro život i tvorbu nejen kreativního jedince. Pro podávání co nejlepších výkonů bývá optimální střední ochota riskovat. Není jistě dobré vrhat se bezhlavě do maximálního rizika. Pokud však není jedinec ochotný žádného rizika, kreativní výkony nepodává, protože se drží v bezpečí osvědčených cest, do nového a originálního se nepouští.

Příkladem rozvíjení ochoty riskovat je písemná práce publikovaná sdružením Projekt Odyssea (viz [10]), kde si studenti sami vybírají různě náročné typy úloh s rozdílným bodováním. Zvolení vícebodové úlohy vyžaduje ochotu riskovat, že stráví velké množství času počítáním úlohy, kterou třeba nemusí zvládnout.

Vlastnost kreativních osob nazvaná *Preference zmatku* se nejlépe ukazuje na testu, kdy respondenti vybírají, které z obrázků ve dvojici se jim více líbí. Tvořiví lidé častěji vybírají obrázky složité a asymetrické. Já pro využití v matematice tuto vlastnost mírně posunu a jako preferenci zmatku označím alespoň toleranci, když už ne oblibu čísel, která dle jazyka studentů nejsou „hezká". Učebnice jsou dost často postaveny tak, že jako výsledky úloh se objevují relativně malá přirozená čísla nebo racionální čísla mající relativně malá přirozená čísla v čitateli i ve jmenovateli. Tento fakt často vede k tomu, že pokud řešením úlohy je např. číslo $\frac{\sqrt{113}}{29}$, student automaticky svému výsledku nedůvěřuje a hledá chybu ve svém řešení. Pokud toto číslo vyjde jako mezivýsledek úlohy, mnoho studentů ani není ochotných s ním dále pracovat. Vlastnost preference zmatku je tedy možné rozvíjet zadáváním úloh, ve kterých se čísla studenty obvykle nepokládaná za „hezká" vyskytují.

Prodlevou uspokojení je označována vůle pokračovat v práci, i když odměna (ať již materiální nebo nemateriální v podobě uznání a vnitřní spokojenosti z úspěšného dokončení úkolu) nepřichází hned. V reálné kreativní činnosti v běžném životě je tato vlastnost důležitá, protože málokdy lze provést kreativní počin rychle a okamžitě za něj dostat odměnu. Zde se pro učitele matematiky samozřejmě nabízí celá škála dlouhotrvajících aktivit. Ať se již jedná o projektovou výuku, průběžné matematické soutěže či jen problémové úlohy náročné na čas potřebný k jejich vyřešení, vždy se jedná o aktivity, kde žák nevidí výsledky své práce hned, je tudíž zpevňována ochota pokračovat v činnosti, i když odměna přijde až později.

Oproštění od genderového stereotypu je podle mě nejtěžší z hlediska rozvíjení matematickými aktivitami, i zde je však tato práce možná. Problém, který bychom se měli snažit odstranit, je, že společnost očekává od různých pohlaví různé hodnotové preference a různé způsoby chování v konkrétních situacích. Tvořivě úspěšný je člověk, který se nenechá omezovat žádnými stereotypy, tudíž ani genderovými stereotypy. Myslím si, že učitel v tomto směru zmůže více svou pedagogickou prací než matematickými aktivitami, je však možné a nepochybně i prospěšné zařazovat do výuky témata obecně považovaná za „typicky holčičí“ a „typicky klučičí“ – jak v rámci projektů, tak v rámci jednotlivých úloh. (Např. úlohy o receptu na svíčkovou, o motoru závodního auta, o nářadí v dílně, ...)

Vytrvalost projevují ti jedinci, kteří jsou schopni dlouhodobé práce. Tento povahový rys souvisí s prodlevou uspokojení, já jej však chápu jako více vztažený k vlastní práci jedince. Neboli vytrvalý jedinec je podle mého názoru ten jedinec, který dokáže řešit dlouhodobý úkol – dokonce bez ohledu na jinou odměnu, než je vnitřní uspokojení; jedinec, který při řešení problému vytrvá i přes přítomnost překážek, které se mu staví do cesty.

Učitel matematiky podporuje vytrvalost studentů mimo jiné jejich motivováním k řešení obtížných problémů, např. problémů z Matematické olympiády. (Oficiální stránky Matematické olympiády – viz [8].)

Odvaha je vlastnost, kterou musí rovněž mít každý jedinec, který chce uspět se svými kreativními výsledky. Kreativní výsledky jsou totiž originální a nové, tzn. netypické. A pokud chceme uspět s netypickým řešením problému, pak zajisté riskujeme nepochopení, někdy dokonce výsměch svého okolí. Proto je odvaha nezbytným rysem osobnosti jedince, který je hodnocen jako kreativní.

Možností, jak může učitel matematiky posilovat odvahu studenta, je např. zpochybňování studentových řešení úloh. Dotčený student nejenže musí svůj názor před pedagogem obhájit (což znamená i rozvoj komunikace a argumentační schopnosti v matematice), musí si přitom ale natolik věřit, že se do diskuse s pedagogem pustí (tzn. rozvoj jeho sebevědomí a odvahy).

Závěr

Je zřejmé, že vztah oborů matematika a psychologie kreativity je obousměrný. Kreativita jedince pozitivně ovlivní jeho výkony v matematice a zároveň matematika může rozvíjet kreativitu jedince. Amabile (1992) ve své knize popisuje tři složky, které jsou nezbytné k úspěšnému a originálnímu vyřešení problému, a to *odborné schopnosti*, *kreativní schopnosti* a *motivaci k řešení problému*. Při výuce matematiky – v různé míře a záměrně i nezáměrně – rozvíjíme všechny tyto složky. V článku jsem ukázala několik námětů, jak u studentů v rámci matematiky kreativní schopnosti jako obecný rys osobnosti rozvíjet cíleně.

Literatura

[1] Amabile, T., *Creativity in Context*, Westview Press, Boulder, 1992.

[2] Dacey, J. S., Lennon, K. H., *Kreativita*, Grada, Praha, 2000.

[3] Eukleides, *Základy. Knihy VII – IX komentované Petrem Vopěnkou*, ZČU, Plzeň, 2010.

[4] Patáková, E., Rychlé metody tvorby úloh pro nadané žáky, *In* Zhouf, J. (Ed.) *Ani jeden matematický talent nazmar.* Praha : PedF UK, 2011, 18–28.

[5] Sheffield, L. J., Questioning Mathematical Creativity – Questions May be the Answer, *In* Leikin, R. (Ed.) *Proceedings of the 5th International Conerence on Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students.* Haifa : CET, 2008, 29–34.

[6] Tejkalová, L., Novotná, J., Aktivity pro rozvoj komunikace v matematice, *In* Lávička, M., Bastl, B. (Eds.) *Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol 2010 – sborník příspěvků.* Plzeň : Vydavatelský servis, 2010.

[7] Matematická A-lympiáda: http://www.fi.uu.nl/alympiade/en/ [cit. 12. 1. 2012]

[8] Matematická olympiáda: http://www.math.muni.cz/mo/ [cit. 12. 1. 2012]

[9] Pikomat: http://www.pikomat.unas.cz/ulohy/?s=212 [cit. 12. 1. 2012]

[10] Písemná práce – sdružení Odyssea: http://clanky.rvp.cz/clanek/c/G/1883/PISEMNA-PRACE-Z-MATEMATIKY.html/ [cit. 12. 1. 2012]

Grantová podpora
Příspěvek byl podpořen grantem GAUK č. 303511.

PhDr. Eva Patáková
Katedra matematiky a didaktiky matematiky PedF UK
M. D. Rettigové 4
116 39 Praha 1
e-mail: eva.patakova@email.cz