

Učitel matematiky

František Kuřina

Nevyléčitelná choroba vizuální kultury

Učitel matematiky, Vol. 23 (2015), No. 3, 185–192

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/149433>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2015

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

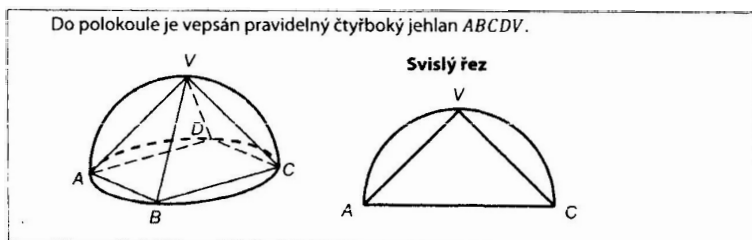


This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:
The Czech Digital Mathematics Library <http://dml.cz>

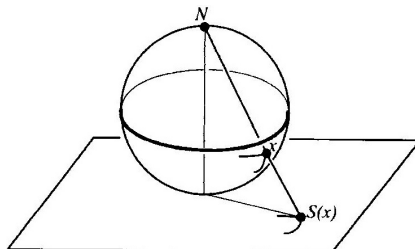
NEVYLÉČITELNÁ CHOROBA VIZUÁLNÍ KULTURY

FRANTIŠEK KUŘINA

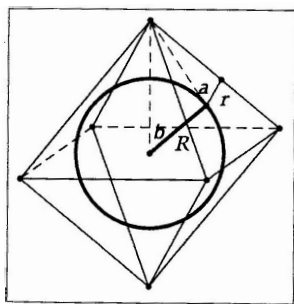
Bezprostředním podnětem k napsání tohoto článku byl obr. 1 z Písemné maturitní zkoušky z matematiky 2014, obr. 2 z knihy (Henderson, 1996) a obr. 3 z článku (Zazkis, Sinitsky & Leikin, 2013). Prohlédněte si tyto obrázky a zamyslete se nad tím, proč tyto ilustrace nelze považovat za správné. Nejdříve si však připomeneme trochu „teorie“. Navzdory zcela elementárním geometrickým poznatkům se chybná geometrická znázornění neustále vyskytují v literatuře naší i zahraniční.



Obr. 1



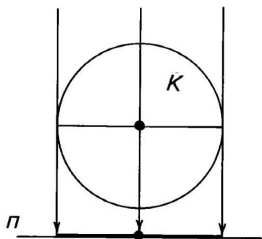
Obr. 2



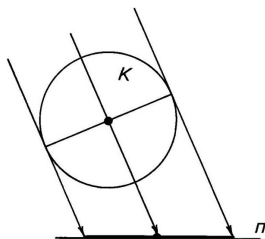
Obr. 3

1. Průmět koule

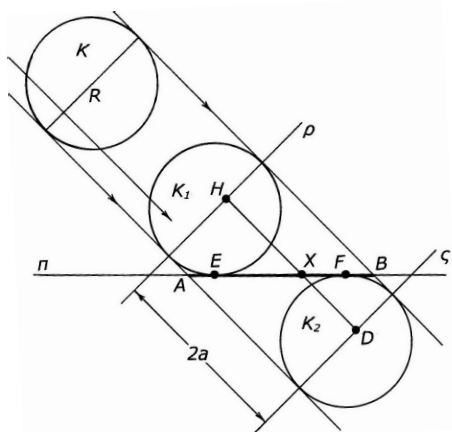
Pravoúhlým průmětem koule K je kruh (obr. 4). Kosoúhlým průmětem koule je elipsa (obr. 5). Toto tvrzení lze snadno dokázat. Vepišme „promítacímu válci“ kulové plochy K koule K_1, K_2 , které se dotýkají průmětny π v bodech E, F (obr. 6). Tyto kulové plochy se dotýkají promítacího válce v kružnicích ležících v rovnoběžných rovinách ρ a σ . Vzdálenost těchto rovin označme $2a$. Pro libovolný bod X průmětu kulové plochy platí (v označení podle obr. 6) $|EX| = |XH|$ (EX je úsek na tečně kulové plochy v rovině průmětny π , HX je úsek na tečně kulové plochy na povrchu promítacího válce a úsečky na tečných z bodu ke kulové ploše jsou shodné). Ze stejných důvodů platí $|FX| = |XD|$. Protože $|HX| + |XD| = 2a$ (vzdálenost rovnoběžných rovin ρ a σ), je $|XE| + |XF| = 2a$. Body E, F jsou tedy ohnisky elipsy s hlavní osou $2a$, která je průmětem koule.



Obr. 4



Obr. 5



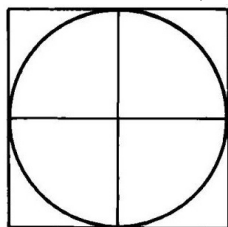
Obr. 6

Protože obrysem kosoúhlého průmětu koule je průmět rov-
níku R , v němž se dotýká kulová plocha promítacího válce, do-
kázali jsme, že kosoúhlým průmětem kružnice je elipsa.

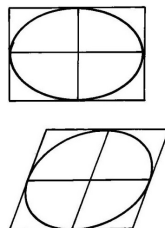
Pro kreslení průmětu kružnice je účelné si uvědomit tyto sou-
vislosti:

Průměry kružnice nebo elipsy, pro které platí, že tečny v kraj-
ních bodech jednoho jsou rovnoběžné s druhým, se nazývají sdu-
žené průměry.

Sdružené průměry kružnice jsou k sobě kolmé a tečny v jejich
koncových bodech vytvářejí čtverec (obr. 7). Tečny v koncových
bodech sdružených průměrů elipsy vytvářejí rovnoběžník, který
může být obdélníkem (obr. 8.)



Obr. 7

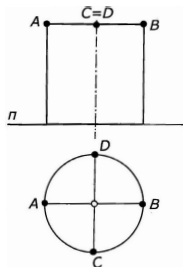


Obr. 8

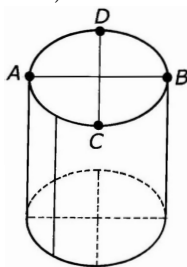
V deskriptivní geometrii se dokazuje tzv. *Rytzova konstrukce* os elipsy z jejich sdružených průměrů, viz např. učebnici (Pomykalová, 2010), hlavní osa elipsy je částí ostrého úhlu sdružených průměrů.

2. Průmět rotačního válce

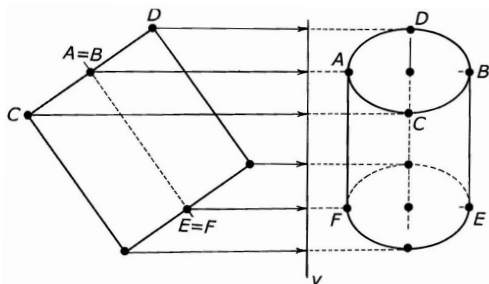
Pravoúhlými průměty rotačního válce s podstavou v půdorysně jsou kruh a obdélník (obr. 9). V učebnicích se nejčastěji zobrazuje válec podle obr. 10. To může být pravoúhlý průmět válce, jehož osa není ani rovnoběžná, ani kolmá k průmětně ν (obr. 11, v levé části je znázorněno, jak vzniká obraz v pravé části). Výška válce se přitom nepromítá do skutečné velikosti. Jde vlastně o obraz válce v pravoúhlé axonometrii, kde ovšem bývá osa válce ve svislé poloze a průmětna s ní svírá ostrý úhel. Zájemce opět odkazují na již citovanou učebnici (Pomykalová, 2010).



Obr. 9

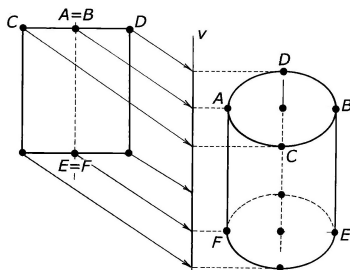


Obr. 10



Obr. 11

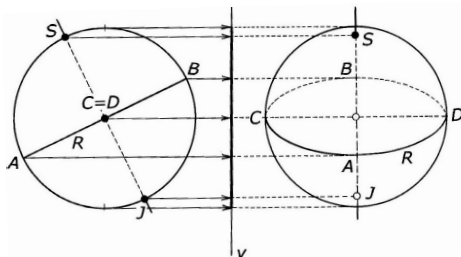
Obr. 10 mohl ovšem vzniknout i jako kosoúhlý průmět válce do roviny ν v případě, že promítací rovina osy válce je kolmá k průmětně. Sdružené průměry AB, CD horní podstavy válce se promítnou do os elipsy, která je průmětem horní podstavy válce (obr. 12). Obdélníkový řez $ABEF$ válce je rovnoběžný s průmětnou a promítá se tedy ve skutečném tvaru i velikosti.



Obr. 12

3. Chyby v geometrických ilustracích

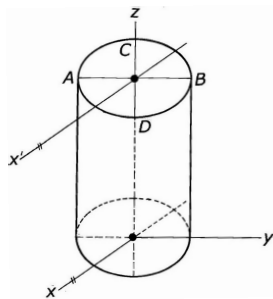
Na obr. 1, 2, 3 jsou průměty koule kruhy. Jedná se tedy o pravoúhlé průměty. Na obr. 1 a 2 jsou obrazy rovníku elipsy (nikoliv úsečky nebo kružnice). Rovina rovníku R není tedy ani rovnoběžná, ani kolmá k nákresně ν (obr. 13). Pak ovšem průměty severního a jižního pólu S a J nemohou ležet na obrysu průmětu koule, ale v jejím vnitřku (na obr. 1 a 2 jsou póly označeny V a N). Ačkoliv je tedy na obr. 1 zobrazena polokoule v promítání pravoúhlém, je jehlan $ABCDV$ polokouli vepsaný zobrazen v promítání kosoúhlém.



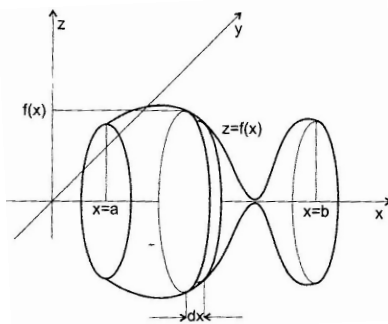
Obr. 13

Na obr. 3, kde je zobrazen pravidelný osmistěn ve volném rovnoběžném promítání, má být kruh obrazem koule osmistěnu vepsané. Tímto průmětem měla ovšem být elipsa (obr. 5). Rovněž bod dotyku koule a stěny osmistěnu nemůže být zobrazen na obrysu koule. Na obr. 1, 2, 3 je tedy k zobrazení jedné prostorové situace použito dvou různých druhů zobrazení, což je chyba.

Při zobrazení válce se často setkáváme s obr. 14. Průměty k sobě kolmých souřadnicových os x a y by měly být při tomto zobrazení válce k sobě kolmé, nebo z druhé strany, průměr sdružený k průměru AB by měl být rovnoběžný s průmětem osy x (na obr. 14 by měl ležet v přímce x'). Obr. 14 je nesprávný. Podobná chyba se objevuje např. na obr. 15 rotačního tělesa (Fürst, 2004).



Obr. 14



Obr. 15

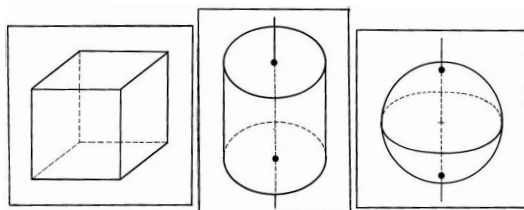
Závěry

Proč se chyby v zobrazování koule a válce neustále objevují v učebnicích i jiných publikacích? Jednou z příčin je patrně to, že škola věnuje této problematice malou péči.

Disciplína, která se zobrazováním geometrických útvarů programově zabývá, je deskriptivní geometrie. Učebnici *Evry Pomýkalové* z r. 2010 považují za nejlepší z řady učebnic, které u nás v tomto oboru vznikly v posledních letech. O průmětech válce a koule je v ní dobře odborně pojednáno. Zdá se mi však, že je to učebnice „akademická“ v tom smyslu, že si nevšímá toho, jak se tato tělesa obvykle zobrazují např. v učebnicích matema-

tiky, tedy toho, co jsem se snažil v tomto článku vysvětlit pomocí obrázků 11, 12, 13 a 14. Je překvapující, že tyto otázky nevysvětluje ani *Metodika vyučování deskriptivní geometrii a rýsování* (Hradecký et al., 1966), ale např. ani žádná z těchto učebnic (Kraemer & Pivovarník, 1957), (Kochman, 1966), (Kraemer, 1979), (Kadleček & Malechová, 1996), (Klíma & Ingriš, 1934), (Kadleček & Gergelitsová, 2004). Vzhledem k tomu, že deskriptivní geometrie je dnes takřka vytěsněna ze vzdělávání, nemůžeme se výskytu zmíněné vizuální choroby příliš divit. Ale abych nekončil pesimisticky. Vysvětlení, jak vzniká názorný obrázek rotačního válce (obr. 11) – jsem přece jen v jedné krásné publikaci našel: v knize *F. J. Špály – Rýsování pro každého*, kterou vydal B. Kočí v Praze bez uvedení roku vydání. Podle písma odhaduji dvacátá léta minulého století.

Výtvarníci vědí, že člověka je vhodné kreslit zřepředu, koně ze strany a ještěrku shora (Gombricht, 1985). Krychli, válec a kouli kresleme tedy tak jako na obr. 16.



Obr. 16

Tematika, kterou jsem zde naznačil, by měla být součástí výuky matematiky na základní a střední škole. Jsem přesvědčen, že kdyby učitelé věnovali těmto otázkám náležitou péči, mohla by být nemoc vizuální kultury, o níž pojednává tento článek, vymýcena.

Literatura

- [1] Fürst, T., Molnár & J., Pohaněl, K. (2004). *Průvodce trojrozměrným prostorem*. Olomouc: UP.
- [2] Gombricht, E. H. (1985). *Umění a iluze*. Praha: Odeon.
- [3] Henderson, D. W. (1996). *Experiencing Geometry*. New York: Prentice Hall.

- [4] Hradecký, F., Zedek, M., Šimek, J. & Mikulčák, J. (1966). *Metodika vyučování deskriptivní geometrie a rýsování*. Praha: SPN.
- [5] Kadleček, J. & Malechová, I. (1996). *Základy zobrazovacích metod*. Praha: Matfyzpress.
- [6] Kadleček, J. & Gergelitsová, Š. (2004). *Základy rýsování pro základní školu*. Praha: Prometheus.
- [7] Klíma, J. & Ingriš, V. (1934). *Rýsování pro gymnázia*. Praha: JČMF.
- [8] Kochman, J., Macháň, F. & Schmidt, O. (1966). *Rýsování v 9. ročníku ZDŠ*. Praha: SPN.
- [9] Kraemer, E. & Pivovarník, J. (1957). *Rýsování pro osmý postupný ročník*. Praha: SPN.
- [10] Kraemer, E., Auxt, A., Brant, J. & Macháček, V. (1979). *Rýsování pro 8. ročník ZŠ*. Praha: SPN.
- [11] *Písemná maturitní zkouška z matematiky* (2014).
- [12] Pomykalová, E. (2010). *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus.
- [13] Zazkis, R., Sinitsky, I. & Leikin, R. (2013). *Coincidence or Rule. Mathematics Teacher*. Vol. 106, No. 9, 687–692.

Abstract

The article presents ways of drawing a sphere and a rotational cylinder using orthographic and oblique projections. Some examples are shown of incorrect drawings of these solids. Finally, the author criticises present geometry textbooks for not paying any attention to this issue and suggests that it should be part of teacher preparation programmes.

Prof. RNDr. František Kuřina, CSc.

Univerzita Hradec Králové

Přírodovědecká fakulta, Katedra matematiky

Rokitanského 62

500 03 Hradec Králové

e-mail: frantisek.kurina@uhk.cz