

Učitel matematiky

Šárka Pěchoučková; Martina Kašparová; Lukáš Honzík; Jaroslav Hora
Propedeutika pojmu funkce

Učitel matematiky, Vol. 25 (2017), No. 1, 32–42

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/149089>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2017

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:
The Czech Digital Mathematics Library <http://dml.cz>

PROPEDEUTIKA POJMU FUNKCE

ŠÁRKA PĚCHOUČKOVÁ, MARTINA KAŠPAROVÁ,

LUKÁŠ HONZÍK, JAROSLAV HORA¹

První matematické představy získávají děti již v předškolním věku. V mateřské škole děti registrují v proudu řeči v různých jazykových podobách neurčitou a určitou kvantitu, vhodnými způsoby porovnávají množství i počet objektů, snaží se porozumět otázkám, odlišovat otázky a odpovídat na ně celou větou, v konkrétních činnostech používají základní metody řešení, jako je usuzování, přiřazování, porovnávání, třídění a uspořádání, vytvářejí si elementární představy o rovinných a prostorových útvarech, rozvíjejí orientaci v prostoru nebo v rovině, učí se rozlišovat mezi důležitým a nepodstatným, mezi jevem možným a jistým, vnímají souvislost a následnost dějů a do jisté míry pracují i s výroky (nonverbálně vyhodnocují, co je nebo není pravda, a v pravidlech her nebo v pravidlech chování se učí chápat i negaci jednoduchých výroků). Důležitou součástí předmatematické výchovy v mateřské škole je i propedeutika pojmu funkce a to pomocí činností, ve kterých děti registrují závislosti a pravidelnosti u pozorovaného (Kaslová, 2010).

Funkce vyjadřuje závislost proměnné y na proměnné x . Každému číslu x z množiny A je funkcí přiřazeno právě jedno číslo y z množiny B (z množiny reálných čísel). Funkce je spojena se závislostí a přiřazováním. Pokud chceme tedy děti na pochopení pojmu funkce připravit, musíme je vést k činnostem se *závislostmi*.

Závislost lze chápat obecněji – i mezi nečíselnými množinami. V aktivitách ji popisujeme slovně vyjádřeným pravidlem jak přiřazovat. Často jde o závislost objektů (hodnot funkce) na pořadí

¹Tento článek vznikl za podpory projektu VS-15.033 „Tvořivost studentů preprimárního vzdělávání“.

(přirozených číslech), tj. o přiřazování objektů v pořadí daném pravidlem.

Činnosti nejprve charakterizujeme obecně.

Dítě v mateřské škole by při práci se závislostmi mělo postupně zvládnout tyto činnosti:

- respektovat „návod“ a podle návodu pokračovat v řadě;
- objevit jednoduché pravidlo a pokračovat v řadě – řadu může doplňovat na jeden konec řady (vpravo, vlevo), do prostřed řady, z obou krajů řady;
- vytvořit řadu podle vlastního jednoduchého pravidla.

Se závislostmi můžeme s dětmi v mateřské škole pracovat:

- *na bázi manipulace* – navlékání korálků, manipulace se stavebnicemi, s kartičkami, s puntíky, s různým materiálem a surovinami. Vyhovuje dětem, které rády manipulují, činnost je většinou uklidňuje. Výhodou je, že chybu lze jednoduše opravit. Tento typ aktivit je vhodný i pro děti s nižší úrovní představitosti;
- *na bázi pohybu* – děti vytvoří řadu a jednotlivci v ní mají jinou polohu (dřep, stoj, sed, dřep, stoj, sed, . . .). Tento způsob práce vyhovuje zejména hypermobilním jedincům a těm, kteří rádi spolupracují v kolektivu, protože se děti domlouvají mezi sebou, jak řadu doplní nebo vytvoří;
- *na bázi grafické* – děti doplňují řadu tak, že kreslí nebo malují obrázky, symboly, znaky. Vyhovuje dětem klidnějším, které rády malují a mají vyvinutou jemnou motoriku;
- *na bázi zvuků* – vhodnou pomůckou je bubínek. Tento typ činností je vhodný pro děti, které se hůře soustředí na pozorování, protože můžeme vyblokovat zrak.

Soubor, se kterým dítě pracuje, musí být vždy konečný, protože dítě předškolního věku nezná pojem nekonečno. Dítěti může být poskytnuta nabídka řešení (dvě či tři možnosti). Kritériem pro odkrytí pravidla v řadě může být barva, tvar, velikost, poloha nebo kombinace předchozího.

Pro děti předškolního věku doporučujeme používat následující pravidla pro opakování prvků v řadě:

1. *posunutí (opakování n -tice)* – můžeme zvolit typ A, B (viz činnost Stavění hradeb) nebo typ A, B, C (viz činnost Hra na pekárnu – druhý den);
2. *souměrná uspořádaná n -tice*.

V následujícím textu najdeme ukázky konkrétních činností, v kterých pracují děti se závislostmi. Úkolem je odkrýt pravidlo, podle kterého se objekty ve skupině nebo v řadě opakují. Na pravidlo nemusí řešitel přijít bezprostředně po zadání úlohy, může pracovat na principu pokus-omyl, vždy si však musí ověřit, zda našel správné řešení. Při řešení využívají děti manipulaci, pohyb i grafické zpracování.

U každé z nich jsou popsány i další rozvíjené předmatematické kompetence (kromě propedeutiky pojmu funkce), pomůcky, pravidla a jsou uvedeny poznatky z realizace a některá řešení dětí.

Stavění hradeb

Pomůcky: polystyrenové a dřevěné kostky

Pravidla

Na stůl postavíme z polystyrenových kostek hrad a před něj z dřevěných kostek hradby. Hradby jsou tvořeny dvěma díly. Jeden díl představuje komín ze dvou černých kostek, druhý díl tvoří jedna žlutá kostka (obr. 1). Děti mají za úkol pomoci se stavbou hradeb, aby se hrad ubránil před loupežníky a byl zachráněn.



Obr. 1: Stavění hradeb – zadání (Kořánová, 2012)

Z hlediska rozvoje předmatematických představ děti pracují se závislostmi, neboť doplňují zprava řadu, ve které je použit typ pravidla A, B. Přitom používají přirozené porovnávání (porovnávají vzhled jednotlivých částí hradby) a rozvíjejí si orientaci v prostoru. Vytváří se rovněž představa čísla 1 a čísla 2.

Činnost byla realizována s dětmi ve věku 3 roky. Všechny děti respektovaly při stavění hradeb pravidelnost v počtu kostek, které se střídají, z hlediska barvy však používaly různé kostky (obr. 2).



Obr. 2: Stavění hradeb – ukázka řešení (Kořánová, 2012)

Hra na pekárnu

Pomůcky: židle a molitanové kostky

Pravidla

Děti nejprve dostanou za úkol společnými silami vytvořit obchod (pekárnu). K dispozici mají veškeré vybavení mateřské školy, vhodné jsou však židle a molitanová stavebnice. Místo pro stavbu obchodu je vymezeno na jedné polovině koberce.

Děti můžeme motivovat takto:

„Protože v této pekárně pekli moc dobré pečivo, často se tu vytvořila dlouhá fronta. První den v té frontě stál chlapeček a za ním holčička a dále pak zase chlapeček a holčička. Jak taková fronta pokračovala dál?“

Děti podle slovního popisu zaujmou tělocvičnou pozici, čímž si samy vytvoří řadu.

„Druhý den ve frontě jako první stál/a starý/á dědeček/babička, který/á měl/a ohnutá bolavá záda, za která se držel/a, za ním stál/a chlapec/holčička kterého/ou bolely nohy, a tak si sedl/a do dřepu. U sebe měl/a pejska, který klečel na všech čtyřech. Jak taková fronta pokračovala dál?“ Děti opět vytvoří řadu (obr. 3).



Obr. 3: Hra na pekárnu – druhý den (Nováková, 2013)

„Třetí den se v obchodu vytvořila tak dlouhá fronta, až z toho začínali být lidé čím dál tím víc nervózní. První v řadě se držel za hlavu a lamentoval, druhý si dal našťavaně ruce v bok a třetí si sedl do tureckého sedu. Jak taková fronta pokračovala dál?“ Děti opět vytvoří řadu (obr. 4).

„Napadá vás, kdo by mohl v takové frontě být?“ Děti samy navrhnou, jak mohou lidé ve frontě stát.



Obr. 4: Hra na pekárnu – třetí den (Nováková, 2013)

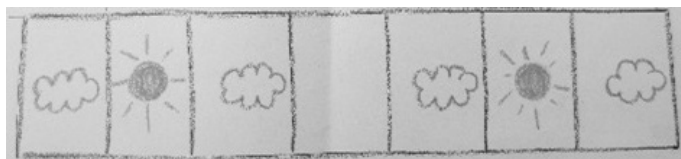
Z hlediska rozvoje předmatematických dovedností děti na základě kineze pracují s jednoduchými pravidelnostmi a závislostmi typu A, B nebo A, B, C, podle zadaných instrukcí vytvářejí řadu a rozvíjejí si orientaci v prostoru. Používají zároveň i přirozené porovnávání – porovnávají, jaké pozice zaujímají děti v řadě před nimi.

Činnost jsme realizovali s předškolními dětmi. Při tvorbě fronty jsme děti vyvolávali po jednom a dotyčný se vždy zařadil za ostatní. Poslední úkol, tedy vytvoření vlastní fronty dětmi, byl dobrovolný. Polovina dětí si hrála v pekárně (prodávala) a druhá polovina vytvořila frontu. Tyto děti navrhly možnost opakování ve tvaru „stát, chytit se za hlavu, kleknout si“.

Pro lepší pochopení základního vzorce (stojících ve frontě) je lepší na začátku dětem několikrát zopakovat, kdo byl ve frontě první, druhý a třetí, spolu s ukazováním na děti, které je předvádějí. Pokud dítě neví, jak bude řada pokračovat, je nejlepší mu ukázat postupně trojice či dvojice od začátku fronty až k němu. Děti se tak rychleji orientují v řadě, která je delší. Pokud aktivita trvá delší dobu, děti na úplném začátku řady se mohou začít nudit, neudržet pozici a tím zmást děti, které se teprve chystají zařadit.

Který obrázek se ztratil?

Pomůcky: pracovní list (obr. 5)

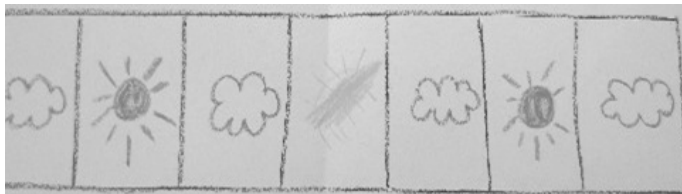


Obr. 5: Který obrázek se ztratil? – pracovní list (Kořánová, 2012)

Pravidla

Dítě dostane pracovní list, na kterém jsou namalované dva obrázky v určitém pořadí – v tomto případě mrak a slunce. Prostřední políčko je volné, řada se tedy doplňuje uprostřed. Dítě

má za úkol dokreslit obrázek, který se z papíru ztratil cestou do školky, aby byla všechna políčka vyplněná.



Obr. 6: Který obrázek se ztratil? – ukázka řešení (Kořánová, 2012)

Z hlediska rozvoje předmatematických představ děti pracují se závislostmi, hledají určitá pravidla v řadě, která je jim předložena. Pracují s pravidelnostmi typu A, B a řadu doplňují uprostřed. Používají přirozené porovnávání a rozvíjí si přitom také orientaci v rovině.

Vzhledem k tomu, že jsme při realizaci pracovali s dětmi ve věku tří let, byla zvolena pouze pravidelnost typu A, B, tedy posunutí n -tice. U starších dětí by byl vhodný i typ A, B, C nebo A, B, A (souměrná n -tice). S dokreslením obrázku do řady uprostřed neměly děti problémy, všechny úkol zvládly (obr. 6).

Výše popsané činnosti lze realizovat i se žáky nižších ročníků 1. stupně základní školy. Propedeutika pojmu funkce na tomto stupni probíhá formou vyhledávání a sledování změn a závislostí v reálném světě, analýzy změn a závislostí z tabulek, diagramů a grafů (Jeřábek, 2005). Žáci obvykle řeší úlohy na doplňování řad nebo tabulek, sestavují tabulky, diagramy, grafy, hledají pravidlo, podle něhož je řada vytvořena, využívají zkušeností se zvětšováním a zmenšováním čísel o n a n -krát.

Vhodnou inspirací z praxe jsou recepty. V následujícím textu uvádíme konkrétní ukázky úloh, které můžeme zařadit do hodin matematiky 5. ročníku základní školy. Úlohy jsou propedeutikou pojmu lineární funkce a jejich obtížnost postupně vzrůstá. Žáci se nejdříve seznamují se závislostí proměnné y na proměnné x , poté pracují s tabulkami a určují obecný vztah mezi x a y a řeší slovní úlohy využívající závislosti (je však vhodné zařadit i úlohu, která

žáky vede k neformálnímu myšlení). Pokud žáci mají zavedenou soustavu souřadnic, mohou ve zjednodušené podobě vytvářet graf lineární funkce (znázornit izolované body, které leží na přímce procházející počátkem soustavy souřadnic).

Žáky můžeme motivovat takto (následující text včetně úloh byl převzat z Pěchoučková, Kašparová & Rakoušová, 2015: s. 24–26): *Italská kuchyně je považována za jednu z nejlepších na světě. Italové znají 400 druhů těstovin (například špagety, tortellini, ravioli), rádi vaří také z masa, ryb a zeleniny. Italské zmrzliny jsou považovány za jedny z nejlepších. Jako dezert se podává tiramisu, které se vyrábí z tvarohového sýra mascarpone (čti: maskarpóne).*

Dále žáci pracují s receptem na tiramisu.

Tiramisu

2 lžičky instantní kávy, 6 žloutků, 6 bílků, 200 g cukru krupice, 500 g mascarpone, 300 g piškotů, 1 velká lžice kakaa
Kávu zalijeme hrnkem vařící vody a necháme vychladnout. Žloutky s cukrem ušleháme ve vodní lázni a přidáme mascarpone. Bílky ušleháme zvlášť a přidáme do krému. Na dno dortové formy dáme vrstvu piškotů a polijeme ji kávou. Pak dáme vrstvu krému. Opakujeme, dokud krém nespoteřebujeme. Povrch posypeme kakaem. Přikryjeme alobalem a dáme přes noc do lednice.

Nyní seznámíme žáky se vztahem mezi proměnnou x a proměnnou y .

V italské restauraci připravují pro hosty tiramisu. Doplň tabulku. Jak spolu souvisejí čísla v prvním a druhém řádku?

počet tiramisu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
počet žloutků	6	12								

Počet připravovaných kusů dezertu tiramisu se může měnit. Počet tiramisu označíme x .

Počet žloutků označíme y . Počet žloutků je vždy šestkrát větší než počet tiramisu.

$$y = 6 \cdot x$$

Následuje upevňování učiva řešením různých typů úloh.

1. Doplň tabulky a zapiš vztah mezi x a y .

a)

počet tiramisu	x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
počet lžiček kávy	y	2	4								

$$y = _ \cdot x$$

b)

počet tiramisu	x	1	2	5	8	3	6	10	7	9	4
množství cukru v gramech	y	200									

$$y = _ \cdot x$$

2. Sestav tabulku

a) množství sýra mascarpone v závislosti na počtu tiramisu;

b) množství piškotů v závislosti na počtu tiramisu;

c) počtu lžic kakaa v závislosti na počtu tiramisu.

U každé tabulky zapiš vztah mezi x a y .

3. Doplň tabulky a zapiš vztah mezi x a y .

a)

x	1	2		4	5			8	9	
y	8	16	24			48	56			80

b)

x	2	1	3		8	10		7		
y	20			50			90		60	40

c)

x	1	2	3	4	5	6		8		10
y					30		42		54	

4. Pět kusů kiwi stojí 35 Kč. Kolik korun stojí jedno kiwi (6, 10, 7 kusů kiwi)?

5. V přízemí divadla je v každé řadě stejný počet sedadel. Do tří řad se vejde 60 diváků. Kolik diváků se vejde do 2 (8, 4, 9) řad?

6. V šesti bednách je 96 lahví. Kolik lahví je ve 3 (7, 5, 10) bednách?
7. Čtyři archy známek obsahují 800 kusů známek. V trafice prodali za měsíc dva archy. Kolik známek prodali?
8. Zjisti, kolik stojí přibližně výroba jednoho kusu tiramisu podle receptu, pokud
 - za 10 vajec zaplatíš 30 Kč;
 - cena 1 kg cukru krupice je 20 Kč;
 - kilogram mascarpone stojí 120 Kč;
 - za 150 g piškotů zaplatíš 10 Kč.
9. Do hrnce se vejde 20 švestkových knedlíků. 10 knedlíků se musí vařit 8 minut. Kolik minut se vaří všech 20 knedlíků?
10. Narýsuj do sešitu osy souřadnic x a y . Dopln ještě jednou tabulku ze cvičení 1-a). Znázorni body, jejichž souřadnice jsou v tabulce.
11. Narýsuj do sešitu osy souřadnic x a y . Dopln ještě jednou tabulku ze cvičení 3-c). Znázorni body, jejichž souřadnice jsou v tabulce.

S propedeutikou pojmu funkce je vhodné začít již v předškolním věku dítěte. Předchozí text nabízí jednu z mnoha možností jak s dětmi v mateřské škole a se žáky 1. stupně základní školy pracovat.

Literatura

- [1] Jeřábek, J. (2005). *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. 1. vyd. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze.
- [2] Kaslová, M. (2010). *Předmatematické činnosti pro předškolní vzdělávání*. 1. vyd. Praha: Raabe.
- [3] Kořánová, P. (2012). *Činnosti zaměřené na rozvoj předmatematických kompetencí dětí – závislosti a pravidelnosti* [seminární práce]. Plzeň: FPE ZČU v Plzni.
- [4] Nováková, E. (2013). *Závislosti a pravidelnosti v mateřské škole* [seminární práce]. Plzeň: FPE ZČU v Plzni.

- [5] Pěchoučková, Š., Kašparová, M. & Rakoušová, A. (2015). *Matematika 5 se čtyřlístkem, učebnice pro 5. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus.
- [6] Smolíková, K. (2004). *Rámcový program pro předškolní vzdělávání*. 1. vyd. Praha: Výzkumný ústav pedagogický.
- [7] Svobodová, E. (2010). *Vzdělávání v mateřské škole. Školní a třídní vzdělávací program*. 1. vyd. Praha: Portál.

Abstract

Functions are introduced to pupils at the secondary school only. However, it is possible to include the propedeutics of functions already at nursery or primary school. At nursery, children can work with dependences, i.e. create and complete numbers sequences by means of manipulation, movement or graphic records. At primary school, learners complete numbers sequences or tables and familiarise themselves with the linear function by solving simple tasks from real life.

Šárka Pěchoučková
KMT FPE ZČU v Plzni
Klatovská 51
306 00 Plzeň
e-mail: pechouck@kmt.zcu.cz

Martina Kašparová
KMT FPE ZČU v Plzni
Klatovská 51
306 00 Plzeň
e-mail: mernesto@kmt.zcu.cz

Lukáš Honzík
KMT FPE ZČU v Plzni
Klatovská 51
306 00 Plzeň
e-mail: luky21@kmt.zcu.cz

Jaroslav Hora
KMT FPE ZČU v Plzni
Klatovská 51
306 00 Plzeň
e-mail: horajar@kmt.zcu.cz