

Rozhledy matematicko-fyzikální

Zdeňka Koupilová; Dana Mandíková
Elektronická sbírka řešených úloh z fyziky

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 86 (2011), No. 1, 7–16

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/146396>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2011

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:
The Czech Digital Mathematics Library <http://dml.cz>

Elektronická sbírka řešených úloh z fyziky

Zdeňka Koupilová, Dana Mandíková, MFF UK, Praha

Abstract. The article presents an electronic collection of solved problems in physics as a suitable tool for development of the ability to solve quantitative physics tasks. Because the collection is aimed to self-study too, the structure of problem solutions is specially designed to substitute tutor's help during lesson and to encourage students to solve at least some parts of the problem independently. That's why there are various hints, notes referring to laws and formulas, plots and other means supporting students' aspiration before detailed solution. At this moment there are approximately 120 fully solved problems in mechanics, 215 in electromagnetism and 105 in thermodynamics.

Úvod

V rámci hodin fyziky na školách všech úrovní by měli studenti získat i dovednost řešit fyzikální úlohy, a to nejen úlohy kvalitativní či problémové, ale také úlohy početní. Úlohy jsou řešeny nejenom přímo v rámci vyučovacích hodin, ale také v rámci domácí přípravy. Studenti mají k dispozici velké množství různých sbírek úloh, ze kterých mohou úlohy čerpat. Jmenujme za všechny alespoň dvě nejrozšířenější sbírky [1] a [2], ve kterých jsou úlohy vesměs neřešené, a rozsáhlou sbírku řešených úloh [3].

Pokud se zaměříme právě na samostatné řešení úloh, tak zjistíme, že sbírky neřešených úloh nejsou zcela ideální. Studenti, kteří nevědí, jak úlohu řešit, protože nemají danou problematiku dostatečně zvládnutou, nebo je prostě vhodný postup nenapadne, nemají možnost někde získat pomoc. Mohlo by se zdát, že z tohoto hlediska by bylo ideální, aby všechny úlohy byly ve sbírce vyřešeny (jako je tomu např. v [3]). Ani to ale není ideální stav, protože ve chvíli, kdy je řešení úlohy uvedeno přímo pod zadáním, svádí tak ihned k přečtení a nepodporuje (či dokonce omezuje) aktivní přístup studenta k řešení úlohy. Vzhledem k tomu, že řešení fyzikálních úloh je dovednost, nikoli znalost, je k jejímu dobrému osvojení nutný nácvik, nikoli pasivní přijímání poznatků.

Uvedené skutečnosti se staly motivací k vytvoření takové sbírky úloh [4], která by sice obsahovala úplná řešení úloh, ale zároveň studenty

vedla k aktivnímu přístupu a samostatnému vyřešení např. alespoň části úlohy. Vzhledem k tomu, že sbírka vzniká pouze v elektronické (webové) podobě, je možné využít interaktivních prvků tak, aby čtenář neviděl hned celé řešení a získal čas se nad úlohou zamyslet. V tomto článku chceme uvedenou sbírku představit a nabídnout ji k používání širšímu okruhu zájemců.

Jak sbírka vypadá

Sbírka řešených úloh z fyziky

Mechanika **Elektrina a magnetismus** **Kvantová mechanika**

O sbírce

Úlohy

- Kinematika hmotných bodů (34)
 - Pohyb daný graficky (4)
 - Rovnoměrný přímočarý pohyb (10)
 - Anička na výletě (ZŠ)
 - Hajný a pes (ZŠ)
 - Průměrná rychlost auta (ZŠ)
 - Pohyb lodky (SŠ)
 - Jak dlouhý je bazén? (ZŠ)
 - Pozorování letadla (ZŠ)
 - Nezodpovědný řidič (SŠ)
 - Dva cyklisté (SŠ)
 - Míjení vlaku I (ZŠ)
 - Míjení vlaku II (ZŠ)**
 - Zrychlený přímočarý pohyb (5)
 - Pohyb po kružnici (3)
 - Volný pád, vrhy (0)
 - Pohyb v rovině a prostoru (5)
 - Řemenice (SŠ+)
 - Mýš a kočka (SŠ+)
 - Brouk na desce (SŠ)
 - Pohyb částice I (VŠ)
 - Pohyb částice II (VŠ)
 - Brunný kotouč (SŠ)
 - Pohyb kola (SŠ)
- Dynamika hmotných bodů (18)
 - Hybnost, práce, energie a výkon (23)
 - Mechanika tuhého tělesa (0)
 - Mechanika kontinua (0)
 - Gravitační pole (0)

Filtrování úloh

Zobrazit úlohu

Míjení vlaku II

Osobní vlak dlouhý $L_1 = 60$ m jede rychlostí $v_1 = 80 \frac{\text{km}}{\text{hod}}$. Za jak dlouho míne nákladní vlak dlouhý $L_2 = 120$ m, který jede rychlostí $v_2 = 30 \frac{\text{km}}{\text{hod}}$?

Vlaky jedou:

- stejným směrem
- opačnými směry.

L_2 \vec{v}_2

L_1 \vec{v}_1

Nápověda 1:

Řešení nápovědy 1:

Nápověda 2:

Nakreslete si obrázek obou situací.

Představte si, že jste strojvedoucí nákladního vlaku. Jakou rychlostí se vůči vám bude pohybovat osobní vlak v obou situacích?

Řešení nápovědy 2:

a) Vlaky jedou stejným směrem.

\vec{v}_1 \vec{v}_2

Můžeme si představit, z pohledu strojvedoucího nákladního vlaku, že jeho vlak stojí a osobní vlak kolem něj jede rychlostí

$$v_a = v_1 - v_2 = 13,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Obr. 1: Stránka s úlohou ve sbírce

Stránka s úlohou je rozdělena na několik částí (obr. 1). V levé části se nachází rozbalovací menu se seznamem úloh (tvorí obsah a zároveň roz-

cestník sbírky). Úlohy v jednotlivých tematických celcích jsou členěny do kapitol a podkapitol. Samotná úloha se zobrazuje v pravé části stránky. Pod zadáním úlohy jsou pod sebou umístěny „rozklikávací“ lišty s názvy jednotlivých oddílů, ze kterých se skládá řešení úlohy. Požadovaný oddíl se zobrazí vždy přímo pod příslušnou lištu a poklepáním na lištu jej lze opět zavřít. Zobrazené oddíly mohou obsahovat lišty dalších, na první pohled skrytých oddílů.

Úlohy jsou označeny podle náročnosti příslušnou kategorií (ZŠ, SŠ, SŠ+ a VŠ). Pokud se úloha řeší nějakým méně obvyklým způsobem, může být zařazena do jedné ze speciálních kategorií – úloha řešená graficky, úloha řešená úvahou, komplexní úloha, úloha řešená neobvyklým trikem a úloha s vysvětlením teorie.

Každá úloha má svůj slovní název výstižně popisující, čeho se úloha týká. *Zadání* úloh je přehledné, jasně formulované a snažíme se, aby zadané číselné hodnoty byly realistické. Jak bylo napsáno výše, vlastní řešení úlohy je členěno na jednotlivé *oddíly*. První oddíly obsahují obvykle *nápovědy*, jež jsou psány tak, aby pomohly řešitelům v začátcích a zároveň motivovaly k samostatnému řešení úlohy. Další součástí úlohy bývá *rozbor*, ve kterém je bez použití vzorců slovně shrnutý postup (strategie) řešení úlohy. Každá úloha obsahuje podrobné komentované *řešení*, kde je postup popsán „krok za krokem“. Pro přehlednost je u všech úloh uveden oddíl *odpověď* umožňující uživatelům rychlou kontrolu při samostatném počítání. Pokud je to vhodné, je v *komentáři* úlohy uveden případný jiný možný postup řešení či poznámky k realističnosti zadání úlohy, další možné varianty zadání, různé zajímavosti apod. Související úlohy jsou mezi sebou provázány pomocí *odkazů*. Pořadí jednotlivých oddílů v řešení úlohy není pevně dáno a záleží na tvůrci a povaze úlohy, jak budou oddíly seřazeny.

Dále si čtenář v rámci webového rozhraní může nastavit, aby se mu zobrazovaly pouze úlohy požadované obtížnosti a případně i vybraného typu.

Obsah sbírky

Sbírka zatím obsahuje úlohy z mechaniky, elektřiny a magnetismu a molekulové fyziky a termodynamiky. V tematické oblasti *Mechanika* je nyní zveřejněno asi 120 úloh rozdělených do kapitol Kinematika hmotných bodů; Dynamika hmotných bodů; Hybnost, práce, energie a výkon; Mechanika tuhého tělesa a Gravitační pole. Část *Elektřina a magne-*

tismus obsahuje 215 úloh rozdělených do kapitol Elektrostatika; Stejnoseměrný elektrický proud; Stacionární magnetické pole; Nestacionární magnetické pole; Obvody se střídavými proudy a Elektromagnetické pole. Z *Molekulové fyziky a termodynamiky* je v současné době zveřejněno 105 úloh rozdělených do kapitol Základní poznatky; Změna vnitřní energie, práce a teplo; Ideální plyn; Reálný plyn; Tepelné děje v plynech a Pevné látky a kapaliny.

Ukázky vybraných úloh

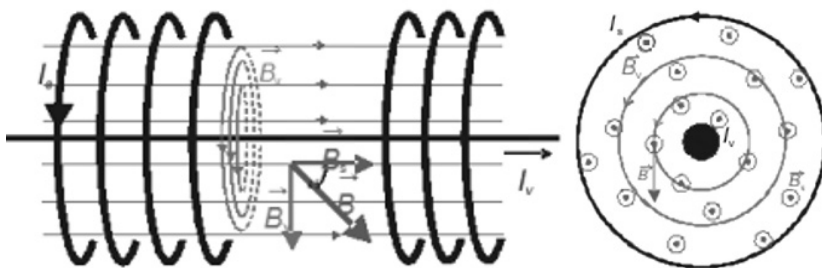
Nejvhodnější způsob, jak si udělat obrázek o obsahu, funkčnosti, ale i úrovni celé sbírky, je si ji prohlédnout přímo na internetu [4]. Uvedme zde na ukázkou několik úloh a nápověd, které jsou u úloh a jejichž úkolem je alespoň částečně nahradit pomoc, kterou může student v hodině získat od učitele.

Magnetické pole solenoidu s vodičem

Dlouhým solenoidem, ležícím ve vakuu, s hustotou 10 závitů na centimetr a poloměrem 7 cm protéká proud 20 mA. Přímým vodičem ležícím v ose solenoidu protéká proud 6 A.

V jaké vzdálenosti od osy solenoidu bude svírat vektor celkové magnetické indukce úhel 45° s osou vodiče? Jaká je v tomto místě velikost magnetické indukce B ?

Zkušenosti ukazují, že pro studenty je nejobtížnější na takoveto úloze si vůbec představit celou situaci a uvědomit si, co mají řešit. Proto první nápověda či jakási pobídka k řešení směřuje k tomu, aby si čtenář obrázek nakreslil a rozmyslel si směry jednotlivých vektorů. Uvedme tedy i zde obrázek, který má pomoci při řešení úlohy.



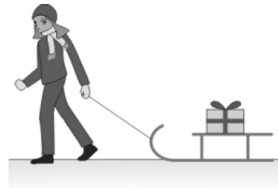
Obr. 2: Podélný a příčný řez solenoidem

Jako další ukázkou jsme zvolili úlohu z mechaniky:

Dívka táhne sáňky po zasněženém chodníku

Dívka táhne naložené sáňky o hmotnosti $m = 20 \text{ kg}$ po vodorovném zasněženém chodníku. Rychlost sáňek je konstantní. Koeficient dynamického tření f_d mezi skluznicí a chodníkem je 0,1 a úhel φ , který svírá provaz s chodníkem, je 30° . Určete:

- 1) zrychlení sáňek;
- 2) velikost tažné síly, kterou dívka působí na sáňky;
- 3) velikost tlakové síly, kterou působí sáňky na chodník;
- 4) velikost třecí síly působící na sáňky.



Podívejme se, jak je čtenář postupně veden nápovědami jednotlivými kroky řešení. Tedy i v případě, že je na něj úloha příliš komplikovaná, aby ji vyřešil celou samostatně, může řešit její jednotlivé dílčí části a tím se v řešení úloh zlepšovat.

Nápověda 1 – zrychlení saní, síly působící na sáňě

Uvědomte si, co to znamená pro zrychlení (a tedy i výslednou sílu), když je rychlost konstantní. Nakreslete si obrázek a vyznačte v něm všechny síly, které působí na sáňky. Použijte 2. Newtonův zákon a napište pohybovou rovnici pro sáňky.

Řešení k nápovědě 1 – zrychlení saní, síly působící na sáňě

Zrychlení saní:

Pokud je rychlost saní konstantní, znamená to, že jejich rychlost se s časem nemění, a zrychlení saní je tedy rovno nule: $\vec{a} = \vec{0}$.

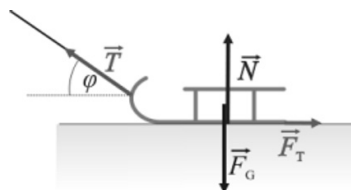
Síly působící na sáňě:

\vec{F}_G ... síla tíhová

\vec{N} ... síla, kterou tlačí chodník na sáňě

\vec{T} ... hledaná tahová síla, kterou dívka táhne sáňky po chodníku

\vec{F}_t ... síla třecí, určuje, jak se sáňky „brzdí“ o chodník



Pohybová rovnice pro sáňky:

$$\vec{F}_G + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F}_t = m\vec{a} = \vec{0} \quad (1)$$

Nápověda 2 – pohybová rovnice skalárně

Pohybovou rovnici je třeba zapsat skalárně. Zvolte vhodně souřadný systém, najděte průměty sil do příslušných směrů a přepište v těchto směrech pohybovou rovnici.

Řešení k nápovědě 2 – pohybová rovnice skalárně

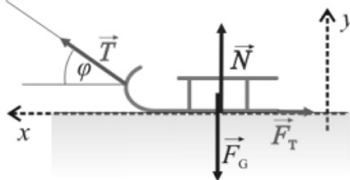
Osu x volíme vodorovně ve směru pohybu a osu y volíme svisle.

Průmět do osy x :

$$T \cos \varphi - F_t = 0 \quad (2)$$

Průmět do osy y :

$$N + T \sin \varphi - F_G = 0 \quad (3)$$



Poznámka: Obvykle volíme jednu z os ve směru pohybu a druhou kolmou na směr pohybu.

Kromě tahové síly neznáme v pohybových rovnicích ještě třecí sílu a sílu, kterou tlačí na sánky chodník. Ty spolu souvisí. Jejich vyjádření se týkají další nápovědy.

Nápověda 3 – velikost tažné síly, třecí síla

Uvědomte si, na čem závisí velikost třecí síly a jak se dá vyjádřit.

Řešení k nápovědě 3 – velikost tažné síly, třecí síla

Třecí síla je úměrná síle, kterou tlačí sánky na chodník, ta je podle 3. Newtonova zákona stejně velká jako síla, kterou tlačí chodník na sánky. Třecí sílu F_t můžeme tedy vyjádřit jako:

$$F_t = N f_d \quad (4)$$

Sílu N , kterou tlačí chodník na sánky, vyjádříme z rovnice (3):

$$N = mg - T \sin \varphi \quad (5)$$

Z rovnic (4) a (5) dostáváme:

$$F_G = f_d (mg - T \sin \varphi) \quad (6)$$

Vztah (6) dosadíme do rovnice (2):

$$T \cos \varphi - f_d (mg - T \sin \varphi) = 0$$

$$T \cos \varphi - f_d mg + f_d T \sin \varphi = 0$$

$$T (\cos \varphi + f_d \sin \varphi) - f_d mg = 0 \quad (7)$$

Z rovnice (7) už jen vyjádříme tahovou sílu:

$$T = \frac{mg f_d}{\cos \varphi + f_d \sin \varphi} \quad (8)$$

K získání konečných výrazů pro velikosti tlakové a třecí síly pak již stačí dosadit za tahovou sílu do příslušných vztahů.

Nápověda 4 – velikost tlakové síly

Síla, kterou tlačí sáňky na chodník, je podle 3. Newtonova zákona stejně velká jako síla, kterou tlačí chodník na sáňky. Velikost síly N , kterou tlačí chodník na sáně, je již vyjádřena vztahem (5):

$$N = mg - T \sin \varphi \quad (5)$$

Stačí pouze dosadit.

Řešení k nápovědě 4 – velikost tlakové síly

Síla N , kterou tlačí chodník na sáně, je vyjádřena vztahem (5):

$$N = mg - T \sin \varphi \quad (5)$$

Dosadíme-li za T ze vztahu (8), dostaneme výraz:

$$\begin{aligned} N &= mg - \frac{mgf_d}{\cos \varphi + f_d \sin \varphi} \sin \varphi = mg \left(1 - \frac{f_d \sin \varphi}{\cos \varphi + f_d \sin \varphi} \right) = \\ &= mg \left(\frac{\cos \varphi}{\cos \varphi + f_d \sin \varphi} \right) = mg \left(\frac{1}{1 + f_d \tan \varphi} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

Ve sbírce se snažíme v řešeních uvádět i veškeré matematické úpravy krok po kroku a nepsat jen výsledné výrazy.

Pokud ze zkušenosti víme o některých častých chybách, kterých se studenti při řešení úlohy dopouští, snažíme se je na ně upozornit.

Nápověda 5 – velikost třecí síly

Velikost třecí síly F_t je již vyjádřena vztahem (4):

$$F_t = N f_d \quad (4)$$

Stačí pouze dosadit.

Řešení k nápovědě 5 – velikost třecí síly

Třecí síla F_t je dána vztahem (4):

$$F_t = N f_d \quad (4)$$

Dosadíme-li do rovnice (4) za N z rovnice (9), pak:

$$F_t = mg \left(\frac{1}{1 + f_d \tan \varphi} \right) f_d \quad (10)$$

Poznámka: Třecí síla F_t není obecně rovna součinu mgf_d , protože pro vázek sáňky „nadlehčuje“, takže tlačí na chodník méně, a kolmá tlaková síla N je tedy menší než mg .

Na předchozí úlohu pak navazuje její náročnější varianta, kdy jsou sánky taženy po svahu. Na úvod této úlohy je zařazen rozbor, kde je slovně popsáno, jak jít na úlohu, které kroky je třeba udělat a na co si při řešení dát pozor.

Sánky na zasněženém svahu

Chlapec táhne sánky vzhůru po zasněženém svahu se stoupáním β za provázek, který svírá s rovinou svahu úhel α . Najděte takovou velikost úhlu α , při kterém bude síla vynaložená na tažení saní nejmenší. Koeficient smykového tření mezi saněmi a sněhem je $f = 0,1$ a rychlost saní zůstává stálá.



Rozbor

Máme určit, při jakém úhlu α , který svírá provázek se svahem, bude síla vynaložená na tažení saní minimální.

Nejprve musíme zjistit, jak tato síla závisí na úhlu α ($T = T(\alpha)$).

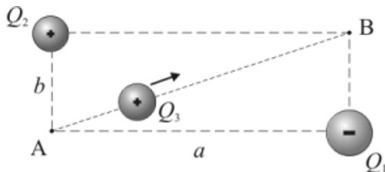
Víme také, že sáně jedou stálou rychlostí. Uvědomte si, co z toho vyplývá pro zrychlení saní.

Při vyjádření třecí síly je také třeba mít na paměti, že provázek není rovnoběžný se svahem, ale svírá s ním úhel α , což ovlivňuje velikost síly, kterou sáně tlačí na svah.

Podívejme se ještě v krátkosti na jednu úlohu z elektrostatiky.

Práce vykonaná při přenesení náboje

Obdélník na obrázku má strany dlouhé $a = 15$ cm a $b = 5$ cm. V protilehlých vrcholech jsou umístěny náboje $Q_1 = -5 \mu\text{C}$ a $Q_2 = +2 \mu\text{C}$. Jakou práci vykoná elektrická síla při přenesení třetího náboje $Q_3 = +3 \mu\text{C}$ z vrcholu A po úhlopříčce obdélníka do vrcholu B?



Rozbor

Práce vykonaná elektrickou silou při přenesení náboje v elektrickém poli je rovna rozdílu elektrické potenciální energie v počátečním a koncovém bodě. (Je to stejné jako s prací tíhové síly v tíhovém poli. Práce vykonaná tíhovou silou je rovna tomu, o kolik se zmenší tíhová potenciální energie.)

Potenciál v daném bodě je roven elektrické potenciální energii v tomto bodě vztažené na jednotkový náboj. Elektrická **potenciální energie** je tedy přímo úměrná elektrickému potenciálu v daném bodě a velikosti náboje umístěného v tomto bodě.

Naše pole vytváří dva bodové náboje. V takovém případě je celkový potenciál roven součtu potenciálů pole jednoho a druhého náboje.

Potenciál elektrického pole bodového náboje je přímo úměrný velikosti náboje a nepřímo úměrný vzdálenosti náboje od místa, kde potenciál zjišťujeme. Má stejné znaménko jako samotný náboj.

Abychom tedy úlohu vyřešili, určíme nejprve potenciály v bodech A a B. Z nich určíme elektrickou potenciální energii třetího náboje v těchto místech. Práce, kterou vykonají elektrické síly, je pak rovna rozdílu těchto potenciálních energií.

Zkuste si vyřešit

Můžete si sami zkusit vyřešit následující úlohy. Pokud si nebudete vědět rady, podívejte se do naší sbírky.

Úloha 1: Hajný a pes.

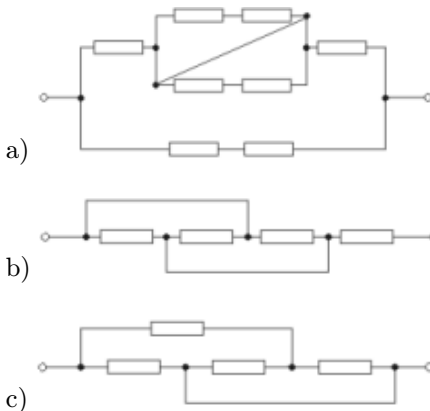
Představme si hajného, který se vrací z obchůzky po lese a jde stálou rychlostí 5 km/h. Je 500 m od hájovny. Jeho pes Rek se už těší domů, takže, jak to psi dělávají, běhá od hajného k domu a zpět do té doby, než hajný dojde k domu. Rychlost Reka je 18 km/h. Jakou dráhu Rek uběhne?

Úloha 2: Neznámé sloučeniny.

Dva prvky X a Y vytvářejí dvě sloučeniny XY a XY_2 . Určete tyto prvky a sloučeniny, jestliže víte, že jeden kilogram první sloučeniny odpovídá látkovému množství 35,71 molu a jeden kilogram druhé sloučeniny odpovídá 22,73 molu.

Úloha 3: Netradiční obvody 1.

Jaký je výsledný elektrický odpor níže překreslených obvodů, jestliže všechny zapojené rezistory mají odpor R ?



Závěr

Celá sbírka je dostupná na adrese <http://fyzikalniulohy.cz> a její anglická verze na adrese <http://physicstasks.eu> na katedrálním serveru KDF nejen studentům MFF UK, ale i širší veřejnosti.

Elektronickou sbírku řešených úloh chceme i nadále rozšiřovat a zdokonalovat. Věříme, že se stane dobrým pomocníkem jak studentům, tak jejich učitelům. Uvítáme vaše zkušenosti s používáním sbírky a náměty na její vylepšení. Napsat je můžete do dotazníku na stránkách sbírky. Konkrétní připomínky k úlohám či návrhy na nové úlohy je možné také zasílat na adresu: sbirka@kdf.mff.cuni.cz.

Literatura

- [1] Lepil, O., Bednařík, M., Šíroková, M.: *Fyzika. Sběrka úloh pro střední školy*. 3. vyd., Prometheus, Praha, 2007.
- [2] Kružík, M.: *Sběrka úloh z fyziky pro žáky středních škol*. 8. vyd., SPN, Praha, 1984.
- [3] Bartuška, K.: *Sběrka řešených úloh z fyziky pro střední školy I.–IV.* Prometheus, Praha, 1997–2000 (soubor čtyř knih).
- [4] *Sběrka řešených úloh z fyziky*. <http://www.fyzikalniulohy.cz/>, online [cit. 8. 1. 2010].