

# Rozhledy matematicko-fyzikální

---

Naděžda Kubešová

Ústřední kolo 58. ročníku MO, kategorie A

*Rozhledy matematicko-fyzikální*, Vol. 84 (2009), No. 2, 60–62

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/146306>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2009

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## Ústřední kolo 58. ročníku MO, kategorie A

*Naděžda Kubešová, předsedkyně KK MO Plzeňského kraje*

Od 22. 3. do 25. 3. 2009 se konalo v Plzni ústřední kolo 58. ročníku Matematické olympiády kategorie A. Na něj bezprostředně navazovalo ústřední kolo Matematické olympiády kategorie P. O tom pojednává následující zpráva.

Organizací ústředního kola MO byla pověřena Plzeňská pobočka JČMF a Krajská komise MO.

Účastníci soutěže se sjeli do Plzně v neděli 22. 3. 2009. Soutěž byla slavnostně zahájena v Západočeském muzeu v Plzni za účasti soutěžících, členů Ústřední komise MO, představitelů města Plzně a Plzeňského kraje a představitelů ZČU, která se na organizaci vydatně podílela. Záštitu nad touto významnou akcí převzali senátor Ing. Jiří Bis, hejtmanka Plzeňského kraje MUDr. Milada Emmerová, CSc., ministr školství ČR Mgr. Ondřej Liška, senátor Mgr. Miroslav Nenutil, rektor ZČU Doc. Ing. Josef Průša, CSc. a primátor města Plzně Ing. Pavel Rödl.

Pondělí a úterý byly soutěžními dny, v nichž soutěžící řešili vždy tři náročné úlohy. Soutěž probíhala na ZČU. Ve středu 25. 3. 2009 se uskutečnilo slavnostní vyhlášení výsledků soutěže na Gymnáziu Mikulášské náměstí Plzeň opět za přítomnosti řešitelů MO, funkcionářů a zástupců sponzorů, bez kterých by takovouto akci nebylo možné uspořádat.

K soutěži patří i doprovodný program sloužící k relaxaci řešitelů. V pondělí to byla prohlídka historického centra Plzně a exkurze v Plzeňském pivovaru, a.s. V úterý měli soutěžící odpoledne program na ZČU a večer návštěvu představení v divadle Dialog.

Na ústřední kolo bylo pozváno 50 nejlepších řešitelů MO kategorie A z celé České republiky.

Úspěšní řešitelé ústředního kola 58. ročníku MO kategorie A:

Vítězové:

- 1.–2. Miroslav Klimoš, 4/4, GMK Bílovec a Josef Tkadlec, 8/8, GJK Praha 6, Parlérova (39 b.)
- 3.–4. Samuel Říha, 4/4, G Brno, tř. Kpt. Jaroše a Tomáš Zeman, 6/8, GJK Praha 6, Parlérova (35 b.)
- 5.–6. David Klaška, 3/4, G Brno, tř. Kpt. Jaroše a Jan Matějka, 8/8, G České Budějovice, Jírovцова (28 b.)

7.–8. Josef Ondřej, 7/8, G Rožnov pod Radhoštěm a Hana Šormová, 4/4, G Brno, tř. Kpt. Jaroše (26 b.)

9. Miroslav Olšák, 7/8, G Budánka Praha 5 (20 b.)

10. Jan Vaňhara, 8/8, GLJ Holešov (19 b.)

11. Hana Bílková, 8/8, G Frenštát pod Radhoštěm (18 b.)

Další úspěšní řešitelé:

12.–13. Nguyen Van Minh, G Tachov, Pionýrská a Bohuslav Zmek, G Brno, tř. Kpt. Jaroše, 14. Jana Faltýnková, CMG Prostějov, 15.–20. Petr Boroš a Simona Domesová, GMK Bílovec, Vít Musil, G Šumperk, Nguyen Van Nhan, G Praha 6, Nad Alejí, Tomáš Pavlík, GJK Praha 6, Parlérova a Petr Ryšavý, GJH, Praha 5, Mezi Školami, 21.–22. Radek Marciňa, G Praha 5, Zborovská a Alexander Slávik, G Brno, Terezy Novákové, 23.–25. Duc Trung Ha, MG Plzeň, Petáková, Zuzana Komárková, G Brno, tř. Kpt. Jaroše a Lucie Mohelníková, GMK Bílovec.

Na závěr ještě uvedme, jaké úlohy soutěžící řešili:

**Příklad 1** Jsou-li všechna čísla  $p$ ,  $3p + 2$ ,  $5p + 4$ ,  $7p + 6$ ,  $9p + 8$  a  $11p + 10$  prvočísla, je číslo  $6p + 11$  složené. Dokažte. (Pavel Novotný)

**Příklad 2** Na kratším z oblouků  $CD$  kružnice opsané pravouhelníku  $ABCD$  zvolme bod  $P$ . Paty kolmic z bodu  $P$  na přímky  $AB$ ,  $AC$  a  $BD$  označme postupně  $K$ ,  $L$  a  $M$ . Ukažte, že úhel  $LKM$  má velikost  $45^\circ$ , právě když  $ABCD$  je čtverec. (Tomáš Jurík)

**Příklad 3** Najděte nejmenší kladné číslo  $x$ , pro něž platí: Jsou-li  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  libovolná kladná čísla, jejichž součin je 1, potom

$$a^x + b^x + c^x + d^x \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}.$$

(Pavel Novotný)

**Příklad 4** Zkoumejme, pro která přirozená čísla  $n$  existují právě čtyři přirozená čísla  $k$  taková, že číslo  $n + k$  je dělitelem čísla  $n + k^2$ .

a) Ukažte, že vyhovuje  $n = 58$ , a najděte příslušná čtyři  $k$ .

b) Dokažte, že sudé  $n = 2p$ , kde  $p \geq 3$ , vyhovuje, právě když  $p$  i  $2p + 1$  jsou prvočísla.

(Nulu mezi přirozená čísla nepočítáme.)

(Jaromír Šimša)

**Příklad 5** V každém z vrcholů pravidelného  $n$ -úhelníku  $A_1A_2 \dots A_n$  leží určitý počet mincí: ve vrcholu  $A_k$  je to právě  $k$  mincí,  $1 \leq k \leq n$ . Vybereme dvě mince a přemístíme každou z nich do sousedního vrcholu tak, že jedna se posune ve směru a druhá proti směru chodu hodinových ručiček. Rozhodněte, pro která  $n$  lze po konečném počtu takových přemístění docílit toho, že pro libovolné  $k$ ,  $1 \leq k \leq n$ , bude ve vrcholu  $A_k$  ležet  $n + 1 - k$  mincí. (Radek Horenský)

**Příklad 6** V rovině  $\omega$  jsou dány dva různé body  $O$  a  $T$ . Najděte množinu vrcholů všech trojúhelníků, které leží v rovině  $\omega$  a mají těžiště v bodě  $T$  a střed opsané kružnice v bodě  $O$ . (Jaromír Šimša)

## Ústřední kolo 58. ročníku MO, kategorie P

*Pavel Töpfer, MFF UK Praha*

Letošní 58. ročník Matematické olympiády byl zakončen ústředními koly kategorie A a kategorie P, která se konala v Plzni. Ústřední kolo kategorie P (programování) proběhlo ve dnech 25.–27. 3. 2009 v prostorách Západočeské univerzity. Na organizačním zajištění se podíleli pracovníci Plzeňské pobočky JČMF a pracovníci Krajské komise MO v Plzni, soutěžní úlohy pro všechna kola 58. ročníku MO kategorie P připravili pracovníci a studenti z Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze.

V ústředním kole MO kategorie P soutěžilo 29 ze třiceti pozvaných nejlepších řešitelů krajských kol soutěže. V prvním soutěžním dnu studenti řešili tři teoretické úlohy zaměřené na návrh efektivního algoritmu pro zadaný problém. Úlohy jako obvykle tématicky navazovaly na domácí a krajské kolo. Druhý soutěžní den probíhal u počítačů, kde byly zadány dvě praktické úlohy. Jejich řešení bylo třeba dovést až do podoby odladěných funkčních programů. Odevzdané programy jsou po skončení soutěže testovány pomocí předem připravené sady testovacích vstupních dat, přičemž se hodnotí nejen správnost dosažených výsledků, ale i rychlost výpočtu. Pomocí časových limitů omezujících dobu výpočtu programu lze odlišit kvalitu různých řešení z hlediska časové složitosti zvoleného algoritmu. Praktická část ústředního kola MO-P probíhala jako obvykle v programovém prostředí založeném na operačním systému