

# Rozhledy matematicko-fyzikální

---

Naše soutěž

*Rozhledy matematicko-fyzikální*, Vol. 89 (2014), No. 2, 57–60

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/146580>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2014

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:  
*The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

NAŠE SOUTĚŽ
-------------

Předkládáme další dvě úlohy *Naší soutěže*. Můžete je vyřešit a řešení poslat na adresu redakce. Řešení může být v elektronické či papírové podobě. Redakce řešení opraví a opravené vám je zašle zpět. V některém z následujících čísel pak najdete úlohy vyřešené. Za řešení každé úlohy můžete získat až 5 bodů.

Soutěž je kontinuální, což znamená, že se výsledky jednotlivých řešitelů sčítají a vede se průběžná výsledková listina (za minulé i letošní ročník dohromady). V listině se nerozlišují úlohy matematické a fyzikální. Nejlepším řešitelům bude každým rokem zaslána odborná literatura.

Nyní předkládáme dvě úlohy, jejichž řešení pošlete do *30. září 2014* na adresu redakce.

**Úloha 41.** Mezi všemi přirozenými čísly, jejichž ciferný součet má hodnotu 64, vyhledejte šedesáté čtvrté nejmenší.

(*Jaromír Šimša*)

**Úloha 42.** *Podhuštěná pneumatika*

Řidič osobního automobilu nahustil za horkého letního dne v poledne pneumatiku na předepsaný tlak  $p_1 = 0,2$  MPa při teplotě  $t_1 = 35$  °C. Další den ráno teplota vzduchu poklesla na hodnotu  $t_2 = 5$  °C.

- a) Určete tlak  $p_2$ , který byl následující den ráno v pneumatice. Jaká byla ráno hustota vzduchu v pneumatice?
- b) Řidič musel vzniklou situaci řešit tím, že do pneumatiky doplnil další vzduch, aby tlak vzduchu v pneumatice byl opět  $p_1$ . Jak se změnila hustota vzduchu v pneumatice po přidání dalšího vzduchu?

Při řešení uvažujte, že se objem pneumatiky nemění. Vzduch považujte za ideální plyn,  $M_m = 29 \cdot 10^{-3}$  kg · mol<sup>-1</sup>.

Řešte nejprve obecně, potom pro dané hodnoty.

(*Miroslava Jarešová*)

### Řešení úloh z čísla 4/2013

**Úloha 37.** V libovolném čtyřúhelníku  $ABCD$  označme  $\nu_{Ab}$  vzdálenost bodu  $A$  od strany  $b$ , dále  $\nu_{Bc}$  vzdálenost bodu  $B$  od strany  $c$  atd. Dokažte, že platí:

$$\nu_{Ab} \cdot \nu_{Bc} \cdot \nu_{Cd} \cdot \nu_{Da} = \nu_{Ac} \cdot \nu_{Bd} \cdot \nu_{Ca} \cdot \nu_{Db}$$

(Jaroslav Zhouf)

*Řešení:* Obsah  $S$  čtyřúhelníku  $ABCD$  lze vyjádřit několika způsoby:

$$S = \frac{1}{2}b\nu_{Ab} = \frac{1}{2}c\nu_{Ac}$$

$$S = \frac{1}{2}c\nu_{Bc} = \frac{1}{2}d\nu_{Bd}$$

$$S = \frac{1}{2}d\nu_{Cd} = \frac{1}{2}a\nu_{Ca}$$

$$S = \frac{1}{2}a\nu_{Da} = \frac{1}{2}b\nu_{Db}$$

Vynásobením levých i pravých stran a vydělením výrazem  $abcd$  získáme dokazovanou rovnost.

### Úloha 38. *Cyklista*

Cyklista vyšlapal kopec, na vrcholu se otočil a po téže trase se vrátil zpět. Na vrcholu na svém cyklocomputeru zjistil průměrnou rychlost  $v_1 = 15,32 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ , computer vynuloval a v cíli opět přečetl průměrnou rychlost jízdy z kopce  $v_2 = 42,15 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

Druhý cyklista jel stejnou trasu, ale na vrcholu cyklocomputer nevnuloval. Na vrcholu mu computer ukázal průměrnou rychlost  $v'_1 = 14,35 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  a v cíli průměrnou rychlost  $v'_p = 21,85 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

- Určete průměrnou rychlost  $v_p$  jízdy prvního cyklisty.
- Určete průměrnou rychlost  $v'_2$  jízdy z kopce druhého cyklisty.
- Určete pro každého cyklistu poměr doby jízdy do kopce a jízdy z kopce.

(Josef Jírů)

*Autorské řešení:*

Označme  $s$  dráhu uraženou jedním směrem, pro prvního cyklistu  $t_1$  dobu jízdy nahoru,  $t_2$  dobu jízdy dolů a  $t$  celkovou dobu jízdy, pro druhého cyklistu analogicky  $t'_1$  dobu jízdy nahoru,  $t'_2$  dobu jízdy dolů a  $t'$  celkovou dobu jízdy.

a) Platí

$$v_p = \frac{2s}{t_1 + t_2} = \frac{2s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = 22,47 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

b) Platí

$$v'_2 = \frac{s}{t' - t'_1} = \frac{2s}{\frac{s}{v'_p} - \frac{s}{v'_1}} = \frac{v'_1v'_p}{2v'_1 - v'_p} = 45,77 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

Jiná možnost řešení: Použít výsledek úlohy a), z něj vyjádřit  $v_2$  a všechny rychlosti „opatrřit čárkou“.

c) Pro prvního cyklistu platí

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\frac{s}{v_1}}{\frac{s}{v_2}} = \frac{v_2}{v_1} = 2,75,$$

pro druhého cyklistu analogicky

$$\frac{t'_1}{t'_2} = \frac{v'_2}{v'_1}.$$

Dosažením výsledku úlohy b) dostaneme

$$\frac{t'_1}{t'_2} = \frac{v'_p}{2v'_1 - v'_p} = 3,19.$$

### Stav soutěže po 38 soutěžních úlohách

Anna Zavadilová (Masarykovo G, Říčany) – 29 bodů

Martin Bucháček (G Ludka Pika, Plzeň) – 26 bodů

Michal Řepík (PedF UK, Praha 1) – 17 bodů

Michal Buráň (G, Uherský Brod) – 13 bodů

Ondřej Somič (SPŠ stavební, Opava) – 12 bodů  
Tadeáš Kučera (G kpt. Jaroše, Brno) – 10 bodů  
Ondřej Motlíček (G Šumperk) – 10 bodů  
Martin Raszyk (G Karviná) – 10 bodů  
Libor Drozdek (G Holešov) – 9 bodů  
David Bainak (G kpt. Jaroše, Brno) – 9 bodů  
Ondřej Kincl (G Oty Pavla, Praha 5 Radotín) – 7,5 bodu  
Adam Láf (G Zborovská, Praha 5) – 7 bodů  
Tomáš Pavlín (G Parlářova, Praha 6) – 7 bodů  
Le Anh Dung (G, Tachov) – 5 bodů  
Mark Karpilovský (G kpt. Jaroše, Brno) – 5 bodů  
Jan Krejčí (G, Bílovec) – 5 bodů  
Jakub Löwit (G Českolipská, Praha 9) – 5 bodů  
Jan Mikal (G, Rožnov pod Radhoštěm) – 5 bodů  
Josef Svoboda (G, Frýdlant nad Ostravicí) – 5 bodů  
Martin Sýkora (G Nad Alejí, Praha 6) – 5 bodů  
Štěpán Šimsa (G, Litoměřice) – 5 bodů  
Radovan Švarc (G, Česká Třebová) – 5 bodů  
Dominik Teiml (The English College, Praha) – 5 bodů  
Jakub Vančura (G kpt. Jaroše, Brno) – 5 bodů  
Martina Chamrová (G Oty Pavla, Praha 5 Radotín) – 4,5 bodu  
Jiří Guth (G Jírovcova, České Budějovice) – 3 body  
Václav Skála (G, Klatovy) – 1 bod  
Jan Soukup (G, Klatovy) – 1 bod

\* \* \* \* \*

*Hledej tak, abys objevoval, a objevuj tak, abys nepřestával hledat.*

Sv. Augustin

*Matematika je jako hra dáma – vhodná pro mladé, ne příliš obtížná, zábavná a neohrožuje stát.*

Platón