Naše soutěž

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 92 (2017), No. 4, 54–57

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/147016

Naše soutěž

Předkládáme další dvě úlohy *Naší soutěže*. Můžete je vyřešit a řešení poslat na adresu redakce. Řešení může být v elektronické či papírové podobě. Redakce řešení opraví a opravené vám je zašle zpět. V některém z následujících čísel pak najdete úlohy vyřešené. Za řešení každé úlohy můžete získat až 5 bodů.

Soutěž je kontinuální, což znamená, že se výsledky jednotlivých řešitelů sčítají a vede se průběžná výsledková listina (za minulé i letošní ročník dohromady). V listině se nerozlišují úlohy matematické a fyzikální. Nejlepším řešitelům bude každým rokem zaslána odborná literatura.

Nyní předkládáme dvě úlohy, jejichž řešení pošlete do *31. března 2018* na adresu redakce.

Úloha 67 Na třech hromádkách leží celkem N kuliček. *Krokem* nazveme sjednocení kuliček z některých dvou hromádek a zpětné rozdělení na dvě hromádky tak, aby se počty kuliček v obou hromádkách lišily nejvýše o jednu. Dokažte, že po několika krocích je možné dosáhnout toho, že se počty kuliček na každých dvou hromádkách liší nejvýše o jednu.

(*Jaroslav Zhouf*)

Úloha 68 *Skákající míček*

Z okna bytu pustil chlapec z výšky h_1 tenisový míček. Zjistil, že míček se po odrazu na vodorovném povrchu Země dostal do výšky h_2, $h_2 < h_1$. Dále zjistil, že míček dopadl na vodorovný povrch Země poprvé za dobu $t_1 = 2{,}0$ s, podruhé za dobu $t_2 = 5{,}0$ s od začátku pohybu.

a) Stanovte výšky h_1 a h_2.
b) Stanovte podíl rychlostí míčku $k = v_2/v_1$ po odrazu a před odrazem.
c) Za jakou dobu dopadne míček na vodorovný povrch Země potřetí?

Řešte nejprve obecně, potom pro dané hodnoty. Při výpočtech pro dané hodnoty počítejte s hodnotou $g = 10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

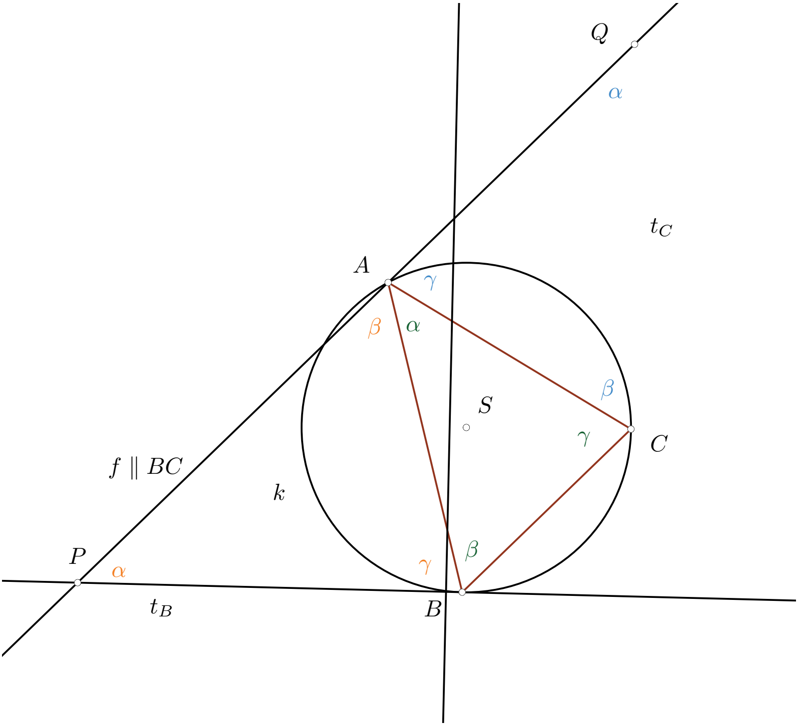
(*Ivo Volf*)

Řešení úloh z čísla 1/2017

Úloha 61 Je dán trojúhelník ABC s opsanou kružnicí k. Bodem A vedeme přímku f rovnoběžnou s BC, bodem B tečnu t_B ke k a bodem C tečnu t_C ke k. Průsečík přímek t_B a f označíme P, průsečík přímek t_C a f označíme Q. Dokažte, že trojúhelníky ABC, PAB a QCA jsou podobné.

(*Šárka Gergelitsová*)

Řešení:



Uhel ABP je úsekový úhel při tětivě AB kružnice k a ACQ je úsekový úhel při tětivě AC kružnice k. Proto $|\sphericalangle ABP| = |\sphericalangle ACB| = \gamma$ a $|\sphericalangle ACQ| = |\sphericalangle ABC| = \beta$. Velikosti úhlů $|\sphericalangle BAP| = \beta$ a $|\sphericalangle CAQ| = \gamma$ určíme z rovnoběžnosti přímek f a BC (střídavé úhly).

Úloha 62 *Spojování rezistorů*

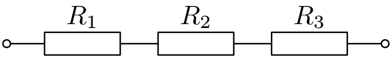
Máme k dispozici tři rezistory o odporech $R_1 = 1\ \Omega$, $R_2 = 2\ \Omega$, $R_3 = 3\ \Omega$. Zjistěte všechny možnosti zapojení těchto rezistorů a vypočtěte výsledné odpory těchto zapojení. Na základě vypočtených hodnot seřaďte jednotlivá zapojení sestupně od zapojení s největším odporem.

(*Miroslava Jarešová*)

Autorské řešení:

Existuje celkem 8 různých možností zapojení rezistorů.

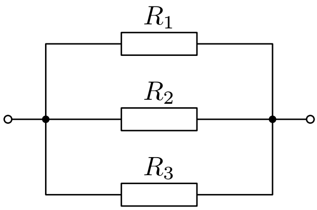
a)



Výsledný odpor zapojení:

$$R_\mathrm{a} = R_1 + R_2 + R_3 = 6\ \Omega$$

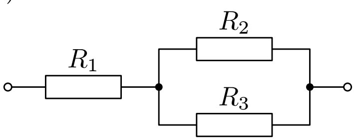
b)



Výsledný odpor zapojení:

$$R_\mathrm{b} = \frac{R_1R_2R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3} = 0{,}55\ \Omega$$

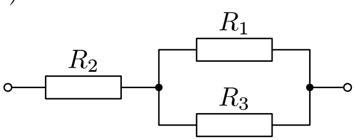
c)



Výsledný odpor zapojení:

$$R_\mathrm{c} = R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2 + R_3} = 2{,}20\ \Omega$$

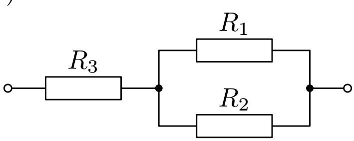
d)



Výsledný odpor zapojení:

$$R_\mathrm{d} = R_2 + \frac{R_1R_3}{R_1 + R_3} = 2{,}75\ \Omega$$

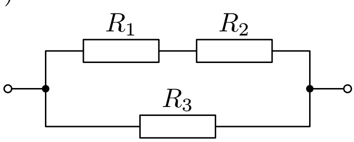
e)



Výsledný odpor zapojení:

$$R_\mathrm{e} = R_3 + \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} = 3{,}67\ \Omega$$

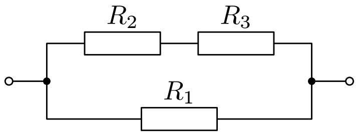
f)



Výsledný odpor zapojení:

$$R_\mathrm{f} = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} = 1{,}50\ \Omega$$

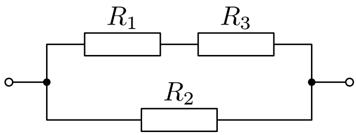
g)



Výsledný odpor zapojení:

$$R_\mathrm{g} = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = 0{,}83\ \Omega$$

h)



Výsledný odpor zapojení:

$$R_\mathrm{h} = \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = 1{,}33\ \Omega$$

Seřadíme-li tato zapojení podle výsledného odporu od největšího k nejmenšímu, dostaneme: a) 6 Ω, e) 3,67 Ω, d) 2,75 Ω, c) 2,20 Ω, f) 1,50 Ω, h) 1,33 Ω, g) 0,83 Ω, b) 0,55 Ω.

Stav soutěže po 62 soutěžních úlohách
(uvádíme jen soutěžící s dosavadním ziskem aspoň 9 bodů)

Ondřej Havelka (G, Trutnov) – 50,5 b., Michal Zelina (GChD, Zborovská, Praha 5) – 44 b., Zuzana Procházková (GChD, Zborovská, Praha 5) – 34 b., Matyáš Grof (GChD, Zborovská, Praha 5) – 33 b., Stanislav Boula (GChD, Zborovská, Praha 5) – 32 b., Daniel Pišťák (GChD, Zborovská, Praha 5) – 31 b., Anna Zavadilová (Masarykovo G, Říčany) – 29 b., Daniel Borák (GChD, Zborovská, Praha 5) – 26 b., Martin Bucháček (G Luďka Pika, Plzeň) – 26 b., Vladimír Boček (GChD, Zborovská, Praha 5) – 25 b., Martin Raszyk (G, Karviná) – 20 b., Jiří Braný (GChD, Zborovská, Praha 5) – 18 b., Michal Řepík (PedF UK) – 17 b., Pavel Hudec (GJGH, Truhlářská, Praha 1) – 15 b., Marian Poljak (GJŠ, Přerov) – 15 b., Michal Buráň (G, Uherský Brod) – 13 b., Jan Bien (GChD, Zborovská, Praha 5) – 12 b., Ondřej Somič (SPŠ stavební, Opava) – 12 b., Oskar Marelja (GChD, Zborovská, Praha 5) – 11 b., Matouš Bílek (GJŠ, Přerov) – 10 b., Jan Kučera (GChD, Zborovská, Praha 5) – 10 b., Tadeáš Kučera (G, kpt. Jaroše, Brno) – 10 b., Ondřej Motlíček (G, Šumperk) – 10 b., Vít Pískovský (G O. Havlové, Ostrava-Poruba) – 10 b., Ester Sgallová (GChD, Zborovská, Praha 5) – 10 b., David Bainak (G, kpt. Jaroše, Brno) – 9 b., Libor Drozek (G, Holešov) – 9 b., Vilém Sklenář (GChD, Zborovská, Praha 5) – 9 b.