

Rozhledy matematicko-fyzikální

Martin Černohorský; Jana Musilová

Newtonovy pohybové zákony – retrospektiva a současnost (2. část). Vžitě mylné představy vyvolané literaturou, učebnicemi a tradiční výukou versus pravý obsah

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 96 (2021), No. 3, 42–58

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/149273>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2021

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Newtonovy pohybové zákony – retrospektiva a současnost (2. část)

Vžitě mylné představy vyvolané literaturou, učebnicemi
a tradiční výukou versus pravý obsah

Martin Černožorský, Jana Musilová, Přírodovědecká fakulta MU, Brno

Poznámka redakce. V tomto čísle časopisu vám ve spolupráci s Československým časopisem pro fyziku přinášíme druhou část článku o Newtonových pohybových zákonech. Zatímco v první části jsme se zabývali Newtonovými definicemi, axiomy a jejich překlady a interpretacemi, ve druhé části se zaměříme na Machovu kritiku a alternativu Newtonových axiomů a na vhodný výklad a interpretaci axiomů ve výuce fyziky.

7. Machova kritika a alternativa Newtonových axiomů

Ernst Mach věnuje ve svém rozsáhlém díle *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt* (Mechanika ve svém vývoji, líčeno historicko-kriticky) [1] Newtonovi téměř plnou desetinu rozsahu (strany 208–273). Ve druhé kapitole oddílu 7. Übersichtliche Kritik der Newtonischen Aufstellungen (Přehledná kritika Newtonových propozic) cituje osm Newtonových definic, tři zákony a charakteristiky jejich důsledků a dodává:

Snadno se vidí, že první dva zákony jsou dány již uvedenými definicemi. Podle nich není bez síly žádné zrychlení, a tedy jen klid nebo rovnoměrný přímočarý pohyb. Dále je zcela nepotřebná tautologie – poté, kdy zrychlení se uvede jako měřítko síly – říct ještě jednou, že změna pohybu je úměrná síle. Bylo by stačilo říct, že předeslané definice nejsou žádné libovolné matematické, ale že odpovídají zkušenostní zjištěným vlastnostem těles. Třetí zákon obsahuje zdánlivě něco nového. Už jsme však viděli, že bez správného pojmu hmotnost je nesrozumitelný, zatímco při pojmu hmotnost, jenž jako svébytný může být vyvozen z dynamických zkušeností, se stává už zbytečný.

Přídavek¹⁾ 1 obsahuje usnutí něco nového. Považuje však zrychlení tělesa K vyvolané tělesy M , N , P jako samozřejmě navzájem nezávislá,

¹⁾ „Přídavkem“ rozumí Mach Corollarium. Pozn. MČ.

zatímco by to mělo být nazváno výslovně jako zkušenostní fakt. Příklad 2 je jednoduchou aplikací zákona vysloveného v příkladu 1. Také ostatní příklady se ukazují jako deduktivní (matematické) výsledky z předchozích pojmů a zákonů.

To pleonastické, tautologické, nadbytečné Newtonových propozic je ostatně psychologicky pochopitelné, když si člověk představí badatele, který vycházejí ze svých, jemu běžných představ statiky má záměr vybudovat zásady dynamiky. Má v zorném poli pozornosti sílu hned jako tah nebo tlak, hned jako to, co určuje zrychlení. Když na jedné straně s představou tlaku, který je všem silám společný, hned poznává, že všechny síly jsou také entity určující zrychlení, tak ho tato dvojí představa zavede k jinde roztržštěnému, málo jednotnému obrazu nových zásad.²⁾

Slova „pleonastické“, „tautologické“, „nadbytečné“ představují zbytečně tvrdý a neoprávněný odsudek. V poslední větě předchozího citátu kritizuje Mach (vinou nepochopení vyplývajícího možná z Newtonovy formulační stručnosti) skutečnou podstatu druhého axiomu, tj. jeho Newtonem nepochybně zamýšlený smysl. Nezůstává však u pouhé kritiky. Avizuje, že Newtonovy axiomy lze vyjádřit „jednodušeji, výstižněji a srozumitelněji“, a také podává vlastní výklad, založený na definicích a tzv. „zkušenostních větách“:

I v případě, že se postavíme zcela na Newtonovo stanovisko a odhlédneme od zmíněných komplikací a neurčitostí, které stručným poukazem na „čas“ a „prostor“ mohou být jen skryty, ne však odstraněny, lze Newtonovy propozice nahradit mnohem jednoduššími, metodicky uspořádanějšími a uspokojivějšími. Podle našeho zdání by to byly asi tyto:

- a) Zkušenostní věta:** Proti sobě stojící tělesa určují za jistých okolností udaných experimentální fyzikou vůči sobě opačně orientovaná zrychlení ve směru jejich spojnice. (Věta o setrvačnosti je v tom již obsažena.)
- b) Definice:** Poměr hmotností je negativní převrácený poměr vzájemných zrychlení.
- c) Zkušenostní věta:** Poměry hmotností jsou nezávislé na povaze fyzikálních stavů těles (jde-li o stavy elektrické, magnetické atd.), jež určují vzájemná zrychlení a zůstávají stejné, ať získány zprostředkovaně, nebo bezprostředně.

²⁾Viz [1].

d) Zkušební věta: Zrychlení, která více těles A, B, C, \dots na jednom tělese K vyvolají, jsou navzájem nezávislá. (Z toho bezprostředně plyne věta o rovnoběžníku sil.)

e) Definice: Hybná síla je součin hmotnosti tělesa a vyvolaného zrychlení.

Věty a) až e) jsou již v mé poznámce „o definici hmotnosti“ v *Carlově „Repetitorium der Experimentalphysik“, Bd. IV, 1868, otištěno ve spise „Erhaltung der Arbeit“, 1872; 2. Aufl. Leipzig 1909 (srov. ještě Poincaré, „Le Science et Hypothèse“, Paris, s. 110) – viz [2].*

Čtenář necht' posoudí „jednoduchost, výstižnost a srozumitelnost“ Machova přístupu.

V souvislosti s definicí e) však přece jen dodejme, že již samotná dikce druhého axiomu i bez doprovodného komentáře v podstatě nepřipouští jeho interpretaci jako definice síly. Kvalitativně je pojem síla zaveden v Newtonově Definitio IV, jež skutečně má charakter definice. Z formulace druhého axiomu je pak jasně vidět, že síla určuje změnu hybnosti prostřednictvím úměry. Jde tedy o vektorovou veličinu (protože hybnost a její změny jsou vektorové veličiny), která kvantitativně charakterizuje působení okolí na těleso. Dále je přirozeně pochopitelné, že různé okolní objekty mohou na těleso působit podle obecně odlišných zákonitostí, takže „působící hybná síla“ zahrnuje všechna možná tato působení (jak konečností napovídá i Corollarium I). Nemůže tedy být druhý axiom definicí síly „jako takové“. Jeho význam je hlubší: umožňuje empiricky nalézat silové zákony a jejich prostřednictvím vybudovat pojem síla jako fyzikální veličiny.

Machova kritika a jeho alternativní přístup k axiomatizaci mechaniky dokládají, že Newtonovy axiomy zůstaly řadu desítek let ne zcela pochopeny i takovými velikány fyziky, jakým Mach bezesporu byl. Jeho renomé a autorita v odborném světě mají zřejmě svůj podíl na tradujících se zkreslených až chybných interpretacích základních principů klasické mechaniky.

Řada překladatelů a autorů zabývajících se interpretací Newtonových axiomů pohlíží na první axiom jako na důsledek druhého. Vyplyvá to především z jejich pojetí prvního axiomu jako postulátu týkajícího se jen translačního pohybu. Tento názor se stal bohužel takřka vžitým. Přispěla k tomu i zmíněná nepatřičně ostrá Machova kritika, která fakticky zpochybnila skutečnost, že trojice zákonů, které Newton sám později nazval axiomy, splňuje požadavky souboru axiomů: bezespornost, nezávislost a

úplnost. Takového omylu se Newton nedopustil. Toto tvrzení není jen věcí přesvědčení. Důkazem pro jeho oprávněnost je skutečnost, že na výsledné tři axiomy zredukoval Newton původních šest zákonů (podrobněji o nich viz např. v [3]). Nelze však pominout, že i přes poměrně ostrou kritiku Newtonovy koncepce principů mechaniky si Mach jeho díla velice vážil, jak se lze dočíst v jeho textech.

8. Newtonovy axiomy a školská fyzika

Neúplné, zavádějící či dokonce mylné interpretace Newtonových axiomů mají dopad i na výuku fyziky na základních, středních a vysokých školách. Žáci a studenti chápou Newtonovy axiomy (jako koneckonců i jiné fyzikální zákonitosti – typicky např. Pascalův a Archimédův zákon, problematiku statického tření apod.) jako poučky, které reprodukují bez hlubšího porozumění. Dokládá to fakt, že namnoze nejsou při řešení úloh schopni provést do důsledku fyzikálně správnou úvahu týkající se silového působení na objekt a využít Newtonovy zákony k řešení dynamických úloh. Namísto toho se uchylují k různým rutinním formálním postupům, které v případech složitějších úloh selžou, vycházejí z formulací, jimž nerozumějí, nedokážou vymezit objekty, které se sledovaným tělesem či hmotným bodem interagují, a zapsat odpovídající silové zákony pro toto působení či konstatovat, že některá síla je v pohybových rovnicích neznámou veličinou, kterou zjistíme teprve jejich řešením (typicky statické třecí síly, tahové síly vláken, tlakové síly podložek apod.). Zvlášť obtížnou a problematickou částí mechaniky je pro ně dynamika křivocaráho pohybu. Příčina je v jejich neporozumění Newtonovým zákonům a pojmu síla, ale také nedostatečné zázemí v oblasti kinematiky (pojmy tečné a normálové zrychlení). Pravda ovšem je, že učebnice fyziky hlubší pochopení principů, na nichž mechanika stojí, většinou příliš nemožňují. Naším primárním cílem však není kritika konkrétních učebnic. Zaměříme se na didakticky vhodný přístup k výkladu a interpretacím Newtonových axiomů ve výuce fyziky na středoškolské a vysokoškolské bakalářské úrovni.

Ještě si však všimněme několika ukázek typických studentských chyb vyplývajících z ne dost hlubokého pochopení Newtonových axiomů. Uvádíme příklady jednoduchých problémů z mechaniky a většinové studentské odpovědi. Protože doufáme, že příspěvek by mohli číst i studenti, kteří ještě nemají potřebné fyzikální zázemí, uvádíme stručně i odpovědi správné.

Problém 1. Předmět o hmotnosti m ležící na stole (v tíhovém poli Země).

Otázka

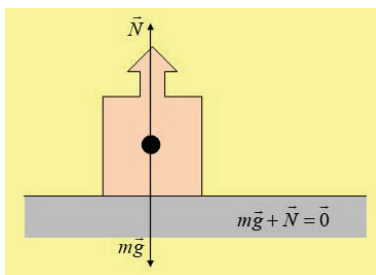
Jak velká je tlaková síla \mathbf{N} , jíž působí stůl na předmět?

Větštinová odpověď

$N = mg$, neboť tíhová síla a tlaková síla jsou akce a reakce.

Správná odpověď

Na předmět působí tíhová síla $m\mathbf{g}$ a tlaková síla podložky \mathbf{N} . Předmět je v klidu (vazební podmínka), takže je zřejmé, že jejich výslednice je nulová, tj. $\mathbf{N} = -m\mathbf{g}$. Síly jsou různé povahy (gravitační vs. elektromagnetická) a působí na totéž těleso.³⁾ Nejde o interakční síly podle třetího axiomu.



Obr. 1: Těleso v klidu na vodorovné podložce

Problém 2. Kostka leží na nakloněné rovině o úhlu sklonu α a je vůči ní v klidu.⁴⁾

Otázka

Jak velká je statická třecí síla, jíž nakloněná rovina působí na kostku?

Větštinová odpověď

Velikost statické třecí síly je rovna součinu velikosti tlakové síly nakloněné roviny působící na kostku a koeficientu statického tření, $T_s = Nf_0$, nebo dokonce $T_s = Nf_0$.

³⁾Elementární tíhová síla působí na každý objemový element těles, působíště elementárních tlakových sil jsou rozložena ve styčné ploše tělesa a podložky. Protože těleso popisujeme modelem hmotného bodu, jsou působíště obou sil zakreslena do jednoho bodu (silový diagram).

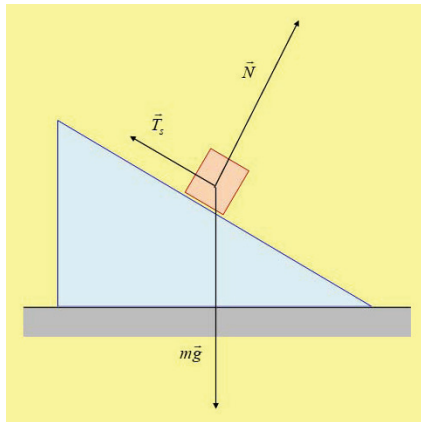
⁴⁾Působíště obou sil jsou zakreslena do středu kostky jako v silovém diagramu (viz též předchozí poznámku).

Správná odpověď

Na kostku působí Země tíhovou silou $m\mathbf{g}$, nakloněná rovina tlakovou silou \mathbf{N} a statickou třecí silou \mathbf{T}_s . Velikosti tlakové a statické třecí síly jsou předem neznámé (nemáme pro ně silový zákon). Protože je kostka v klidu (vzhledem k vztažné soustavě spojené se Zemí – považujeme ji za inerciální), je výslednice těchto sil nulová. Odtud

$$T_s = mg \sin \alpha, \quad N = mg \cos \alpha.$$

Vztah $T_s = N f_0$ není silovým zákonem, hodnota $N f_0$ určuje největší přípustnou velikost statické třecí síly. Velikost statické třecí síly se v konkrétním případě řídí podmínkou nulové výslednice (dokud nedosáhne hodnoty $T_{s,\max} = N f_0$).



Obr. 2: Kostka na nakloněné nepohyblivé rovině

Problém 3. Kostka na nakloněné rovině, která se po vodorovné podložce pohybuje se zrychlením \mathbf{A} . Tření mezi kostkou a nakloněnou rovinou je zanedbatelné.

Otázka

Jak velká je tlaková síla, jíž nakloněná rovina působí na kostku?

Většimová odpověď

Automatická odpověď bez přemýšlení $N = mg \cos \alpha$, nebo dokonce $\mathbf{N} = m\mathbf{g} \cos \alpha$.

Správná odpověď

Na kostku působí tíhová síla $m\mathbf{g}$, tlaková síla nakloněné roviny \mathbf{N} kolmá

FYZIKA

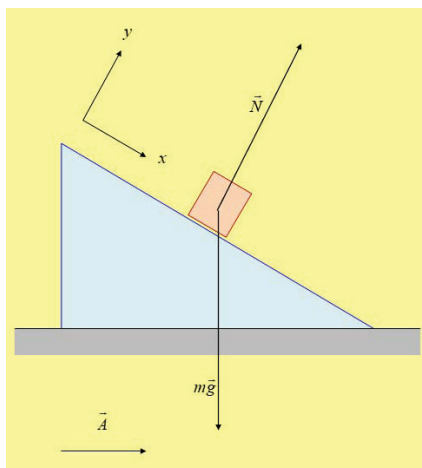
k nakloněné rovině, její velikost je zatím neznámá (nemáme pro ni silový zákon). Kostka se pohybuje po nakloněné rovině se zrychlením \mathbf{a} vzhledem k neinerciální vztažné soustavě spojené s nakloněnou rovinou. Druhý Newtonův zákon pro kostku:

$$m\mathbf{a} = m\mathbf{g} + \mathbf{N} - m\mathbf{A}$$

(kde člen $-m\mathbf{A}$ souvisí s neinerciálností vztažné soustavy – tzv. „fiktivní síla“). Odtud

$$ma_x = mg \sin \alpha - mA \cos \alpha, \quad 0 = -mg \cos \alpha + N - mA \sin \alpha,$$

neboť $a_y = 0$. Odtud $a_x = a = g \sin \alpha - A \cos \alpha$, $N = mg \cos \alpha + mA \sin \alpha$. Pro $A = 0$ dostaneme (pro studenty „obvyklý“) vztah $N = mg \cos \alpha$.



Obr. 3: Kostka na rovnoměrně zrychlené nakloněné rovině

Problém 4. Kuželové kyvadlo.

Otázka

Jaké síly působí na kuličku (správněji – jakými silami působí okolní objekty na kuličku)? Úlohu řešíme v laboratorní vztažné soustavě, kterou považujeme za inerciální.

Většinou odpověď

Na kuličku působí tíhová síla Země, tahová síla vlákna a dostředivá síla.

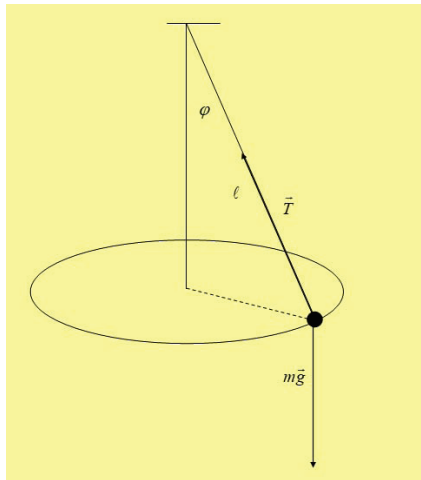
Dokonce také – na kuličku působí tíhová síla $Země$, tahová síla vlákna a odstředivá síla.

Správná odpověď

Na kuličku působí $Země$ tíhovou silou $m\mathbf{g}$ a vlákno tahovou silou \mathbf{T} . Aby se kulička pohybovala po kružnici ve vodorovné rovině, je třeba jí (při daném úhlu φ odklonu vlákna od svislého směru) udělit v okamžiku $t = 0$ vhodnou rychlost \mathbf{v} kolmo ke svislé rovině, v níž leží vlákno, v okamžiku $t = 0$ tak, že výslednice sil $m\mathbf{g}$ a \mathbf{T} je dostředivou silou. Platí

$$\mathbf{F}_d = m\mathbf{g} + \mathbf{T}, \quad F_d = \frac{mv^2}{l \sin \varphi} = mg \operatorname{tg} \varphi, \quad T = \frac{mg}{\cos \varphi}.$$

Studenty matou učebnicové obrázky, v nichž jsou síly $m\mathbf{g}$ a \mathbf{T} i jejich výslednice zakresleny společně. S odstředivou silou je třeba počítat v případě, že (neinerciální) vztažnou soustavu spojíme s pohybující se kuličkou.



Obr. 4: Kuželové kyvadlo

Problém 5. Matematické (rovinné) kyvadlo.

Otázka

Jakými silami působí okolí na kuličku a jaký směr má výslednice tíhové síly a tahové síly závěsu vzhledem k trajektorii kuličky v obecné úhlové poloze?

Většinou odpověď

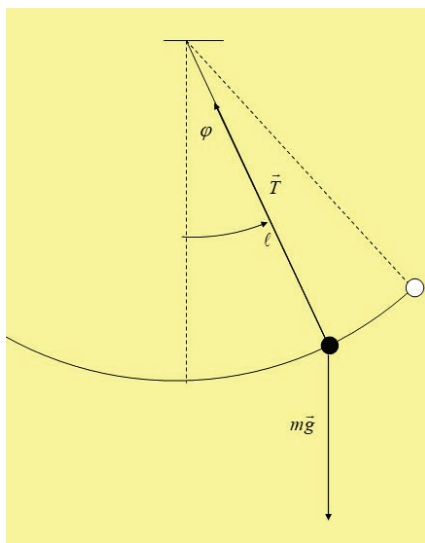
Výslednice má vždy směr tečny k trajektorii. Chybná odpověď souvisí s nepochopením dynamiky, ale i kinematiky křivočarého pohybu.

Správná odpověď

Na kuličku působí Země tíhovou silou $m\mathbf{g}$ a vlákno tahovou silou \mathbf{T} . Zrychlení kuličky, které je vektorovým součtem zrychlení tečného \mathbf{a}_t a normálového \mathbf{a}_n , je určeno jejich výslednicí $\mathbf{F} = m\mathbf{g} + \mathbf{T}$, tj.

$$m\mathbf{a}_t + m\mathbf{a}_n = m\mathbf{g} + \mathbf{T}.$$

Kdyby měla výslednice \mathbf{F} v obecné poloze kyvadla směr tečny k trajektorii kuličky, byla by její normálová složka nulová. Nulové by tedy bylo i normálové zrychlení. To však, s výjimkou bodů obratu kyvadla, nulové není vzhledem k tomu, že pohyb kuličky je křivočarý. Přesněji: $a_t = \ddot{\phi}l$, $a_n = \dot{\phi}^2l$. Pro tečnou a normálovou složku výslednice tedy platí $F_t = ma_t = -mg \sin \varphi$, odkud $\ddot{\phi} + g/l \sin \varphi = 0$, $F_n = m\dot{\phi}^2l$.



Obr. 5: Matematické (rovinné) kyvadlo v obecné poloze

Problém 6. Matematické (rovinné) kyvadlo.

Otázka

Jak velká je tahová síla závěsu kyvadla v rovnovážné poloze?

Většinou odpověď

$T = mg$. Častá argumentace: Podmínkou rovnováhy je požadavek, aby tahová síla vlákna kompenzovala sílu tíhovou. Studenti si situaci pletou s podmínkou statické rovnováhy, kdy kulička visí na vlákně v klidu.

Správná odpověď

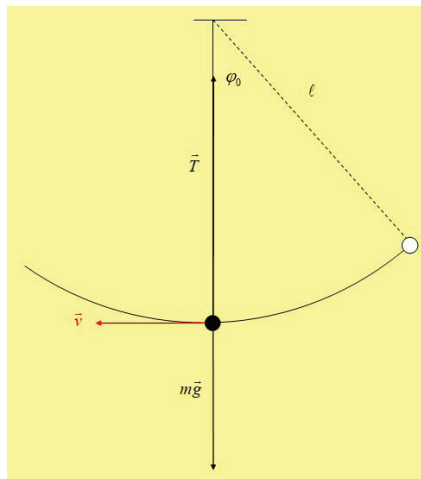
Argumentace je obdobná jako v předchozím příkladu: V rovnovážné poloze je tahová síla vlákna svislá (tíhová síla je svislá v každém okamžiku), výslednice tíhové a tahové síly je proto rovněž svislá a představuje v daném okamžiku normálovou (dostředivou) sílu. Její velikost je

$$F_n = T - mg = \frac{mv^2}{l},$$

kde v je rychlost kuličky při průchodu rovnovážnou polohou, ze zákona zachování mechanické energie:

$$v^2 = 2gl(1 - \cos \varphi_0).$$

Studenty mate mj. skutečnost, že se s pojmem dostředivé (normálové) síly setkávají pouze při rozboru rovnoměrného pohybu po kružnici.



Obr. 6: Matematické (rovinné) kyvadlo v rovnovážné poloze

Problém 7. Matematické (rovinné) kyvadlo.

Otázka

Co je to „malá výchylka“?

Většinou odpověď

Menší než pět stupňů. Otázka „proč zrovna tolik“ budí rozpaky.

Správná odpověď

Pro „malou výchylku“ φ lze její sinus přibližně nahradit její hodnotou v obloukové míře, tj. $\sin \varphi \approx \varphi$. Kritériem je odhad chyby, které se touto náhradou dopouštíme. Tuto chybu představuje zbytek Taylorova rozvoje

$$\sin \varphi = \varphi - 1/6\varphi^3 + \dots,$$

jako odhad lze použít člen $-1/6\varphi^3$. Relativní chyba je pak $\rho \approx 1/6\varphi^2$. Stanovíme-li např. relativní chybu menší než 1 promile, tj. $1/6\varphi^2 < 0,001$, dostaneme „malou výchylku“

$$|\varphi| \leq \sqrt{0,006} \text{ rad} < 4,5^\circ.$$

Je-li předepsaná chyba menší než 1 %, není nárok na „malou výchylku“ tak přísný, činí asi 15° .

$$\sin \varphi = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\varphi^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

Taylorova řada se středem $\varphi = 0$.

K dalším problémům patří například nedostatečné pochopení pojmu střed hmotnosti soustavy hmotných bodů, resp. tělesa, který je definován zcela nezávisle na přítomnosti okolních objektů či polí a jeho zaměňování s pojmem těžiště, vázaným k umístění soustavy v gravitačním poli; dále pak takřka utkvělá představa studentů, že libovolnou soustavu sil působících na těleso lze nahradit jedinou vhodně umístěnou výslednicí; nepochopení skutečnosti, že tlak v kapalině souvisí se vzájemným působením částí kapalinového tělesa apod.

Překážkou hlubšímu pochopení samotných Newtonových axiomů a na něm založená schopnost jejich aplikace při řešení úloh z mechaniky je nejspíš jejich stručnost. Ta ovšem byla Newtonovým cílem, jak plyne z mnohaletého vývoje jeho představ. Proto také stručné formulace axiomů doplňoval výstižným komentářem a příklady. Při výuce jsou takové komentáře a příklady nezbytné. Také je vhodné klást otázky, jež některým studentům jistě přijdou samy na mysl, a spolu se studenty na ně odpovídat.

Otázky a odpovědi: první axiom a jak mu správně rozumět

- *Vzhledem k jaké vztažné soustavě posuzujeme klid nebo rovnoměrný direkční pohyb (v Newtonově formulaci „rovnoměrný pohyb v daném směru“)?*

Newton pracoval s pojmem absolutní prostor (definice viz výše) jako s jedinečnou vztažnou soustavou. Namísto absolutního prostoru, který neexistuje, pracujeme nyní s třídou navzájem ekvivalentních vztažných soustav, zvaných inerciální. Otázka je tak příležitostí k vybudování pojmu inerciální vztažná soustava. První Newtonův axiom (resp. jeho část bez uvážení rotace) může být, a také bývá, z hlediska inerciálních vztažných soustav chápán jako existenční tvrzení: Existují vztažné soustavy, nazývané inerciální, vzhledem k nimž je translační pohyb těles oprostěných od působení okolí rovnoměrný přímočarý.

- *Čím se Newtonova formulace (svou dikcí odpovídající tehdejší době a samotné latině) liší od dnešní vytrvale přejímané a používané učebnicové formulace: „Těleso setrvává v klidu nebo rovnoměrném přímočarém pohybu, dokud není vnějšími silami nuceno tento stav změnit?“*

Podstatná odlišnost spočívá v tom, že rovnoměrným direkčním pohybem (u Newtona „*motus*⁵⁾ *uniformiter in directum*“) se rozumí jak rovnoměrná translace, tak rovnoměrná rotace, popřípadě jejich superpozice. V Newtonově formulaci se také explicitně předpokládá, že těleso je ve „svém“ stavu klidu nebo rovnoměrného direkčního pohybu. Dalším nedostatkem výše zmíněné učebnicové formulace je interpretace latinského „*vires impressæ*“ slovním spojením „vnější síly“, předjímajícím možná platnost impulsových vět namísto pojmu „působící síly“. (Pojem vnitřní a vnější síly je třeba vyložit, a to v mechanice soustav hmotných bodů a těles. I vnitřní síly mají v mechanice svou úlohu – například konají práci.)

- *Může těleso bez zásahu vnějších vlivů (v Newtonově pojetí „vitištěných sil – *vires impressæ*“) setrvávat také v rovnoměrném rotačním pohybu? Co napoví zkušenost?*

Odpověď na tuto otázku, obsaženou v přesné Newtonově formulaci, lze studentům vysvětlit jak citací Newtonových příkladů (projektily, kolo a zejména planety), tak pomocí zobecnění výsledků skutečných

⁵⁾ Latinské „*motus*“ používá Newton jak ve významu „pohyb“, např. v prvním axiomu, tak „hybnost“, např. v druhém axiomu (viz *Definitio II* – „*quantitas motus*“).

i myšlenkových experimentů. Budeme-li pohybuující se těleso více a více oprošťovat od vlivu okolí (např. pohyb vozíku na vzduchovém polštáři, otáčení dokonale vyváženého kola s kvalitními ložisky), bude v pohybu, do kterého jsme je uvedli, setrávat déle a déle. První Newtonův axiom je tak abstrakcí vyplývající z idealizace reálných situací.

- *Co jsou to „působící síly“ (výstižnější překlad Newtonovy formulace „vires impressæ“ – doslova „vtištěné síly“)?*

V kontextu prvního axiomu je třeba tento pojem chápat kvalitativně jako vliv okolních objektů na těleso, který vede ke změně jeho stavu klidu nebo rovnoměrného direkčního pohybu vzhledem k inerciálním soustavám. Tento „vliv“ buď je, nebo není. (Kvantifikovat tento vliv a vybudovat tak pojem síla jako fyzikální veličina umožňuje studium jednotlivých typů interakcí objektů. Východiskem je přitom experimentální zkušenost.)

- *Z kapitoly o kinematice víme, že rovnoměrný přímočarý pohyb hmotného bodu (s konstantní hmotností) je totéž jako pohyb s nulovým zrychlením. Je tedy první axiom skutečně nezávislým postulátem (jak to ukazuje Newtonův název „axiom“), nebo se Newton zmýlil a jde o pouhý důsledek druhého axiomu?*

Z historie vzniku prvního axiomu, jeho devíti formulací a zejména přechodu od „rovnoměrného pohybu po přímce“ k „rovnoměrnému pohybu v daném směru“ je zřejmé, že v prvním axiomu Newton cíleně zahrnul všechny rovnoměrné direkční pohyby. První axiom proto není důsledkem druhého, neboť druhý axiom rotaci nezahrnuje. Tento argument byl relevantní v době Newtonově a je relevantní i nyní. Ze současného hlediska neexistence absolutního prostoru nelze za důsledek druhého axiomu považovat ani samotnou „translační část“ prvního axiomu, jak je tradičně uváděna v učebnicové literatuře. Jak již bylo konstatováno, je fakticky existenčním postulátem umožňujícím zavést pojem inerciální vztažná soustava.

Otázky a odpovědi: druhý axiom a jeho praktické užití

- *Jedná se ve druhém axiomu skutečně o těleso? Pokud ano, o jaký pohyb tělesa ve druhém axiomu jde?*

Druhý axiom se týká změny hybnosti, která je podle Newtonovy definice II součinem hmotnosti a rychlosti tělesa. Vzhledem k tomu, že

při obecném pohybu tělesa se jeho různé body pohybují obecně různými rychlostmi, musí se v případě tělesa jednat o jeho translační pohyb, při němž je těleso nahrazeno modelem hmotného bodu. Dále tedy budeme v souvislosti s druhým axiomem hovořit také o hmotném bodu.

- *V prvním axiomu bylo třeba pojem „působící síla“ nebo též „hybná síla“ chápat kvalitativně jako (v podstatě blíže nespecifikovaný) vliv okolí na těleso vedoucí ke změně jeho stavu rovnoměrného direkčního pohybu. Naproti tomu spěje formulace druhého axiomu jednoznačně ke kvantitativním úvahám. Jak tedy určíme „hybné síly“ kvantitativně charakterizující vliv každého z okolních objektů na hybnost tělesa?*

Z druhého axiomu přímo plyne, že hybná síla, kvantitativně popisující souhrnný vliv okolních objektů na pohyb hmotného bodu, resp. translační pohyb tělesa, je vektorovou veličinou. Určuje totiž v přímé úměře změnu hybnosti hmotného bodu, resp. celkové hybnosti tělesa, která je vektorovou veličinou přímo z definice (Definitio II). Konkrétně je $d\mathbf{p}/dt = k\mathbf{F}$, přičemž volbou jednotek veličin lze dosáhnout toho, aby konstanta k byla bezrozměrná a rovna jedné.

Lze přirozeně očekávat, že hybná síla jak při jednotlivých interakcích, tak v souhrnu obecně závisí na parametrech popisujících jak sledovaný hmotný bod, resp. těleso, tak okolní objekty, resp. jejich vzájemnou konfiguraci, a může explicitně záviset také na čase. Její konkrétní vyjádření (velikost a směr) na těchto parametrech pro konkrétní objekt je nepochybně dáno typem vzájemného působení daného objektu a tělesa. Abychom jednotlivé typy působení odlišili, provedeme experiment myšlenkový (ideální případ) nebo skutečný (aproximace), spočívající v oproštění studovaného „testovacího“ tělesa od vlivu všech okolních objektů s výjimkou jediného, jehož vliv chceme popsat. Informace o pohybu tělesa, s nímž změna hybnosti úzce souvisí, lze v principu určit experimentálně a odtud odvodit tzv. silový zákon pro hybnou sílu pocházející od zvoleného okolního objektu. Typickým a velmi názorným příkladem je odvození Newtonova gravitačního zákona z empirických zákonů Keplerových. Všimneme si jej podrobněji dále. Dalšími silovými zákony jsou např. Coulombův zákon, vztah pro Lorentzovu sílu, Hookeův zákon pro pružnou sílu, vztah pro dynamickou třecí sílu, pro odporovou sílu prostředí (Newtonův nebo Stokesův model) apod. Obecně mají silové zákony typický tvar $\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t, \dots)$, kde t je čas, \mathbf{r} polohový vektor a \mathbf{v} rychlost hmot-

ného bodu a tečky představují parametry popisující okolní objekt a konfiguraci soustavy těleso–objekt.

- *Jak určíme hybnou sílu působící na těleso, je-li ve hře více okolních objektů?*

Jednotlivé síly jsou vektory. Je tedy třeba s nimi zacházet podle pravidel vektorové algebry, v jejímž rámci jsou základními operacemi sčítání vektorů a násobení vektoru skalárem (číslem). Právě takto, i když poněkud jinými slovy, formuloval Newton pravidlo skládání sil v Corollariu I (viz výše). Toto pravidlo obvykle nazýváme princip superpozice sil. Znalost silových zákonů umožňuje určit výslednou hybnou sílu.

Zásadní význam druhého axiomu spočívá v tom, že umožňuje na základě znalosti interakcí hmotného bodu s okolím vyjádřit časovou derivaci jeho hybnosti a sestavit pohybové rovnice, jejichž řešením lze najít jeho trajektorii a také určit síly, pro něž nejsou k dispozici silové zákony (typicky statická třecí síla, tlakové síly).

Třetí axiom a co z něj ještě plyne

Studentům se obvykle jeví třetí axiom zcela jasný a nenapadají je ani žádné otázky. Ve skutečnosti jsou informace skryté ve třetím axiomu obsažné a nezahrnují jen fakt explicitně vyplývající z Newtonovy formulace samotné a týkající se sil vzájemného působení objektů. Zamyslíme-li se nad třetím axiomem hlouběji, můžeme dovodit následující závěry:

- Interakce (vzájemné působení) objektů je dvoučásticová. Znamená to, že síly, jimiž na sebe navzájem působí tělesa A a B , tj. silové zákony odpovídající jejich interakci, nejsou nijak ovlivněny přítomností dalších objektů, nezávisí na jejich charakteristikách (např. hmotnost, náboj) ani na parametrech popisujících jejich mechanický stav (polohy, rychlosti).⁶⁾
- Interakce zkrátka „je“, šíří se neomezeně rychle, tělesa interagují současně. To v klasické mechanice odpovídá jednomu ze základních předpokladů, že neexistuje mezní rychlost přenosu hmotnosti, energie či informace. Z tohoto hlediska jsou pojmy „akce a reakce“ zavádějící,

⁶⁾S vícečásticovou interakcí se setkáváme v kvantové mechanice, kde souvisí s principem nerozlišitelnosti mikroobjektů.

neboť mohou vyvolávat dojem příčinnosti či časové následnosti (např. před „akce“, potom „reakce“).⁷⁾ Nazveme-li tedy jednu (kteroukoli) z interakčních sil akcí a druhou reakcí, můžeme to udělat i naopak.

Keplerovy zákony a Newtonův gravitační zákon

Newtonův gravitační zákon (základní silový zákon popisující interakci hmotných těles) lze snadno odvodit ze tří Keplerových zákonů, jež byly zjištěny empiricky pomocí astronomických pozorování. Všimněme si velmi stručně možného postupu, použitelného i na středoškolské úrovni výuky fyziky:

- **První Keplerův zákon:** *Planety obíhají kolem Slunce po eliptických drahách blízkých kružnicím, v jejichž společném ohnisku je Slunce.*

Planeta tedy v principu může kolem Slunce obíhat po kružnici. Označme její poloměr r a dále berme v úvahu tuto speciální situaci.

- **Druhý Keplerův zákon:** *Plochy opsané průvodičem planety za stejné časové úseky jsou stejné.*

Pohyb planety po kružnici je tedy rovnoměrný. Označme úhlovou rychlost planety (je konstantní) jako ω . Tečná složka zrychlení planety je nulová, normálová (dostředivá) složka je $a_n = \omega^2 r$, derivace hybnosti

$$m\mathbf{a}_n = -m\omega^2 \mathbf{r} = -\frac{4\pi^2 m}{T^2} \mathbf{r},$$

kde m je hmotnost planety a r je průvodič planety vzhledem ke Slunci, je dána silou \mathbf{F}_g , kterou působí Slunce na planetu. (Planeta na Slunce působí silou $-\mathbf{F}_g$.)

- **Třetí Keplerův zákon:** *Poměr třetí mocniny hlavní poloosy eliptické dráhy planety a druhé mocniny její oběžné doby je pro všechny planety stejný.*

Pro případ kruhové dráhy planety je tedy $r^3/T^2 = K$ (konstanta). Odtud $1/T^2 = K/r^3$ a $F_g = 4\pi^2 K m/r^2$. Tento vztah tvoří základ Newtonova gravitačního zákona.

⁷⁾V učebnicové literatuře se často nevhodně používá pojem „reakce“ – např. pro tlakové síly, jimiž působí podložka na těleso, které na ní spočívá nebo se po ní pohybuje (hovoří se o „reakci podložky“). To studenty vede k mylnému názoru, že tlaková síla podložky a tíhová síla jsou interakční síly podle třetího axiomu (viz příklady studentských chyb).

Předchozí stručné a nepříliš obtížné ukázky jsou dokladem toho, že nejen vysokoškolským studentům fyziky, ale i středoškolákům je možné přiblížit základní principy klasické mechaniky, jimiž Newtonovy axiomy nesporně jsou, srozumitelným způsobem tak, aby pochopili hluboký smysl, který se skrývá za jejich stručnými formulacemi, a zvládli je i na aplikační úrovni.

Slovo na závěr

Kdyby formální závěr nebyl takřka „povinnou“ součástí každého odborného textu, nebylo by snad ani co dodat. Newton i dnes promlouvá skrze své dílo jasným jazykem a dokládá tak, že samozřejmou součástí jakéhokoli bádání by mělo být studium originálních textů. Přestože od posledního originálního (latinského) vydání Principií [4] brzy uplynou tři století, ukazuje se, že z nich zůstává ještě mnohé ne-li nepochopeno, pak nepromítnuto do současných učebnic a výuky klasické fyziky.

Poděkování

Děkujeme kolegyni RNDr. Marii Fojtíkové za trpělivé absolvování mnoha našich diskusí o Newtonově mechanice a cenné připomínky většinou na místech, kdy autoři setrvávají v zajetí „začarovaného kruhu“ vlastních myšlenek. Děkujeme jí také za pořízení mnoha fotografií, z nichž jsme tak měli bohatou možnost výběru pro tento příspěvek.

Literatura

- [1] Mach, E.: *Die Mechanik in ihrer Entwicklung, historisch-kritisch dargestellt*. F. A. Brockhaus, Leipzig, 1883; (E. Mach: *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*. Akademie-Verlag Berlin, 1988).
- [2] Mach, E.: *Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit*. Vortrag gehalten in der k. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften am 15. Nov. 1871. J. G. Calve'sche k. k. Univ.-Buchhandlung, Prag, 1872.
- [3] Černohorský, M.: Translačně-rotační první axiom 1687 (1726) ve světle Newtonových rukopisů. *Čs. čas. fyz.*, roč. 62 (2012), č. 5-6, s. 331-340.
- [4] Newton, I.: *Philosophiæ naturalis principia mathematica: perpetuis commentariis illustrata communi studio Thomæ Le Seur et Francisci Jacquier*. Editio nova. Glaguxæ, Vol. I, II, III – 1822. Editio prima: Romæ, Vol. I – 1739; Vol. II – 1740; Vol. III – 1742 I – 431 s.; II – 320 s.; III – 344 s.