

David Břeň; Petr Kulhánek

Záření ubíhajících elektronů v tokamacích

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 65 (2020), No. 3, 149–156

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/148355>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2020

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library*  
<http://dml.cz>

# Záření ubíhajících elektronů v tokamacích

David Břeň, Petr Kulhánek

*Abstrakt.* Elektrony jsou, jakožto relativně lehké částice, snadno manipulovatelné. I slabé elektrické či magnetické pole způsobí jejich pohyb. V plazmatu jsou elektrony za normální situace v tzv. ohmickém režimu. Urychlování elektrickým polem je kompenzováno srážkami elektronů s okolním plazmatem. Při vysokých rychlostech účinný průřez interakce elektronu s okolím klesá a může se stát, že srážkové procesy nedokáží urychlování elektrickým polem již kompenzovat. Elektron se dostává do ubíhajícího režimu, kdy je urychlován elektrickým polem natolik, že získá relativistickou rychlost a značnou energii, která může i několikanásobně převýšit energii klidovou. V článku se zabýváme zářením ubíhajících elektronů a prahovou energií, při níž radiační reakce tohoto záření přebírá roli brzdící síly způsobené srážkami.

## 1. Úvod

O možnosti vzniku ubíhajících elektronů poprvé uvažoval už v roce 1925 vynálezce mlžné komory Charles Thomas Rees Wilson [14]. Podrobnější teoretickou analýzu udělal australský fyzik s italskými kořeny Ronald Gordon Giovanelli v roce 1949 [7]. V roce 1959 spočetl kritické pole pro bezpodmínečný vznik ubíhajících elektronů německo-americký fyzik Harry Dreicer [2]. V roce 1992 navrhl sovětský ruský fyzik Alexandr Viktorovič Gurevič lavinový mechanismus průrazu blesku za bouřkové aktivity, který je odstartován relativistickými elektrony ze spršek kosmického záření [8]. V roce 2003 ukázal americký fyzik Joseph Dwyer, že ke vzniku laviny postačí jeden jediný megaelektronvoltový elektron [3]. Rozsáhlejší výzkum ubíhajících elektronů se dostal do popředí zájmu fyziků až v souvislosti s častým vznikem jejich populace v komorách velkých tokamaků, pro něž je shluk ubíhajících elektronů velkým nebezpečím [1], [6], viz například poškození komory na obr. 1. Proto je dnes jednou z priorit experimentů na tokamacích výzkum možného útlumu svazku ubíhajících elektronů. Významně k tomu přispívá i český tokamak COMPASS. Podrobněji se tomuto tématu věnuje článek připravovaný pro Československý časopis pro fyziku [11].

Někdy mohou elektrony získávat energii i v kombinaci s dalšími procesy. Například v zemské magnetosféře elektrony obíhají po šroubovicích kolem siločar magnetického pole. V přítomnosti R vln (pravotočivě polarizovaných kruhových vln), u nichž se elektrický vektor stáčí ve stejném směru jako obíhající elektrony, může dojít k rezonančnímu předávání energie – postačí, aby frekvence oběhu elektronů byla shodná s frekvencí elektromagnetické vlny. Přitom vznikají tzv. zabíjácí elektrony s extrémními energiemi, které jsou schopné poškodit naše přístroje na družicích.

Ubíhající elektrony se mohou vyskytnout v různých druzích plazmatu. Hrají důležitou roli při bouřkové aktivitě, při vzniku pozemských gama záblesků nebo ve výtryscích z kompaktních objektů ve vesmíru. Ubíhající elektrony v tokamakovém plazmatu

---

RNDr. DAVID BŘEŇ, Ph.D., Katedra fyziky Fakulty jaderné a fyzikálně inženýrské ČVUT v Praze, Břehová 7, 115 19 Praha 1, e-mail: david.bren@jfifi.cvut.cz, prof. RNDr. PETR KULHÁNEK, CSc., Ústav fyziky plazmatu AV ČR, v. v. i., Za Slovankou 3, 182 00 Praha, e-mail: kulhanek@aldebaran.cz



Obr. 1. Dnes už legendární snímek poškození vnitřní části komory tokamaku JET způsobeného ubíhajícími elektrony [4]

určenému k uskutečnění termojaderné fúze nejsou vítanými návštěvníky. Znamé jsou případy poškození stěny komory oblakem dopadlých ubíhajících elektronů. Jejich chování se proto dostalo se stavbou největšího tokamaku ITER do popředí zájmu většiny výzkumných týmů. Ubíhající elektrony mohou vzniknout v mnoha situacích. Postačí, aby elektrické pole bylo vyšší než tzv. Dreicerovo pole [2] nebo aby počáteční rychlost elektronu překročila určitou kritickou mez. Nadkritickou rychlost mají například některé elektrony z chvostu Maxwellova rozdělení. Není jich sice mnoho, ale za vhodných podmínek může dojít k lavinovému procesu, kdy při srážkách vytvářejí ubíhající elektrony další populace takových jedinců. V tokamacích vznikají ubíhající elektrony například ve fázi disrupce (při zhasnutí plazmatu). V průběhu disrupce prudce klesá teplota plazmatu, to s sebou nese pokles vodivosti plazmatu a snížení proudu tekoucího plazmatem. V důsledku toho velmi rychle slábne poloidální magnetické pole (poloidální pole míří kolem osy komory, toroidální ve směru osy komory). A právě rychlá časová změna magnetického pole s sebou přináší podle Faradayova indukčního zákona genezi silného elektrického pole, které způsobí vznik populace ubíhajících elektronů.

Ubíhající elektrony ztrácejí energii mnoha různými kanály – při srážkách s těžkými ionty, v turbulentních procesech, díky kinetickým nestabilitám, rozptylem na elektrických a magnetických polích, tvorbou elektronových pozitronových párů, vlastním vyzařováním i dalšími procesy. V tomto článku se budeme věnovat záření ubíhajících elektronů, které může být podstatným kanálem odvodu jejich energie.

## 2. Srážky a záření

Na elektron urychlovaný elektrickým polem působí jeho srážky s plazmatem silou [10]

$$\mathbf{F}_{\text{col}} = -\frac{n_e e^4 \ln \Lambda}{2\pi \varepsilon_0^2 m_e} \left[ \frac{Z_{\text{eff}}}{v_{Ti}^2} \psi(v/v_{Ti}) + \frac{2}{v_{Te}^2} \psi(v/v_{Te}) \right] \frac{\mathbf{v}}{v}, \quad (1)$$

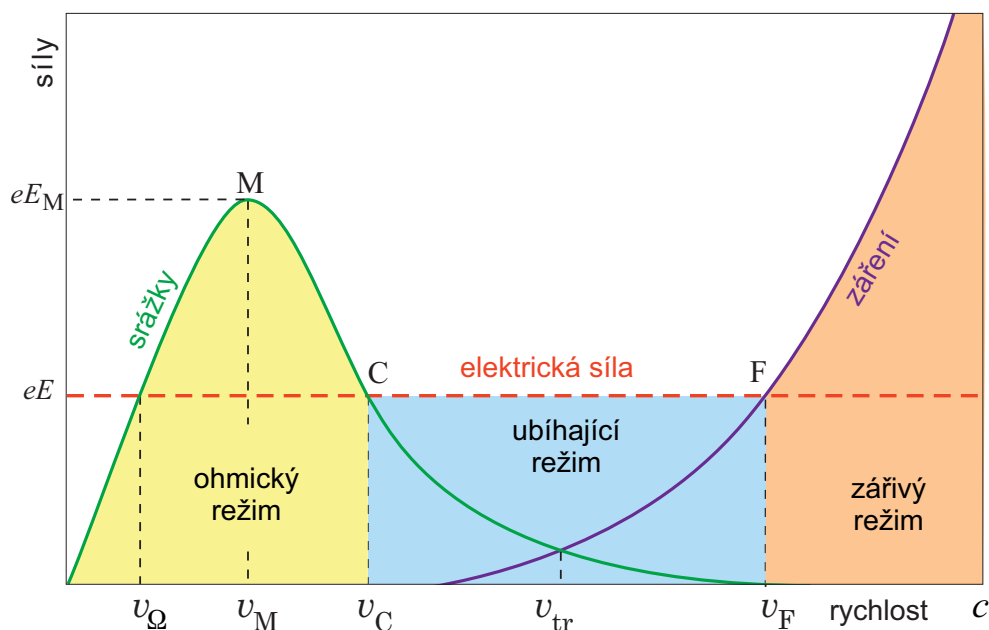
kde  $\ln \Lambda$  je Coulombův logaritmus (přibližně 10 až 20),  $n_e$  je koncentrace elektronů,  $v_{Te,i}$  jsou tepelné rychlosti  $(k_B T_{e,i}/m_{e,i})^{1/2}$  elektronů, resp. iontů,  $Z_{\text{eff}}$  je efektivní ionizace a  $\psi$  označuje Chandrasekharovu funkci definovanou vztahem

$$\psi(x) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \xi^2 e^{-\xi^2} d\xi = \frac{\text{erf}(x) - x \text{erf}'(x)}{2x^2}. \quad (2)$$

Ostatní veličiny mají standardní význam. První člen v (1) popisuje srážky s ionty, druhý s elektrony. Pro rychlosti elektronů nižší, než je jejich tepelná rychlost, dominuje první z členů, tj. srážky elektronů s ionty. Při nízkých rychlostech je srážková síla úměrná rychlosti (ohmický režim), naopak při vysokých relativistických rychlostech klesá s druhou mocninou rychlosti a obecnou formuli (1) lze nahradit jednoduchým Jaspersovým vztahem [9]

$$\mathbf{F}_{\text{col}} = -\frac{n_e e^4 \ln \Lambda}{4\pi \epsilon_0^2 m_e v^2} (Z_{\text{eff}} + 2) \frac{\mathbf{v}}{v}. \quad (3)$$

Průběh srážkové síly je dobře patrný na obr. 2. Uvažujme situaci, kdy je elektrické pole nižší než odpovídá maximu srážkové síly (tj. bodu  $M$ ) na obrázku. Elektrony s nižší střední rychlostí než  $v_\Omega$  jsou urychlovány polem, naopak elektrony s vyšší rychlostí jsou brzděny srážkami. V celém intervalu rychlostí  $(0, v_C)$  se elektrony nacházejí



Obr. 2. Dominantní síly působící na elektron: elektrická síla, srážky a síla vzniklá vlastním vyzařováním

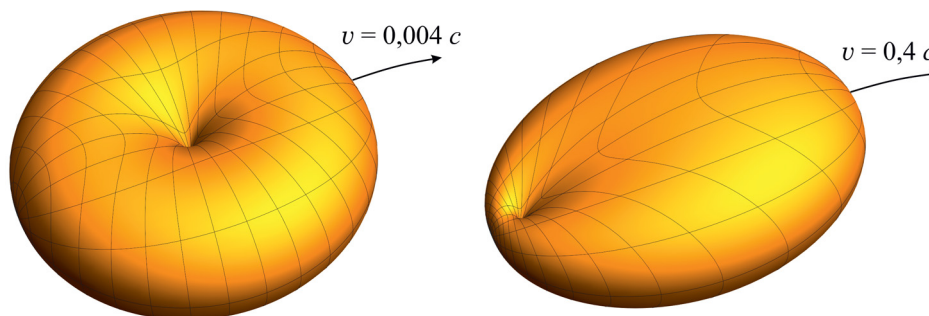
v tzv. ohmickém režimu a jejich výslednou střední rychlostí je vždy  $v_{\Omega}$ . Překročí-li rychlost elektronu kritickou rychlost  $v_C$ , jsou srážky zanedbatelné a elektrické pole urychluje elektron na značné rychlosti, tj. dostane se do ubíhajícího režimu. Pokud uvažujeme elektron s tepelnou rychlostí, nazývá se pole, které elektron uvede do ubíhajícího režimu, Dreicerovým polem. Letící elektron vyzařuje do prostorového úhlu ve směru  $\mathbf{n}$  výkon

$$d\mathcal{P} = \frac{e^2}{16\pi^2\epsilon_0 c} \frac{|\mathbf{n} \times [(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}]|^2}{(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n})^5} d\Omega; \quad \boldsymbol{\beta} \equiv \frac{\mathbf{v}}{c}. \quad (4)$$

Z formule (4) je patrné, že k vyzařování dochází při nenulovém zrychlení elektronu. Pokud má zrychlení směr rychlosti, může jít například o brzdné záření. Pokud je zrychlení kolmé na rychlost, což je případ kroužení elektronu podél siločar magnetického pole, jde o cyklotronní (při malé rychlosti) či synchrotronní (při vysoké rychlosti) emisi. Pro tento případ, který je typický pro tokamaky, přejde formule (4) na vztah

$$d\mathcal{P}_{\perp} = \frac{e^2}{16\pi^2\epsilon_0 c} \frac{(1 - \beta \cos \vartheta)^2 + (\sin \vartheta \cos \varphi)^2(\beta^2 - 1)}{(1 - \beta \cos \vartheta)^5} \beta^2 d\Omega, \quad (5)$$

kde  $\beta$  je podíl kolmé složky rychlosti a rychlosti světla,  $\vartheta$  je úhel mezi směrem pohybu částice a směrem vyzařování, úhel  $\varphi$  je standardní azimutální úhel ve sférické souřadnicové soustavě, jejíž osa  $z$  je totožná s aktuálním směrem pohybu částice a osa  $x$  například se směrem zrychlení částice. Při relativistických rychlostech částice dominantně vyzařuje před sebe, minimálně za sebe, a nevyzařuje ve směru zrychlení, tedy ve směru do středu kružnice, po níž krouží. Směrový diagram záření je na obr. 3. Nesymetrie vyzařování nabitě částice vede k tomu, že elektron neztrácí jen energii, ale i hybnost, a proto na něj působí síla, kterou nazýváme radiační reakce. Poprvé ji



Obr. 3. Směrová charakteristika synchrotronního záření určená ze vztahu (5) v programu Wolfram Mathematica. Při vysoké rychlosti převládá záření ve směru pohybu. Proláklina na obrázku je na spojnici částice se středem kružnice, po níž se pohybuje. Při gyračním pohybu elektronu se směrová charakteristika mění s jeho pohybem kolem magnetické indukční čáry, což komplikuje experimentální vyhodnocování naměřených signálů. Synchrotronní záření je v některých zařízeních generováno záměrně a využívá se v různých experimentech. K nejvýznamnějším takovým zdrojům ve světě patří evropský synchrotronní zdroj ESRF [5]

spočítal rakousko-německo-americký fyzik Wolfgang Pauli v roce 1958 [12], kdy dospěl ke vztahu ( $\gamma$  je Lorentzův kontrakční faktor  $1/(1 - \beta^2)^{1/2}$ )

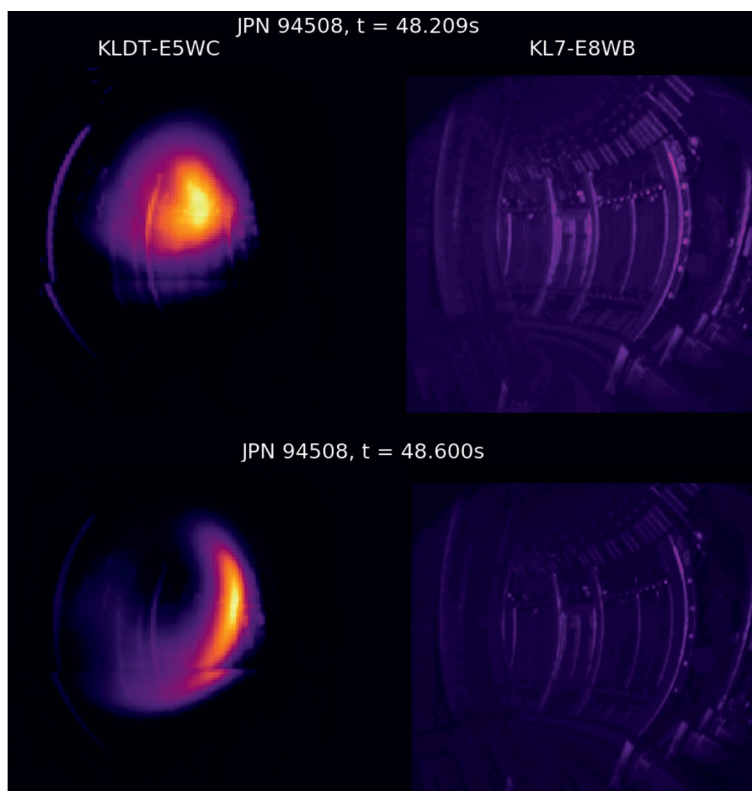
$$\mathbf{F}_{\text{rad}} = \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^2} \gamma^2 \left[ \ddot{\boldsymbol{\beta}} + 3\gamma^2(\boldsymbol{\beta} \cdot \dot{\boldsymbol{\beta}})\dot{\boldsymbol{\beta}} + \gamma^2 \left( \boldsymbol{\beta} \cdot \ddot{\boldsymbol{\beta}} + 3\gamma^2(\boldsymbol{\beta} \cdot \dot{\boldsymbol{\beta}})^2 \right) \boldsymbol{\beta} \right]. \quad (6)$$

Pokud se výpočet provede se čtyřvektory, získáme navíc ještě vztah pro ztrátu energie

$$\frac{dE_{\text{rad}}}{dt} = \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c} \left[ 3\gamma^6(\boldsymbol{\beta} \cdot \dot{\boldsymbol{\beta}})^2 + \gamma^4(\boldsymbol{\beta} \cdot \ddot{\boldsymbol{\beta}}) \right]. \quad (7)$$

### 3. Záření elektronu v tokamaku

Elektrony gyrující v toroidálním poli  $B_{\text{tor}}$  emitují synchrotronní záření (viz obr. 4), dále při oběhu kolem komory tokamaku emitují betatronové záření a v neposlední řadě



Obr. 4. Synchrotronní záření elektronů v IR oboru na tokamaku JET. Nalevo je kamera pozorující směr příletu elektronů, vpravo směr opačný. Horní obrázek odpovídá fázi s poněkud vyšší energií a kompaktním profilem svazku, ve spodním má pak svazek pravděpodobně dutý profil. Se svolením JET/Eurofusion/Scott Silburn

mohou emitovat brzděné záření spojené se změnou rychlosti podél trajektorie. Brzděné záření silně závisí na přítomnosti iontů a různých nečistot, může být podstatné při disrupci výboje. Odhad tohoto zářivého výkonu nelze udělat bez konkrétní znalosti situace v daném výboji. Pro záření způsobené gyračním pohybem elektronů v toroidálním poli plynou z výše uvedených formulí (6) a (7) vztahy

$$F_{T,\text{rad}} = \frac{e^4}{6\pi\epsilon_0 c^2} \frac{B_{\text{tor}}^2}{m_e^2} \frac{\beta_{\perp}}{1 - \beta_{\perp}^2}, \quad (8)$$

$$\frac{dE_{T,\text{rad}}}{dt} = -\frac{e^4}{6\pi\epsilon_0 c^2} \frac{B_{\text{tor}}^2}{m_e^2} \frac{\beta_{\perp}^2}{1 - \beta_{\perp}^2}, \quad (9)$$

kde  $\beta_{\perp}$  je složka bezrozměrné rychlosti elektronu kolmá na lokální magnetickou indukční čáru. Z formulí (6) a (7) můžeme odvodit i vztahy pro betatronové záření vznikající oběhem elektronů podél komory tokamaku:

$$\frac{dF_{b,\text{rad}}}{dt} = \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 R_{\text{maj}}^2} \frac{\beta_{\parallel}^3}{1 - \beta_{\parallel}^2}, \quad (10)$$

$$\frac{dE_{b,\text{rad}}}{dt} = -\frac{e^2 c}{6\pi\epsilon_0 R_{\text{maj}}^2} \frac{\beta_{\parallel}^4}{1 - \beta_{\parallel}^2}, \quad (11)$$

kde  $\beta_{\parallel}$  je projekce bezrozměrné rychlosti elektronu do směru magnetické indukční čáry a  $R_{\text{maj}}$  je velký poloměr tokamaku. Například pro tokamak COMPASS, rychlost elektronů rovnou tepelné rychlosti a odklon částice od siločáry  $10^\circ$  je betatronové záření o osm řádů nižší než záření způsobené gyračním pohybem. Je to dané především různou křivostí obou drah. V naprosté většině situací lze betatronové záření zanedbat, jedinou výjimkou by byl dokonalý (nereálný) pohyb podél magnetické indukční čáry.

Z hlediska ubíhajícího režimu je důležitá prahová rychlost  $v_{\text{tr}}$  (viz obr. 2), při níž zářivá reakce vyrovná sílu způsobenou srážkami. Pro vyšší rychlosti dominuje zářivá reakce a při rychlosti  $v_{\text{F}}$  je potom ubíhající režim ukončen. Tato prahová rychlost  $v_{\text{tr}}$  (resp. prahová energie  $E_{\text{tr}}$ ) závisí na toroidálním magnetickém poli, teplotě částic, jejich koncentraci a na „pitch“ úhlu (úhlu mezi okamžitou rychlostí elektronu a lokálním směrem magnetické indukční čáry), který je dán vztahem

$$\text{tg } \theta = \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}}. \quad (12)$$

Typický „pitch“ úhel je řádově  $10^\circ$ , ale statisticky se mohou vyskytovat i úhly výrazně vyšší. Z numerických simulací záření i z přímého výpočtu vycházejí pro prahovou energii částic pro tokamaky COMPASS, JET a ITER hodnoty uvedené v tabulce 1.

#### 4. Závěr

Z provedených odhadů je patrné, že při energii řádově nad 10 MeV začíná ve velkých tokamacích u ubíhajících elektronů převládat zářivá reakce nad srážkovými procesy a elektrony přestávají být nekontrolovatelně urychlovány. Při ještě vyšších energiích bude vlastní zářivá reakce dokonce vyšší než působící elektrická síla a dojde k samovolnému ukončení ubíhajícího režimu.

Tokamak	COMPASS	JET	ITER
$n_e$ ( $\text{m}^{-3}$ )	$1 \times 10^{19}$	$3 \times 10^{19}$	$1 \times 10^{20}$
$T_e$ (keV)	0,5	3	8,8
$B_{\text{tor}}$ (T)	1,15	3,45	5,30
$I_p$ (MA)	0,15	4,8	15
$E_{\text{tr}}(10^\circ)$ (MeV)	45	9	11
$E_{\text{tr}}(45^\circ)$ (MeV)	15	2,5	3

Tab. 1. Prahová energie elektronů, při níž převládne zářivá reakce nad srážkami, pro „pitch“ úhly  $10^\circ$  a  $45^\circ$ . Při disrupci v tokamaku mohou vzniknout i elektrony převyšující hodnoty uvedené v tabulce

**Poděkování.** Tento článek vznikl v rámci výzkumu podpořeného grantem GA18-02482S Grantové agentury České republiky, a granty Grantové agentury Českého vysokého učení technického v Praze SGS19/180/OHK4/3T/14 a SGS19/167/OHK3/3T/13. Článek vznikl s podporou České fyzikální společnosti JČMF.

#### L i t e r a t u r a

- [1] CARNEVALE, D., et al.: *Runaway electron beam control*. Plasma Phys. Control. Fusion 61 (2019), 014036.
- [2] DREICER, H.: *Electron and ion runaway in a fully ionized gas I*. Phys. Rev. 115 (1959), 238–249.
- [3] DWYER, J. R.: *A fundamental limit on electric fields in air*. Geophys. Res. Lett. 30 (2003), 2055–2059.
- [4] EUROFUSION: *Generating runaway electrons in JET to benefit ITER*. ITER Newsline (2015) [online]. Dostupné z: <https://www.iter.org/newsline/-/2234>
- [5] *European Synchrotron Radiation Facility homepage* [online]. Dostupné z: <https://www.esrf.eu/>
- [6] FICKER, O., et al.: *Runaway electron beam stability and decay in COMPASS*. Nuclear Fusion 59 (2019), 096036.
- [7] GIOVANELLI, R. G.: *Electron energies resulting from an electric field in a highly ionized gas*. Phil. Mag. 40 (1949), 206–214.
- [8] GUREVICH, A. V., MILIKH, G. M., ROUSSEL-DUPRE, R. A.: *Runaway electron mechanism of air breakdown and preconditioning during a thunderstorm*. Phys. Lett. A 165 (1992), 463–468.
- [9] JASPERS, R.: *Relativistic runaway electrons in tokamak plasmas*. PhD thesis. TU Eindhoven, 1995 [online]. Dostupné z: <https://pure.tue.nl/ws/files/1475618/431410.pdf>
- [10] KULHÁNEK, P.: *Úvod do teorie plazmatu*. Aldebaran Group for Astrophysics, Praha, 2011 [online]. Dostupné z: <https://www.aldebaran.cz/studium/tpla.pdf>



- [11] MLYNÁŘ, J., et al.: *Ubíhající elektrony v tokamacích – otevřené otázky a české příspěvky k jejich řešení*. V přípravě pro Československý časopis pro fyziku.
- [12] PAULI, W.: *Theory of relativity*. Pergamon Press, London, 1958.
- [13] VLAINIĆ, M., et al.: *First dedicated observations of runaway electrons in the COMPASS tokamak*. Nukleonika 60 (2015), 249–255.
- [14] WILSON, C. T. R.: *The acceleration of  $\beta$  particles in strong electric fields such as those of thunderclouds*. Proc. Cambridge Philos. Soc. 22 (1925), 534–538.