

Rozhledy matematicko-fyzikální

Jaroslav Švrček

Ústřední kolo 67. ročníku Matematické olympiády kategorie A

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 93 (2018), No. 2, 44–47

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/147264>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2018

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Ústřední kolo 67. ročníku Matematické olympiády kategorie A

Jaroslav Švrček, PřF UP, Olomouc

Uspořádáním ústředního kola 67. ročníku Matematické olympiády v kategoriích A a P byla v letošním roce pověřena Ústřední komisí MO krajská komise MO Olomouckého kraje, která finále soutěže zajišťovala především ve spolupráci s Gymnáziem Jakuba Škody v Přerově a Univerzitou Palackého v Olomouci.

Všichni soutěžící a členové Ústřední komise MO byli ubytováni v přerovském hotelu FIT, v jehož velkém konferenčním sále se také uskutečnila celá soutěž v kategorii A. Slavnostní zahájení soutěže však proběhlo večer v neděli 26. března v aule přerovského Gymnázia Jakuba Škody za přítomnosti představitelů Olomouckého kraje, primátora statutárního města Přerov, zástupce rektora UP, děkana PřF UP v Olomouci a dalších hostů z oblasti společenského života. Jednotu českých matematiků a fyziků zde zastupoval její předseda – *RNDr. Josef Kubát*.

Na základě jednotné koordinace úloh krajského (II.) kola v kategorii A a regulí soutěže pozvala Ústřední komise MO k účasti ve III. kole 45 nejlepších úspěšných řešitelů II. kola z celé České republiky, mezi nimi bylo 6 dívek. Z nich se však dva předem omluvili, takže vlastního finále se zúčastnilo 43 soutěžících. Na řešení obou trojic soutěžních úloh měli žáci již tradičně vyhrazeny po oba soutěžní dny, jimiž letos byly 19. a 20. březen, vždy 4,5 hodiny čistého času (obr. 1). Za každou úlohu mohli soutěžící získat nejvýše 7 bodů.

Přerovští organizátoři připravili pro soutěžící a pro členy Ústřední komise MO bohatý doprovodný program. Odpoledne po prvním soutěžním dnu absolvovali soutěžící prohlídku historické části Přerova, která byla ukončena exkurzí do provozu přerovského pivovaru ZUBR. Členové ÚK MO ocenili možnost navštívit po svém dopoledním zasedání největší firmu v Olomouckém kraji – přerovskou MEOPTU, která dlouhodobě patří mezi přední světové výrobce klasických optických výrobků a jejich komponentů. Druhý soutěžní den odpoledne se všichni účastníci přesunuli autobusem do Olomouce, kde nejprve absolvovali prohlídku nejvýznamnějších historických památek města, poté navštívili externí pracoviště PřF UP *Pevnost poznání* a nakonec absolvovali večerní pro-

hlídku rekonstruované zříceniny středověkého hradu Helfštýn poblíž Lipníka nad Bečvou.

Vyhlášení výsledků soutěže a předání cen nejlepším řešitelům III. kola v kategorii A se uskutečnilo ve středu 21. března dopoledne opět v konferenčním sále hotelu FIT. Slavnostního aktu se zúčastnili také zástupci skupiny ČEZ, kteří speciálně ocenili tři nejlepší řešitele ústředního kola soutěže. Předseda ÚK MO *doc. Jaromír Šimša* v závěrečném projevu poděkoval celému týmu organizátorů III. kola v kategorii A, především pak řediteli GJŠ v Přerově *Mgr. Janu Raškovi* a předsedovi krajské komise MO v Olomouckém kraji *RNDr. Pavlu Calábkovi, Ph.D.*, za kvalitní přípravu a zdařilý průběh celého ústředního kola 67 ročníku MO v kategorii A.



Obr. 1: Studenti při řešení úloh

Závěrem uvádíme texty soutěžních úloh ústředního kola v kategorii A a dále přehled vítězů a dalších úspěšných řešitelů 67. ročníku MO v kategorii A.

19. března 2018

1. Ve společnosti lidí jsou některé dvojice sprátenené. Pro přirozené číslo $k \geq 3$ řekneme, že společnost je k -dobrá, pokud lze každou

k -tici lidí ze společnosti rozsadit kolem kruhového stolu tak, že se každý dva sousedé přátelí. Dokažte, že je-li společnost 6-dobrá, pak je i 7-dobrá.

Josef Tkadlec

2. Reálná čísla x, y, z jsou zvolena tak, že čísla

$$\frac{1}{|x^2 + 2yz|}, \quad \frac{1}{|y^2 + 2zx|}, \quad \frac{1}{|z^2 + 2xy|}$$

jsou délkami stran (nedegenerovaného) trojúhelníku. Určete všechny možné hodnoty výrazu $xy + yz + zx$.

Michal Rolínek

3. Je dán trojúhelník ABC . Osa úhlu při vrcholu A protíná stranu BC v bodě D . Označme E, F středy kružnic opsaných trojúhelníkům ABD, ACD . Jakou velikost může mít úhel BAC , leží-li střed kružnice opsané trojúhelníku AEF na přímce BC ?

Patrik Bak

20. března 2018

4. Uvažujme libovolnou trojici celých čísel a, b a c , která jsou délkami stran trojúhelníku, nemají společného dělitele většího než 1 a pro něž jsou hodnoty všech tří zlomků

$$\frac{a^2 + b^2 - c^2}{a + b - c}, \quad \frac{b^2 + c^2 - a^2}{b + c - a}, \quad \frac{c^2 + a^2 - b^2}{c + a - b}$$

celočíslné. Dokažte, že součin jmenovatelů těchto tří zlomků nebo jeho dvojnásobek je druhou mocninou celého čísla.

Jaromír Šimša

5. Je dán rovnoramenný lichoběžník $ABCD$ s delší základnou AB . Označme I střed kružnice vepsané trojúhelníku ABC a J střed kružnice připsané straně AD trojúhelníku ACD . Dokažte, že přímky IJ a AB jsou rovnoběžné.

Patrik Bak

6. Najděte nejmenší přirozené číslo n takové, že pro libovolné obarvení čísel $1, 2, 3, \dots, n$ třemi barvami existují mezi uvedenými čísly dvě čísla téže barvy, jejichž rozdíl je druhá mocnina přirozeného čísla.

Vojtech Bálint, Michal Rolínek, Josef Tkadlec

Nejúspěšnější řešitelé ústředního kola 67. ročníku MO v kategorii A:

Vítězové:

1. *Pavel Hudec* (8/8, GJGJ, Praha 1) 41 b., 2. *Daniil Koževnikov* (8/8, GJK Praha 6) 40 b., 3. *Matěj Doležálek* (7/8, G Humpolec) 36 b., 4. *Martin Raška* (8/8, WG Ostrava-Poruba) 32 b., 5. *Lenka Kopfová* (3/4, Mendelovo G Opava) 30 b., 6. *Josef Minařík* (7/8, G Brno, tř. Kpt. Jaroše) 26 b., 7. *Filip Čermák* (4/4, Mendelovo G Opava) 25 b., 8. *Radek Olšák* (7/8, Menza G, Praha 6) 24 b., 9. *Vít Jelínek* (8/8, G Brno, tř. Kpt. Jaroše) 22 b., 10. *Jonáš Havelka* (6/8, G České Budějovice, Jírovcova) 22 b.

Úspěšní řešitelé:

11. *Filip Svoboda* (3/4, G Brno, Elgartova) 21 b., 12. *Jana Pallová* (7/8, G Jakuba Škody Přerov) 20 b., 13. *Tomáš Perutka* (8/8, G Brno, tř. Kpt. Jaroše) 19 b., 14. *Tomáš Sourada* (7/8, G Žamberk) 18 b., 15. *Dalibor Kramář* (7/8, G Brno-Řečkovice) 17 b., 16. *Václav Steinhäuser* (4/4, G Dačice) 17 b., 17. *Hedvika Ranošová* (8/8, G Praha 4, Budějovická) 16 b., 18. *Petr Gebauer* (8/8, G Jana Palacha, Mělník) 16 b., 19. *Vít Pískovský* (8/8, G Olgy Havlové, Ostrava-Poruba) 16 b., 20. *Matěj Konvalinka* (8/8, GaSOŠE Sedlčany) 16 b., 21. *Adam Janich* (4/4, G Praha 9, Špitálská) 16 b.

V případě rovnosti bodů rozhodla o pořadí vítězů a úspěšných řešitelů pravidla uvedená v soutěžním řádu MO. Kompletní výsledkovou listinu lze najít na oficiálních stránkách MO www.matematickaolympiada.cz.

Účast na výběrovém soustředění před 59. mezinárodní matematickou olympiádou (IMO), které se konalo v posledním dubnovém týdnu v Kostelci nad Černými lesy, si tak vybojoval všech deset vítězů ústředního kola v kategorii A. Z nich pak bylo vybráno šestičlenné české reprezentační družstvo pro aktuální IMO, která se uskuteční v první polovině července v Rumunsku (Cluj-Napoca). Na tomto soustředění bylo vybráno také šestičlenné družstvo (sestavené z dalších úspěšných řešitelů – nematurantů) pro 12. ročník Středoevropské matematické olympiády (MEMO), která se bude konat na konci srpna 2018 v Bielsko-Biale (Polsko). Podrobné zprávy o účasti českých reprezentačních týmů na 59. IMO i na 12. MEMO najdete v této rubrice v následujících číslech našeho časopisu.