

Rozhledy matematicko-fyzikální

Julius Okoš

Prvočíselná dvojčata a jejich zobecnění

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 83 (2008), No. 4, 7–8

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/146265>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2008

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Jsou vám poslední dvě rovnosti povědomé? Ano, jsou to právě klíčové vztahy (8) a (9), u kterých nám v předchozím textu chyběl důkaz. Díky vaší péči už vám chybět nebude!

Literatura

- [1] Phuong, T.: *Diamonds in mathematical inequalities*. A Phi Printing Joint Stock Co., Hanoi, 2007.
- [2] Horák, S.: *Nerovnosti v trojúhelníku*. Praha, 1986.
- [3] Švrček, J.: *Geometrie trojúhelníka*. Praha, 1988.

Prvočíselná dvojčata a jejich zobecnění

Julius Okoš, VZP ČR Praha

Jak známo, prvočíselnými dvojčaty rozumíme prvočísla, jejichž rozdíl je 2. Čtenář si jistě okamžitě vybaví například dvojice prvočísel $\{3; 5\}$, $\{5; 7\}$, $\{11; 13\}$ atd. Při hledání nových prvočíselných dvojčat v posledních letech sehrává zásadní roli výpočetní technika. Přestože se prvočíselná dvojčata vyskytují poměrně často prakticky v celém dosud probádaném úseku prvočísel, není dodnes známo, zda je jich konečně nebo nekonečně mnoho. Je to jeden z nejznámějších nevyřešených problémů teorie čísel. O něm a dalších „prvočíselných“ zajímavostech se dočtete na stránkách <http://primes.utm.edu>, kde je také umístěna tabulka prvních 100 000 prvočíselných dvojčat. Největší dosud známá prvočíselná dvojčata objevená 15. 1. 2007 mají v desítkové soustavě po 58 711 číslicích.

Co však můžeme říci o dvojicích po sobě jdoucích prvočísel, která jsou od sebe vzdálená o 4, jako jsou např. dvojice $\{7; 11\}$, $\{13; 17\}$, $\{19; 23\}$, $\{37; 41\}$? Vyskytují se tyto dvojice „do nekonečna“? Co můžeme říci o dvojicích po sobě jdoucích prvočísel $\{23; 29\}$, $\{31; 37\}$, $\{47; 53\}$, $\{53; 59\}$ atd., která jsou od sebe vzdálena o 6? A co můžeme říci o dvojicích $\{89; 97\}$, $\{359; 367\}$, $\{389; 397\}$, $\{401; 409\}$, která jsou od sebe vzdálena o 8? Je jich nekonečně mnoho?

Takto se dostáváme k hypotéze, že pro libovolné přirozené číslo n existuje nekonečně mnoho dvojic po sobě jdoucích prvočísel vzdálených od sebe o $2n$. O její pravdivosti není nic známo ani pro jednu hodnotu n .

Je to patrně beznadějně obtížný teoretický problém, do kterého se nemá smysl bez hluboké průpravy pouštět.

Udělal jsem rozbor prvočísel do 10 000 000. Pomocí PC se mi povedlo zjistit, že se vyskytují zmíněné dvojice sousedních prvočísel vzdálených od sebe o všechna sudá čísla od 2 do 140. Rozložení počtu těchto dvojic klesá s rostoucí velikostí jejich vzdálenosti. Není však ten jev pravidelný. Například počet dvojic vzdálených o 6 je větší než počet dvojic vzdálených o 4.

Tyto experimentální poznatky autora jsou vhodnou výzvou pro čtenáře, aby se pomocí PC snažili přispět k objevům dalších zajímavostí kolem prvočísel. Napište nám o nich. Nejzdařilejší z nich zveřejníme na stránkách našeho časopisu.

* * * * *

VĚTA S-U-S

*Na břehu jsem jednou ležel rybníku
a přemítal o shodnosti trojúhelníků,
že však velké horko bylo, do vody jsem vlez,
křeč mě chytla a jda ke dnu volám S-U-S!*

*Volání mé vzbudí všude rozruch veliký:
Někde topí učitele matematiky!*

*Pár zvědavců příběhlo hned po hlase,
aby si prohlédli toho mamlase,
který sice umí větu s-u-s,
ale přitom plave jako chromý pes.*

*Nevím už, jak octl jsem se na břehu,
poučení znám však z toho příběhu:
Věta s-u-s i věta u-s-u
použitelné jsou jenom na suchu!*

Emil Calda^{)}*

*) Úvod do obecné teorie prostoru, Karolinum, Praha, 2003