

Rozhledy matematicko-fyzikální

Pavel Töpfer

Matematický korespondenční seminář – PraSe

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 94 (2019), No. 3, 52–54

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/147898>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2019

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Matematický korespondenční seminář – PraSe

Za organizátory PraSete Pavel Töpfer, MFF UK Praha

Milý příteli,

dostává se Ti do rukou textík, který si klade za cíl krátce představit Matematický korespondenční seminář PraSe. Název PraSe vznikl jako zkratka ze slov PRAžský SEminář, neboť právě v Praze sídlíme, a to konkrétně na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy.

Korespondenční seminář je celoroční soutěž určená pro středoškoláky (a nadané základoškoláky). Přibližně jednou za měsíc vydáváme sérii osmi zajímavých matematických úloh. Účastníci semináře mají za úkol úlohy vyřešit a svá řešení nám elektronicky nebo poštou poslat. My potom řešení opravíme a obodujeme. Není nutné odeslat řešení všech úloh a také se vyplatí poslat i neúplná řešení, protože i za ně můžou účastníci získat alespoň část bodů. Kromě toho, že účastníkům jejich opravená řešení posíláme zpátky, zveřejňujeme také vzorová řešení všech úloh. Do soutěže je možné se zapojit kdykoliv během roku.

Proč se semináře účastnit? Snažíme se, aby řešení semináře bylo především zábavou. Mimo to je ale také dobrou přípravou pro účast v nejrůznějších matematických soutěžích i pro další studium matematiky. Nicméně, i pokud se matematice dále věnovat nehodláš, určitě se Ti v životě bude hodit schopnost logicky uvažovat, řešit problémy a srozumitelně formulovat své myšlenky, kterou si s námi procvičíš. Navíc se díky řešení semináře můžeš dostat na Matfyz bez přijímaček.

Největší odměnou pro pilné řešitele je týdenní soustředění – akce, na které se setkáš s dalšími řešiteli a s organizátory semináře. Získáš spoustu nových matematických znalostí a užiješ si bohatý program, hry, soutěže, sport a povídání si s kamarády. Soustředění se konají dvakrát ročně, pokaždé v jiné části republiky, ale vždy uprostřed krásné přírody. Rozhodně se tam hodně naučíš a odvezeš si mnoho silných zážitků.

Pokud Tě Matematický korespondenční seminář zaujal, rozhodně se neboj ho zkusit. Zadání druhé série najdeš níže. Více podrobností najdeš na našem webu: <https://mks.mff.cuni.cz/>.

Doufáme, že se rozhodneš do řešení semináře zapojit.

Posloupnosti**2. PODZIMNÍ SÉRIE TERMÍN ODESLÁNÍ: 4. LISTOPADU 2019**

K této sérii Ti spolu s prvními komentáři 39. ročníku přijde text, ve kterém budou vysvětleny základní pojmy a značení nutné k pochopení tohoto zadání. O něco dříve ho najdeš na našich stránkách na adrese <http://mks.mff.cuni.cz/commentary>.

ÚLOHA 1. (3 body)

Hedvika napsala na tabuli slovo POSLOUPNOSTI. Poté každé písmenko nahradila číslicí od 1 do 9, přičemž stejná písmenka nahradila stejnými číslicemi a různá různými. Mohlo se stát, že po nahrazení byl rozdíl každých dvou sousedních číslic alespoň tři?

ÚLOHA 2. (3 body)

Mějme posloupnost přirozených čísel a_1, a_2, \dots, a_8 , pro kterou platí, že pokud je a_n dělitelné třemi, tak $a_{n+1} = a_n/3$. V opačném případě je $a_{n+1} = a_n - 1$. Dále víme, že a_1 je čtyřciferné číslo a $a_8 = 1$. Najděte všechna možná a_1 .

ÚLOHA 3. (3 body)

Dokažte, že pokud rostoucí aritmetická posloupnost celých čísel obsahuje druhou mocninu přirozeného čísla, obsahuje jich nekonečně mnoho.

ÚLOHA 4. (5 bodů)

Uvažujme všechny posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ nenulových reálných čísel, ve kterých $a_1 = 1$ a které pro všechna přirozená n splňují

$$a_{n+1} + a_n = (a_{n+1} - a_n)^2.$$

Kolika různých hodnot může nabývat a_{2019} ?

ÚLOHA 5. (5 bodů)

Radeček si napsal na papír všech 2^{2019} různých posloupností plus a mínus jedniček o délce 2019. Poté v každé z nich sečetl všechny její prvky a tento součet umocnil na druhou, čímž dostal 2^{2019} výsledků. Jaký je jejich průměr?

ÚLOHA 6. (5 bodů)

Pro která kladná reálná čísla b existuje posloupnost kladných reálných čísel $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ splňující

$$a_{n+2} = \sqrt{b \cdot a_{n+1} - a_n}$$

pro všechna přirozená n ?

ÚLOHA 7. (5 bodů)

Jsou dány dvě posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ a $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ přirozených čísel, přičemž pro všechna přirozená n je b_n rovno součinu všech různých prvočísel dělicích a_n . Dále pro všechna $n \geq 2$ platí $a_n = a_{n-1} + b_{n-1}$. Dokažte, že existuje přirozené k splňující $a_k/b_k = 2019$.

ÚLOHA 8. (5 bodů)

Je dána posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ přirozených čísel taková, že $a_1 = 1$ a pro všechna přirozená n větší než 1 je a_n nejmenší přirozené číslo, které je různé od všech předchozích prvků posloupnosti a které je nesoudělné s jejich součtem. Dokažte, že tato posloupnost obsahuje všechna přirozená čísla.

Korespondenční seminář M&M

Za M&M Adéla Foglarová & Kristýna Kamenářová, MFF UK Praha

Milý čtenáři!

Rádi bychom Ti představili korespondenční seminář M&M. Je určený pro středoškoláky, které zajímá matematika, fyzika nebo informatika a rádi se o těchto vědách dovidají něco nového. A jak to funguje? Během školního roku vydáváme 6 čísel časopisu nabitého články, úlohami, ale především tématy k zamýšlení. Za každou vyřešenou úlohu nebo úvahu k tématu získáváš body a soutěžíš tak s ostatními řešiteli o krásné ceny, a hlavně se tak můžeš dostat na soustředění, která pořádáme dvakrát ročně. Na soustředění poznáš lidi s podobnými zájmy, budeš chodit na zajímavé přednášky, zahraješ si spoustu neotřelých her a taky si zkusíš, jaké je to zabývat se určitým problémem a pak ho prezentovat na malé, téměř vědecké, konferenci. A teď bychom Ti chtěli ukázat jeden z řešitelských článků, abys věděl/a, na co se těšit.