Karel Horák

56. mezinárodní matematická olympiáda

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 91 (2016), No. 1, 36–41

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/146655

ZPRÁVY

56. mezinárodní matematická olympiáda

Karel Horák, MÚ AV ČR, Praha

Hlavními pořadateli 56. Mezinárodní matematické olympiády, která se konala od 4. do 16. července v thajském městě Chiang Mai na severu této pro nás pořád ještě exotické země, byly Ústav pro podporu výuky věd a technologií (IPST), univerzita v Chiang Mai, Matematické sdružení Thajska pod patronací Jeho Veličenstva krále a Nadace pro podporu akademických olympiád a rozvoje vědecké výchovy (POSN) pod patronací Její Výsosti princezny Galyani Vadhana Krom Luang Naradhiwas Rajanagarindra.

Organizátoři připravili pro práci mezinárodní jury, jejímž hlavním úkolem je vybrat z připravených návrhů šestici soutěžních úloh, vynikající podmínky v pětadvacetipatrovém hotelu Holiday Inn v samém centru města. Soutěžící spolu s pedagogickými vedoucími bydleli v neméně skvělém hotelu v jiné části města. Počet soutěžících byl opět rekordní: olympiády se zúčastnilo 577 studentů ze 104 zemí celého světa.

Slavnostní zahájení se konalo v aule chiangmajské univerzity a zakončilo ho nápadité defilé s národními vlajkami.

České družstvo, které bylo vybráno na základě výsledků ústředního kola 64. ročníku MO v Praze a následné týdenní přípravy v Kostelci nad Černými lesy, tvořili *Vojtěch Dvořák* z 8. ročníku G JGJ v Praze, *Matěj Konečný* z 8. ročníku G v Českých Budějovicích v Jírovcově ulici, *Marian Poljak* ze 7. ročníku GJŠ v Přerově, *Jan Soukup* z 8. ročníku GJV v Klatovech, *Radovan Švarc* z 8. ročníku G Česká Třebová a *Pavel Turek* z 6. ročníku G v Olomouci-Hejčíně. Vedoucím družstva byl *RNDr. Karel Horák, CSc.*, z Matematického ústavu Akademie věd v Praze a studenty doprovázel *Mgr. Michal Rolínek* z Institutu pro vědu a technologii v Klosterneuburgu u Vídně.

Vlastní soutěž se odehrála v univerzitní aule hotelu 10. a 11. července, kdy soutěžící jako obvykle řešili vždy po trojici soutěžních úloh. Na to měli pokaždé vyhrazeno přesně 4,5 hodiny; za každou ze šesti úloh mohli získat nejvýše 7 bodů.

Výsledky našich jsou shrnuty v následující tabulce:

		Body za úlohu						**Body**	**Cena**
Umístění		1	2	3	4	5	6		
394.–419.	Vojtěch Dvořák	7	1	0	0	0	0	8	HM
322.–336.	Matěj Konečný	7	1	0	2	1	0	11	HM
257.–282.	Marian Poljak	6	0	0	7	1	0	14	III.
365.–393.	Jan Soukup	7	0	0	1	1	0	9	HM
217.–256.	Radovan Švarc	4	1	0	7	3	0	15	III.
160.–182.	Pavel Turek	7	2	0	7	1	0	17	III.
	Celkem	38	5	0	24	7	0	74	

Vzhledem k tomu, že dva z našich studentů už mají doma po medaili z předchozí 55. MMO, čekali jsme, že své zkušenosti i přípravu zúročí lépe. Letošní MMO však dle mínění mnohých patřila k jedné z nejtěžších. Nicméně zisk tří bronzových medailí za velký úspěch považovat nelze. Zbylí tři naši studenti se museli spokojit pouze se základním oceněním, kterým je tzv. *Honourable mention* a které se uděluje studentům bez medaile za úplné vyřešení alespoň jedné soutěžní úlohy.

Pro srovnání uveďme i výsledky slovenských reprezentantů, kteří si tentokrát vedli o dost lépe než naši (a to nejlepšímu „česko-slovenskému“ účastníku Buiovi unikla zlatá medaile jen o bod):

		Body za úlohu						**Body**	**Cena**
Umístění		1	2	3	4	5	6		
257.–282.	Patrik Bak	1	5	0	7	1	0	14	III.
101.–117.	Eduard Batmendijn	7	1	0	7	1	4	20	II.
40.–54.	Truc Lam Bui	7	5	0	7	0	6	25	II.
420.–430.	Tomáš Kekeňák	4	1	0	1	1	0	7	
183.–216.	Zhen Ning Dávid Liu	7	1	0	7	1	0	16	III.
217.–256.	Samuel Sládek	7	0	0	7	1	0	15	III.
	Celkem	33	13	0	36	5	10	97	

V neoficiálním pořadí všech zúčastněných zemí jsme stěží uhájili pozici v první polovině (spolu s Mongolskem a Švýcarskem jsme se podělili o 45.–47. příčku) více než stočlenného pole. Počet získaných cen a celkový bodový zisk jednotlivých zemí vyčtete z připojené tabulky (čísla v závorce označují nižší počet reprezentantů):

	I	II	III	body		I	II	III	body
USA	5	1	0	185	Portugalsko	0	0	3	70
ČLR	4	2	0	181	Sýrie	0	1	1	69
Korea	3	1	2	161	JAR	0	0	1	68
KLDR	3	3	0	156	Belgie	0	1	0	67
Vietnam	2	3	1	151	Malajsie	0	0	3	66
Austrálie	2	4	0	148	Turkmenistán	0	0	2	64
Írán	3	2	1	145	Uzbekistán	0	0	3	64
Rusko	0	6	0	141	Rakousko	0	0	3	63
Kanada	2	0	4	140	Švédsko	0	0	2	63
Singapur	1	4	1	139	Alžírsko	0	1	1	60
Ukrajina	2	3	1	135	Kypr	0	1	0	58
Thajsko	2	3	1	134	Tádžikistán (5)	0	1	1	57
Rumunsko	1	4	1	132	Litva	0	0	1	54
Francie	0	3	3	120	Norsko	0	1	0	54
Chorvatsko	1	3	1	119	Kostarika	0	0	2	53
Peru	2	2	1	118	Paraguay	0	0	3	53
Polsko	1	1	4	117	Dánsko	0	0	2	52
Tchaj-wan	0	4	1	115	Estonsko	0	0	1	51
Mexiko	1	2	3	114	Srí Lanka	0	0	0	51
Maďarsko	0	3	3	113	Španělsko	0	0	1	47
Turecko	0	5	0	113	Slovinsko	0	0	1	46
Brazílie	0	3	3	109	Makedonie	0	0	1	45
Japonsko	0	3	3	109	Island	0	0	0	41
Velká Británie	0	4	1	109	Tunisko (4)	0	0	1	41
Kazachstán	1	1	2	105	Albánie	0	0	0	37
Arménie	0	1	5	104	Irsko	0	0	0	37
Německo	0	2	3	102	Lotyšsko	0	0	0	36
Hongkong	0	2	3	101	Ekvádor	0	0	0	27
Bulharsko	0	2	1	100	Maroko	0	0	0	27
Indonésie	0	2	4	100	Finsko	0	0	0	26
Itálie	1	2	0	100	Nikaragua (3)	0	0	0	26
Srbsko	1	1	2	100	Trinidad a Tobago (4)	0	1	0	26
Bangladéš	0	1	4	97	Pákistán	0	0	1	25
Slovensko	0	2	3	97	Kambodža	0	0	0	24
Makao	0	1	2	88	Kosovo	0	0	0	24
Filipíny	0	2	2	87	Nigérie	0	0	0	22
Indie	0	1	2	86	Černá Hora (3)	0	0	1	19
Moldavsko	0	1	2	85	Lichtenštejnsko (1)	0	0	1	18
Bělorusko	0	0	3	84	Portoriko (3)	0	0	1	18
Izrael	1	0	2	83	Kyrgyzstán	0	0	0	17
Saudská Arábie	0	1	3	81	Uruguay	0	0	0	16
Gruzie	0	1	3	80	Kuba (1)	0	0	1	15
Bosna a Hercegovina	0	0	2	76	Salvádor (4)	0	0	0	14
Nizozemsko	0	0	3	76	Venezuela (2)	0	0	0	13
Česká republika	0	0	3	74	Chile (2)	0	0	0	12
Mongolsko	0	0	2	74	Lucembursko (2)	0	0	0	12
Švýcarsko	0	0	3	74	Panama (3)	0	0	0	9
Ázerbájdžán	0	0	2	73	Uganda (5)	0	0	0	6
Kolumbie	0	0	4	72	Bolívie (5)	0	0	0	5
Nový Zéland	0	0	2	72	Ghana (5)	0	0	0	5
Řecko	0	1	2	71	Botswana	0	0	0	1
Argentina	0	0	1	70	Tanzánie (3)	0	0	0	0

O obtížnosti úloh přirozeně svědčí množství rozdaných bodů. Jak je patrno z tabulky, Čínu letos o pár bodů předběhly Spojené státy americké, ale ani ty nepřekonaly hranici 200 bodů, což se už dlouho nestalo. Rusko letos vypadlo ze silné pětky, protože ruští studenti si překvapivě neporadili s obtížnou třetí planimetrickou úlohou, a tak nezískali ani jednu zlatou a skončili se šesti stříbrnými až na osmé příčce. Úlohy rozhodně nebyly lehké, naši si sice výborně poradili s kombinatorickou první úlohou, na které překvapivě pohořeli jinak výborní Vietnamci, a o něco hůře se čtvrtou (geometrickou) úlohou. Na zbývající těžší úlohy však bohužel nestačili.

K zisku zlaté medaile letos stačilo pouhých 26 bodů, přičemž plného počtu 42 bodů dosáhl jediný soutěžící, Zhuo Qun (Alex) Song z Kanady. Stříbrné medaile se udělovaly za 19–25 bodů a na bronz stačilo 14 bodů. Celkem jury udělila 39 zlatých, 100 stříbrných a 143 bronzových medailí a 126 studentů získalo „pochvalné uznání“ (Honourable mention).

Vynikající organizace se projevila i v bohaté náplni volného času jak studentů, tak jejich vedoucích. K největším zážitkům bezesporu patřil výlet do sloního parku Maetaman korunovaný jízdou na hřbetě slona, který po soutěži absolvovali i soutěžící, neméně vzrušující byla i zhruba čtyřkilometrová plavba na bambusových vorech mírnými peřejemi. Po koordinaci jsme pak měli ještě možnost navštívit chrám Wat Pra That Doi Suthep v horách za hranicí města a poté chrám Wat Chedi Luang v historickém středu města.

Slavnostní zakončení olympiády se konalo opět v prostorné aule chiangmajské univerzity za účasti thajského ministra školství a v uvolněném duchu bez velkých proslovů. Po úžasném bubenickém a tanečním vystoupení došlo k rozdání medailí, na němž se valnou částí kromě představitelů univerzity a pana ministra podíleli sami organizátoři a koordinátoři.

O hostitelských zemích příštích olympiád je už jasno až do roku 2019: v roce 2016 to bude Hongkong, pak Brazílie, Rumunsko a Velká Británie.

Texty soutěžních úloh

(v závorce je uvedena země, která úlohu navrhla)

1. Konečnou množinu $\mathcal{S}$ bodů v rovině nazveme *vyváženou*, jestliže pro libovolné dva různé body A a B z $\mathcal{S}$ existuje v $\mathcal{S}$ takový bod C, že $|AC| = |BC|$. Množinu $\mathcal{S}$ nazveme *středuprostou*, jestliže pro žádné tři různé body A, B a C z $\mathcal{S}$ neexistuje v $\mathcal{S}$ bod P takový, že $|PA| = |PB| = |PC|$.

(a) Dokažte, že pro každé přirozené číslo $n \geq 3$ existuje vyvážená množina obsahující právě n bodů.
(b) Určete všechna přirozená čísla $n \geq 3$, pro něž existuje vyvážená středuprostá množina obsahující právě n bodů.

(*Nizozemsko*)

2. Určete všechny trojice (a, b, c) kladných celých čísel, pro něž každé z čísel

$$ab - c, \quad bc - a, \quad ca - b$$

je mocninou 2.

(*Mocnina 2 je celé číslo tvaru 2^n, kde n je nezáporné celé číslo.*)

(*Srbsko*)

3. Nechť ABC je ostroúhlý trojúhelník splňující $|AB| > |AC|$. Označme Γ kružnici mu opsanou, H jeho průsečík výšek a F patu výšky z vrcholu A. Střed strany BC označme M. Nechť Q je bod kružnice Γ takový, že $\angle HQA = 90^\circ$, a K bod kružnice Γ takový, že $\angle HKQ = 90^\circ$. Předpokládejme, že body A, B, C, K a Q jsou navzájem různé a leží na kružnici Γ v tomto pořadí.

Dokažte, že kružnice opsané trojúhelníkům KQH a FKM se vzájemně dotýkají. (*Ukrajina*)

4. Trojúhelníku ABC je opsána kružnice Ω o středu O. Přitom kružnice Γ se středem A protne úsečku BC v bodech D a E takových, že body B, D, E a C jsou různé a leží na přímce BC v tomto pořadí. Kružnice Γ a Ω se protínají v bodech F a G, přičemž body A, F, B, C a G leží na kružnici Ω v tomto pořadí. Označme K další průsečík kružnice opsané trojúhelníku BDF s úsečkou AB a L další průsečík kružnice opsané trojúhelníku CGE s úsečkou CA.

Předpokládejme dále, že přímky FK a GL jsou různé a protínají se v bodě X. Dokažte, že bod X leží na přímce AO. (*Řecko*)

5. Nechť $\mathbb{R}$ označuje množinu všech reálných čísel. Určete všechny funkce $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, jež splňují rovnici

$$f\big(x + f(x+y)\big) + f(xy) = x + f(x+y) + yf(x)$$

pro všechna reálná čísla x a y. (*Chorvatsko*)

6. Posloupnost $a_1, a_2, \ldots$ celých čísel vyhovuje následujícím podmínkám:
(i) $1 \leq a_j \leq 2\,015$ pro každé $j \geq 1$;
(ii) $k + a_k \neq l + a_l$ pro všechna k a l taková, že $1 \leq k < l$.

Dokažte, že existují dvě kladná celá čísla b a N taková, že

$$\left| \sum_{j=m+1}^{n} (a_j - b) \right| \leq 1\,007^2$$

pro všechna celá čísla m a n splňující $n > m \geq N$. (*USA*)

9. středoevropská matematická olympiáda

Lucie Růžičková, Gymnázium Christiana Dopplera, Praha

Ve dnech 25.–31. srpna 2015 se ve slovinském Koperu konal devátý ročník Středoevropské matematické olympiády (MEMO). Soutěže se zúčastnilo celkem 60 soutěžících z deseti zemí (Rakousko, Chorvatsko, Česká republika, Německo, Maďarsko, Litva, Polsko, Slovensko, Slovinsko, Švýcarsko).

Šestičlenný český tým, který byl vybrán na základě výsledků ústředního kola 64. ročníku MO a výběrového soustředění v Kostelci nad Černými Lesy, tvořili: *Filip Bialas* (6/8 G Opatov, Praha 4), *Vojtěch Lukeš* (7/8 G Luďka Pika, Plzeň), *Jan Petr* (6/8 G Jana Keplera, Praha 6), *Daniel Pišťák* (7/8 G Christiana Dopplera, Praha 5), *Lucien Šíma* (7/8 PORG, Praha 8), *Jan Šorm* (7/8 G Brno, třída Kapitána Jaroše 14). Vedoucími českého týmu byli *doc. RNDr. Jaroslav Zhouf, Ph.D.*, z FIT ČVUT v Praze a *PhDr. Lucie Růžičková, Ph.D.*, z Gymnázia Christiana Dopplera v Praze.

V rámci individuální soutěže, která se konala ve čtvrtek 27. srpna v prostorách Pedagogické fakulty Univerzity na Primorskem, řešili soutěžící v průběhu pěti hodin celkem čtyři úlohy z oblastí algebry, kombinatoriky, geometrie a teorie čísel. V pátek 28. srpna pak proběhla