Rozhledy matematicko-fyzikální

Martin Panák

50. mezinárodní matematická olympiáda

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 84 (2009), No. 3, 55–59

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/146318`

50. mezinárodní matematická olympiáda

Martin Panák, PřF MU, Brno

Jubilejní padesátý ročník Mezinárodní matematické olympiády se uskutečnil od 10. do 22. července 2009 v německém svobodném hansovním městě Brémy, které společně s nedalekým přístavním městem Bremerhaven tvoří nejmenší ze šestnácti spolkových zemí Německa. Olympiády se zúčastnilo 565 soutěžících ze 104 zemí, což jsou nové účastnické rekordy, a bylo to vůbec poprvé, co se počet zúčastněných zemí vyšplhal nad magickou hranici 100. Nově se soutěže zúčastnila družstva Beninu, Mauretánie, Sýrie a Zimbabwe.

České družstvo tvořili tito soutěžící: *David Klaška* z Gymnázia na tř. Kpt. Jaroše v Brně, *Jan Matějka* z Gymnázia na Jírovcově ulici v Českých Budějovicích, *Josef Ondřej* z Gymnázia v Rožnově pod Radhoštěm, *Samuel Říha* z Gymnázia na tř. Kpt. Jaroše v Brně, *Josef Tkadlec* z Gymnázia Jana Keplera v Praze 6 a *Jan Vaňhara* z Gymnázia Ladislava Jaroše v Holešově. Vedoucím českého družstva a zástupcem České republiky v mezinárodní jury byl *dr. Jaroslav Švrček* z Přírodovědecké fakulty Univerzity Palackého v Olomouci, jeho zástupcem a pedagogickým vedoucím byl *dr. Martin Panák* z Přírodovědecké fakulty Masarykovy univerzity v Brně.

Slavnostního zahájení olympiády se zúčastnila celá řada osobností společenského a politického života v Brémách a Německu, účastníci mohli shlédnout i videopozdrav kancléřky Spolkové republiky Německo *Angely Merkelové.*

Vlastní soutěž se konala ve dvou soutěžních dnech, 15. a 16. července, v jednom z pavilonů výstaviště v Bremách. Každý z těchto dnů měli řešitelé 4,5 hodiny času na vypracování tří úloh, přičemž za každou úlohu mohli získat až 7 bodů.

V neděli 19. července pak organizátoři uspořádali v brémském hudebním divadle slavnostní odpoledne u příležitosti 50. ročníku Mezinárodní matematické olympiády (první ročník se uskutečnil v roce 1959 v Rumunsku). Vrcholem oslav byla vystoupení šesti předních světových matematiků, mimo jiné zlatých medailistů z předchozích mezinárodních matematických olympiád, přičemž tři z nich jsou držiteli prestižní Fieldsovy medaile. Byli to *Béla Bollobás*, *Timothy Gowers*, *László Lovász*, *Stanislav Smirnov*, *Terence Tao* a *Jean-Christophe Yoccoz*. Zmínění pánové promluvili jak o svých výsledcích, tak o rozdílech mezi řešením úloh na matematické olympiádě a skutečným výzkumem v matematice.

Na předposlední den pobytu naplánovali němečtí organizátoři pro všechny účastníky výlet na ostrov Wangerooge v Severním moři, který byl 26. 6. 2009 začlenen do seznamu přírodních památek UNESCO.

Slavnostního zakončení olympiády spojeného s oficiálním předáním medailí nejlepším soutěžícím se kromě výše uvedených matematiků zúčastnila i ministyně školství a výzkumu SRN *Annette Schavanová* a další významní představitelé společenského života v Brémách. Závěrečný ceremoniál v brémské koncertní síni Glocke také ozdobila provedením závěrečné části 1. symfonie Ludwiga van Beethovena renomovaná Německá komorní filharmonie (se sídlem v Brémách).

Co se týče vlastního vystoupení českého družstva, tak každý z našich reprezentantů si domů odvezl nějaké ocenění. Stříbrnou medaili se ziskem 25 b. získal *Josef Tkadlec*. Bronzovými medailemi byli oceněni *Jan Matějka* (15 b.) a *Jan Vaňhara* (14 b.). Tři zbývající soutěžící skončili bez medaile (což byla v případě Samuela Říhy „fakt smůla“), nicméně obdrželi čestná uznání (*Honorary mention*) za bezchybné vyřešení jedné z úloh (u všech tří se shodně jednalo o první soutěžní úlohu). Medailemi bylo letos oceněno celkem 282 soutěžících, tedy celá část z poloviny počtu účastníků (podle regulí by počet medailistů neměl přesáhnout jednu polovinu účastníků), což byli letos právě řešitelé s alespoň 14 body. Mezi ně se potom v poměru 1 : 2 : 3 rozdělily zlaté (G), stříbrné (S) a bronzové (B) medaile. Na zlatou medali bylo letos potřeba minimálně 32 bodů, na stříbrnou medali minimálně 24 bodů. Maximálního možného počtu 42 bodů dosáhli dva studenti, Makoto Soejima z Japonska a Dongyi Wei z Číny. Za zmínku stojí, že nejmladší účastník soutěže, jedenáctiletý *Raúl Arturo Chávez Sarmiento* z Peru, získal bronzovou medaili, a povedlo se mu tak vyrovnat počin Terence Taa z roku 1986, který tehdy získal bronzovou medaili rovněž již jako jedenáctiletý.

V neoficiálním pořadí zúčastněných zemí jsme se umístili na konci čtvrté desítky s celkovým ziskem 87 bodů, což je o dva body více než v loňském roce. Vzhledem k většímu počtu zúčastněných zemí je to oproti loňskému roku, kdy jsme skončili na 39.–41. místě, relativní posun dopředu. Ve sledovaném souboji se slovenským družstvem jsme znovu zvítězili, slovenské družstvo získalo celkem 73 bodů, což stačilo na 53. místo a dvě bronzové medaile. Absolutní umístění českých a slovenských soutěžících lze vyčíst z následující tabulky

Umístění		**Body za úlohu** 1	2	3	4	5	6	**Body**	**Cena**
117.–129.	Josef Tkadlec	7	7	1	7	3	0	25	S
249.–263.	Jan Matějka	6	6	1	0	2	0	15	B
264.–282.	Jan Vaňhara	6	0	1	0	7	0	14	B
296.–313.	David Klaška	7	1	0	0	4	0	12	HM
314.–334.	Samuel Říha	7	3	0	1	0	0	11	HM
335.–353.	Josef Ondřej	7	3	0	1	0	0	11	HM
	Celkem	40	20	3	8	16	0	87	

Umístění		**Body za úlohu** 1	2	3	4	5	6	**Body**	**Cena**
190.–197.	Michal Hagara	7	7	1	3	2	0	20	B
233.–248.	Martin Bachratý	7	1	1	7	0	0	16	B
314.–334.	Filip Sládek	7	2	1	1	0	0	11	HM
314.–334.	Jakub Uhrík	7	3	1	0	0	0	11	HM
376.–392.	Peter Csiba	7	1	0	0	0	0	8	HM
393.–415.	Eduard Eiben	3	2	0	0	2	0	7	
	Celkem	38	16	4	11	4	0	73	

Pro úplnost uvádíme prvních 60 zemí podle počtu dosažených bodů společně s počty medailí, které získaly (čísla v závorce za názvem země značí počet reprezentantů, pokud byl nižší než šest):

		G	B	S	body
1.	ČLR	6	0	0	221
2.	Japonsko	5	0	1	212
3.	Rusko	5	1	0	203
4.	Korea	3	3	0	188
5.	KLDR	3	2	1	183
6.	USA	2	4	0	182
7.	Thajsko	1	5	0	181
8.	Turecko	2	4	0	177
9.	Německo	1	4	1	171
10.	Bělorusko	1	4	1	167
11.	Itálie	2	2	2	165
11.	Tchaj-wan	1	5	0	165
13.	Rumunsko	2	2	2	163
14.	Ukrajina	3	1	2	162
15.	Írán	1	4	1	161

15.	Vietnam	2	2	2	161
17.	Brazílie	1	3	2	160
18.	Kanada	1	3	2	158
19.	Bulharsko	1	3	2	157
19.	Maďarsko	1	2	3	157
19.	Velká Británie	1	3	2	157
22.	Srbsko	1	3	1	153
23.	Austrálie	2	1	2	151
24.	Peru	0	4	2	144
25.	Gruzie	0	3	2	140
25.	*Polsko*	0	2	4	140
27.	Kazachstán	0	3	3	136
28.	Indie	0	3	2	130
29.	Hongkong	1	2	2	122
30.	Singapur	0	2	3	116
31.	Francie	0	1	3	112
32.	Chorvatsko	0	1	4	110
33.	Portugalsko	0	1	3	99
34.	Turkmenistán	0	1	3	97
35.	Argentina	0	1	1	93
36.	Ázerbájdžán	0	1	2	91
36.	Makedonie	0	1	3	91
38.	Belgie	0	1	2	89
39.	Kolumbie	0	1	2	88
40.	*Česká republika*	0	1	2	87
41.	Řecko	0	0	3	86
42.	Uzbekistán	0	1	2	85
43.	Indonézie	0	0	4	84
43.	JAR	0	0	2	84
45.	Tádžikistán	0	1	2	82
46.	Izrael	0	0	3	80
47.	Nizozemsko	0	1	1	79
47.	Švýcarsko	0	0	3	79
49.	Litva	0	1	1	77
50.	Mexiko	0	0	3	74
50.	Moldavsko	0	0	4	74
50.	Srí Lanka	0	0	2	74
53.	*Slovensko*	0	0	2	73
54.	Mongolsko	0	0	3	72
55.	Španělsko	0	0	4	71
56.	Švédsko	0	0	2	70
57.	Dánsko	0	1	1	68
58.	Bangladéš	0	0	2	67
59.	Rakousko	0	0	2	66
60.	Lucembursko	0	0	3	65

Texty soutěžních úloh*

1. Nechť n je kladné celé číslo a $a_1, \dots, a_k$ $(k \geq 2)$ jsou navzájem různá celá čísla z množiny $\{1, \dots, n\}$ taková, že pro každé $i = 1, \dots, k-1$ je číslo $a_i(a_{i+1}-1)$ dělitelné n. Dokažte, že číslo $a_k(a_1-1)$ není dělitelné n. (*Austrálie*)

2. Nechť O je střed kružnice opsané danému trojúhelníku ABC. Dále nechť P a Q jsou vnitřní body po řadě stran CA a AB. Označme K, L, M po řadě středy úseček BP, CQ, PQ a Γ kružnici, která prochází body K, L a M. Předpokládejme, že přímka PQ je tečnou ke kružnici Γ. Dokažte, že $|OP| = |OQ|$. (*Rusko*)

3. Nechť $s_1, s_2, s_3, \dots$ je rostoucí posloupnost kladných celých čísel taková, že obě její podposloupnosti

$$s_{s_1}, s_{s_2}, s_{s_3}, \dots \quad \text{a} \quad s_{s_1+1}, s_{s_2+1}, s_{s_3+1}, \dots$$

jsou aritmetické. Dokažte, že posloupnost $s_1, s_2, s_3, \dots$ je také aritmetická. (*USA*)

4. Je dán trojúhelník ABC, v němž $|AB| = |AC|$. Osy jeho vnitřních úhlů při vrcholech A a B protínají strany BC a CA po řadě v bodech D a E. Označme K střed kružnice vepsané trojúhelníku ADC. Předpokládejme, že $|\sphericalangle BEK| = 45°$. Najděte všechny možné velikosti úhlu CAB. (*Belgie*)

5. Určete všechny takové funkce f z množiny kladných celých čísel do množiny kladných celých čísel, že pro všechna kladná celá čísla a, b existuje nedegenerovaný trojúhelník, jehož strany mají délky

$$a, \quad f(b), \quad f(b + f(a) - 1).$$

(Trojúhelník je *nedegenerovaný*, neleží-li všechny jeho vrcholy na téže přímce.) (*Francie*)

6. Nechť $a_1, a_2, \dots, a_n$ jsou navzájem různá kladná celá čísla a M je množina $n-1$ kladných celých čísel neobsahující číslo $s = a_1 + a_2 + \dots + a_n$. Luční kobylka skáče podél číselné osy, přičemž začíná v bodě 0 a provede ve směru doprava n skoků o délkách $a_1, a_2, \dots, a_n$ v určitém pořadí. Dokažte, že pořadí skoků lze zvolit tak, že se kobylka neocitne na žádném čísle z množiny M. (*Rusko*)

* V závorce je uvedena země, která úlohu do soutěže navrhla.