

Rozhledy matematicko-fyzikální

Pavel Pokorný
Maximální výkon baterie

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 96 (2021), No. 1, 22–24

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/148880>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2021

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

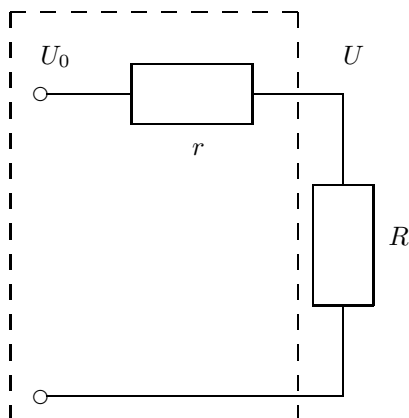


This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Maximální výkon baterie

Pavel Pokorný, Ústav matematiky, VŠCHT Praha

V článcích [1, 2, 3] jsme se zabývali otázkou, jak najít optimální chování nebo stav mechanického systému, a tato fyzikální úloha vedla k matematické úloze najít maximum funkce. V tomto článku se podíváme na podobnou úlohu z elektřiny: *Jakou zvolit zátěž (její odpor), aby baterie dodávala do této zátěže maximální výkon?*



Obr. 1: Schematický náčrt zapojení baterie o elektromotorickém napětí U_0 a vnitřním odporem r . Spotřebič (zátěž) považujeme za rezistor o odporu R .

Uvažujme elektrickou baterii s konstantním elektromotorickým napětím U_0 a s konstantním vnitřním odporem r , obr. 1. Na tomto obrázku čárkovaná čára představuje hranici (obal) baterie, plné čáry představují elektrické vodiče a obdélníky představují rezistory. Odpor r je vnitřní odpor baterie a je dán chemickým složením a konstrukcí baterie. Odpor R je velikost zátěže, kterou k baterii připojíme. Zátěží, tedy spotřebičem, může být např. žárovka, elektromotor nebo elektronické zařízení, třeba počítač. My budeme pro zjednodušení předpokládat, že tato zátěž se chová jako rezistor o odporu R .

Zabývejme se úlohou, jaký má být odpor R vnější zátěže, aby elektrický výkon, který dodává baterie do této zátěže, byl maximální.

Má-li rezistor ve vnější části obvodu velký odpor R , pak jím protéká malý proud

$$I = \frac{U_0}{r + R},$$

a tedy je malý výkon

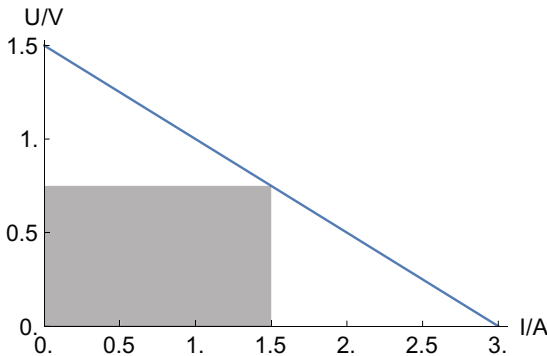
$$P = UI.$$

Na druhé straně, je-li odpor R malý, pak je malé napětí na rezistoru ve vnější části obvodu a je malý i výkon. V tomto případě se většina výkonu ztratí na vnitřním odporu r . Očekáváme, že někde mezi těmito dvěma krajními případy bude existovat hodnota odporu R , kdy bude výkon maximální.

Výkon dodávaný do zátěže je

$$P = UI = RI^2 = R \frac{U_0^2}{(r + R)^2} = U_0^2 \frac{R}{(r + R)^2}.$$

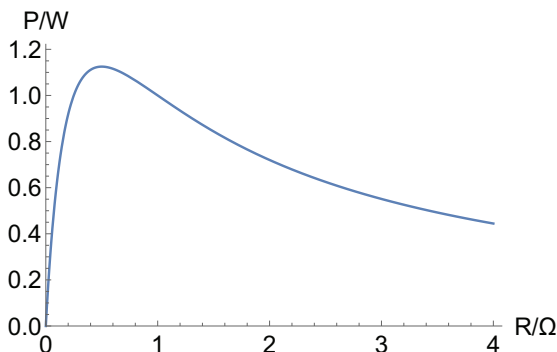
Charakteristiku baterie o elektromotorickém napětí $U_0 = 1,5$ V a vnitřním odporu $r = 0,5$ Ω ukazuje obr. 2, závislost výkonu P na odporu zátěže R pro stejnou baterii ukazuje obr. 3.



Obr. 2: Závislost výstupního napětí U na výstupním proudu I baterie o elektromotorickém napětí $U_0 = 1,5$ V a vnitřním odporu $r = 0,5$ Ω . Vidíme, že napětí lineárně klesá s proudem od hodnoty U_0 do nuly. Obsah zobrazeného obdélníku odpovídá výkonu $P = UI$. Tento obsah chceme maximalizovat.

Maximum výkonu P najdeme tak, že si spočteme derivaci

$$\frac{dP}{dR} = U_0^2 \frac{(r + R)^2 - 2R(r + R)}{(r + R)^4} = U_0^2 \frac{r + R - 2R}{(r + R)^3} = U_0^2 \frac{r - R}{(r + R)^3}.$$



Obr. 3: Závislost výkonu P na odporu zátěže R pro stejnou baterii. Vidíme, že výkon dosahuje maximální hodnoty pro odpor R zátěže přibližně uprostřed mezi 0 a 1, přesná hodnota je spočtena v hlavním textu.

Výkon bude maximální, když bude tato derivace nulová. Tím dostaneme rovnici

$$U_0^2 \frac{r - R}{(r + R)^3} = 0,$$

která má řešení $R = r$.

Tedy odpověď zní: Baterie bude dodávat maximální výkon, bude-li odpor zátěže R roven vnitřnímu odporu zdroje r . Pak bude ale stejný výkon ztracen uvnitř baterie na vnitřním odporu, což není žádoucí. Proto volíme vnitřní odpor zdroje co nejmenší, rozhodně mnohem menší než je odpor zátěže. Např. mikrotužkové alkalické baterie AAA s napětím 1,5 V mají vnitřní odpor v rozsahu 300 až 600 m Ω , zatímco nabíjecí NiMH baterie mají sice trochu nižší napětí (1,2 V), ale výrazně menší vnitřní odpor, typicky 70 m Ω .

Literatura

- [1] Pokorný, P.: Jak dostříknout co nejdále. *Rozhledy matematicko-fyzikální*, roč. 95 (2020), č. 1, s. 50–51.
- [2] Pokorný, P.: Pod jakým úhlem a z jaké výšky lze dostříknout nejdále. *Rozhledy matematicko-fyzikální*, roč. 95 (2020), č. 2, s. 37–41.
- [3] Pokorný, P.: Mechanický akumulátor. *Rozhledy matematicko-fyzikální*, roč. 95 (2020), č. 4, s. 37–39.