Učitel matematiky

Václav Vlk

Jak to vlastně je?

Učitel matematiky, Vol. 22 (2014), No. 2, 112–118

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/149462`

JAK TO VLASTNĚ JE?

VÁCLAV VLK[24]

V průběhu své praxe jsem mnohokrát dostal otázku

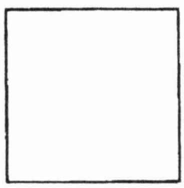
Je čtverec obdélníkem?

Pokusme se tuto problematiku ujasnit.

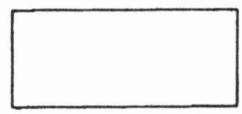
Dítě se seznamuje s mnoha matematickými pojmy podobně jako s pojmy běžného života jazykovou praxí. Tak poznává např. malá přirozená čísla, ale i geometrické útvary jako kruh (kolečko), čtverec, trojúhelník, krychle (kostka), ... Ve škole se pak tyto a mnohé další pojmy upřesňují. Není ovšem pravda, že „v matematice je každý pojem přesně definován" (jak se píše v učebnici [1], s. 7). Ať chceme nebo nechceme, představy o pojmech, s nimiž se dítě častěji setkává, si uchovává. „Proces přeměny přirozeného jazyka v terminologický jazyk nějaké disciplíny je nekonečný"..., slova běžného jazyka představují „po staletí vrstvenou moudrost" ([6], s. 27). „Náš jazyk, i kdybychom ho kdovíjak ždímali a natahovali, se nedokáže odtrhnout od svých kořenů, spočívajících ve vnímání, představivosti a logice, které nám vnucuje svět" ([5], s. 16). Na obr. 1 vidí dítě čtverec, na obr. 2 obdélník. Ovšem učebnice geometrie pro gymnázia říká, že *obdélník je pravoúhlý rovnoběžník* a jeho *zvláštní případ je čtverec* ([7], s. 47). Analogicky můžeme říci, že rovnostranný trojúhelník je zvláštní případ trojúhelníku nebo že jezevčík je zvláštní případ psa. Abychom popsali zvláštní případ jevu, pak k vlastnostem, které jev charakterizují, přidáme nějakou vlastnost další. Kdybychom měli explicitně vysvětlit, co znamená „zvláštní případ", museli bychom asi připustit, že množina Q čtverců roviny je podmnožina množiny O všech obdélníků roviny (obr. 3), tedy, že každý čtverec je obdélníkem. Na otázku

[24] Stařičký učitel odpovídá na dotazy vaše a vašich žáků. Dotazy adresujte redakci. Uvítám ovšem i reakce mladé učitelské generace na mé odpovědi.

Co je nakresleno na obr. 1 pak musíme uznat za správnou odpověď *Obdélník*. S tím by patrně málokterý učitel souhlasil. Z druhé strany ve slovu obdélník můžeme vytušit, že délky stran obdélníku jsou „jen ob jednu" sobě rovny, že tedy čtverec by spíše neměl být zvláštním případem obdélníku.



Obr. 1



Obr. 2

V tomto smyslu vyjadřuje zcela jasné stanovisko *Slovník školské matematiky*: „Čtverec je rovnoběžník, jehož sousední strany mají stejnou velikost a jsou k sobě kolmé. Je zvláštním případem pravoúhelníku, ale není zvláštním případem obdélníku" ([8], s. 27). Tento přístup je v našich učebnicích spíše výjimkou než pravidlem, např. v Čechových učebnicích pro základní školu je volen tento postup: „Obdélník je takový čtyřúhelník, jehož každé dvě sousední strany stojí na sebe kolmo .... Obdélník může míti oba rozměry stejné. Pak se jmenuje čtverec" ([2], s. 49, 53).

Tyto terminologické problémy nemá přirozeně jen česká didaktika, je to doklad jejich jakýchsi objektivních příčin. K tomu se vrátíme v další části. Zde jen poznamenejme, že v angličtině se pro obdélník, asi dosti zřídka, používá termín „oblong", přičemž jak známo, toto slovo znamená „podlouhlý". Je to tedy ještě silnější argument proti tomu, aby čtverec byl zvláštní případ obdélníku, a v anglických učebnicích patrně převažuje termín „rectangle" tedy „pravoúhelník".

Na okraj poznamenávám, že anglická didaktika se nebojí používat slova z „dětského" slovníku pro základní geometrické útvary — ovšem patrně jen na úrovni základní školy. Tak např. „ball" (míč) je koule, „disc" (disk) je kruh a „kite" (drak) je deltoid.

Z toto, co jsem dosud uvedl, je zřejmé, že na otázku, zda je čtverec obdélníkem můžeme dát odpověď ano nebo ne, a obě budou správné — podle „didaktického okolí", podle příslušných definic.

Přijmeme-li např. definici: *Obdélník je čtyřúhelník se shodnými úhlopříčkami, které se vzájemně půlí,* je zřejmé, že čtverec je podle této definice obdélníkem.

Doplníme-li definici požadavkem, aby úhlopříčky nebyly k sobě kolmé, vyloučíme z množiny obdélníků množinu čtverců.

Otázky, kterými se zde zabýváme, odkazují na obecnější problém: přístup k vyučování. Můžeme zde rozlišit dvě polarity: přístup *logický* a přístup *psychologický*. Přístup logický ilustrujme příklady z citovaných Čechových učebnic. V učebnici pro 7. ročník ZŠ se píše např.: *Čtverec je takový čtyřúhelník, který je zároveň obdélníkem i kosočtvercem* ([3], s. 93). Tato věta je jistě z logického hlediska správná, neboť podle příslušné učebnice obdélník je takový čtyřúhelník, jehož všechny úhly jsou pravé a kosočtverec je takový čtyřúhelník, jehož všechny strany jsou si rovny.

Je však psychologicky a jazykově nevhodné učit, aby žáci viděli v obr. 1 kosočtverec a obdélník.

Je iluzí nezkušených učitelů, že pojmy se zavádějí definicemi. Ani matematické poznání samo nezačíná definicemi. Začíná studiem problémů, v jehož průběhu se utváří potřeba tvoření pojmů, získávají se představy o studovaných jevech a na jisté úrovni poznání vznikne potřeba pojem vymezit a označit názvem. Z předchozího výkladu je snad zřejmé, že názvy jsou konvencemi, na nichž by se měla matematická komunita dohodnout. To ovšem nefunguje „celosvětově", nefunguje to ani v naší matematické společnosti. Ilustrujme to např. odpověďmi na otázku

Co je to trojúhelník?

T_1: A, B, C jsou tři body, které neleží v přímce. Trojúhelník ABC je průnik polorovin ABC, BCA, CAB ([7], s. 22).
T_2: A, B, C jsou tři body, které neleží v přímce. Trojúhelník ABC je omezená část roviny ohraničená úsečkami AB, BC, AC (volně podle [8], s. 109).
T_3: A, B, C jsou tři body, které neleží v přímce. Trojúhelník ABC je množina všech bodů X všech úseček AY, kde Y je libovolný

bod úsečky BC (metodický text [4]).
T_4: A, B, C jsou tři body, které neleží v přímce. Trojúhelník ABC je uspořádaná trojice bodů A, B, C v rovině, které souhlasí s kladnou orientací roviny ([9], s. 22).

Přenechávám čtenáři, aby zhodnotil vhodnost prvních tří definic trojúhelníku, které z různých didaktických pozic zavádějí týž pojem. Definice T_4 uvádí ovšem pod stejným názvem pojem zcela odlišný. Např. obrazem trojúhelníku ABC v osové souměrnosti není trojúhelník ABC, neboť orientace těchto dvou trojúhelníků je různá.

Závěry

Na otázku položenou v úvodu můžeme dát kvalifikovanou odpověď jen v rámci didaktického kontexu. Konečně na libovolnou otázku můžeme hledat odpověď jen se znalostí potřebných souvislostí. Podle mého názoru bychom na základní škole měli preferovat hlediska psychologická, související s představami, které si žáci o pojmu již vybudovali, a s jazykovými zvyklostmi. Tedy čtverec by neměl být zvláštním případem obdélníku, tím méně pak kosočtverce. V souvislosti s definicemi příslušných pojmů (a ty jsou nutné zejména když studujeme vztahy mezi pojmy a dokazujeme věty) je účelné dávat přednost těm definicím, které co nejméně boří žákovské představy. Tedy raději zavést pojem pravoúhelníku jako nadřazený pojem pojmu obdélník a čtverec. Vzniklé terminologické problémy je nutno prodiskutovat a doložit příklady.

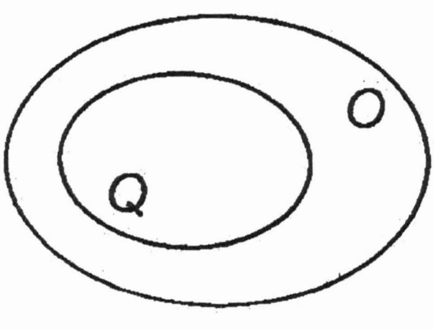
Dodatek

Ti z vás, kteří jste, podobně jako autor tohoto příspěvku, zažili etapu „množinového opojení“, si jistě rádi vyřeší typické úlohy této doby. Připomeňme si nejdříve potřebná označení a definice.
R je množina rovnoběžníků (čtyřúhelníků, které mají dvě dvojice rovnoběžných stran),
O je množina obdélníků (pravoúhelníků, které nemají shodné všechny strany),
Q je množina čtverců (pravoúhelníků, které mají shodné všechny strany),

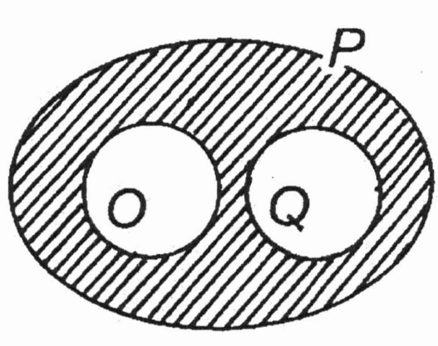
L je množina lichoběžníků (čtyřúhelníků, které mají právě dvě strany rovnoběžné),
K je množina kosočtverců (čtyřúhelníků, které mají shodné všechny strany, ale nemají shodné všechny úhly),
D je množina deltoidů (konvexních čtyřúhelníků, které jsou souměrné podle jediné osy),
U je množina konvexních čtyřúhelníků, které mají shodné úhlopříčky,
P je množina čtyřúhelníků, jejichž úhlopříčky se půlí,
T je množina tečnových čtyřúhelníků (čtyřúhelníků, jimž lze vepsat kružnici),
S_1 je množina konvexních čtyřúhelníků, které jsou souměrné aspoň podle jedné osy,
S_2 je množina čtyřúhelníků, které jsou souměrné podle právě dvou os.

Nakreslete množinový diagram množiny Z všech konvexních čtyřúhelníků s těmito podmnožinami.
a) K, D, Q, R, T,
b) R, P, U, O, Q, L,
c) O, Q, L, S_1, S_2.

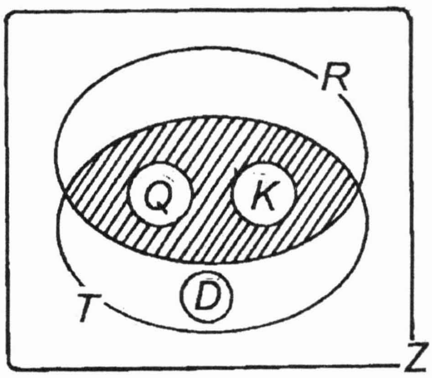
Množinovou inkluzi znázorněte podle obr. 3, disjunktní množiny podle obr. 4. Oblasti, do nichž nenáleží žádný prvek, znázorněte šrafováním. Výsledky řešení úloh jsou na obr. 5, 6, 7.



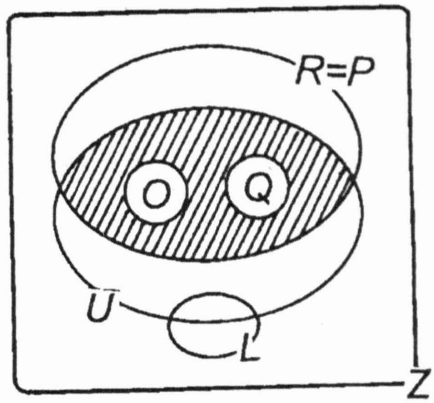
Obr. 3



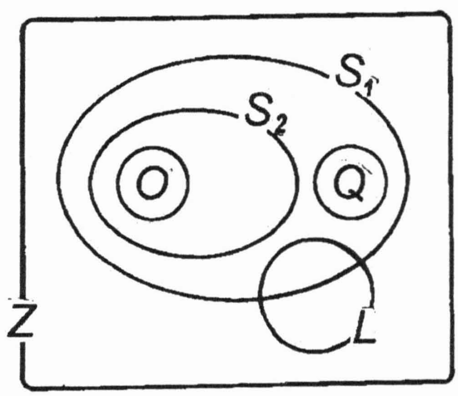
Obr. 4



Obr. 5



Obr. 6



Obr. 7

Literatura

[1] Bušek, I., Boček, L., Calda, E., *Matematika pro gymnázia. Základní poznatky z matematiky*, Prometheus, Praha, 1992.

[2] Čech, E. a kol., *Geometrie pro první třídu středních škol*, Státní nakladatelství, Praha, 1950.

[3] Čech, E. a kol., *Geometrie pro druhou třídu středních škol*, Státní nakladatelství, Praha, 1950.

[4] Kabele, J., Janků, M., *Metodický text pro učitele k učebnici Matematika pro 2. ročník ZŠ*, SPN, Praha, 1976.

[5] Kołakowski, L., *Metafyzický horor*, MF, Praha.
[6] Piťha, P., *Hledání učitele*, Ped. fak. UK, Praha, 1996.
[7] Pomykalová, E., *Matematika pro gymnázia. Planimetrie*, Prometheus, Praha, 1993.
[8] *Slovník školské matematiky*, SPN, Praha, 1981.
[9] Švrček, J., Vanžura, J., *Geometrie trojúhelníka*, SNTL, Praha, 1988.

Mgr. Václav Vlk
Integrovaná základní škola
123 45 Horní Dolní
e-mail: Vlk@dotazovna.cz

ABSTRACT

The article looks into the question whether the article is a special case of a rectangle (as the Czech textbooks of the primary school use such a definition of a rectangle that a square is not its special case). The author considers mathematical, didactic and psychological aspects of the situation of defining a rectangle. The possible definitions of other geometric shapes are discussed. Finally, some tasks are given which come from the era of New Maths for readers to solve.