

Rozhledy matematicko-fyzikální

Jaroslav Zhouf

Ústřední kolo 57. ročníku Matematické olympiády kategorie A

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 83 (2008), No. 2, 49–51

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/146250>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2008

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Ústřední kolo 57. ročníku Matematické olympiády kategorie A

Jaroslav Zhouf, PedF UK Praha

Letos v březnu se konalo v Českých Budějovicích ústřední kolo 57. ročníku Matematické olympiády kategorie A. Hned na tuto soutěž navazovalo ústřední kolo Matematické olympiády kategorie P. O tom pojednává následující zpráva.

Účastníci soutěže se sjeli do Českých Budějovic v neděli 9. března 2008. Soutěž byla zahájena slavnostním setkáním všech soutěžících, členů Ústřední komise MO, organizátorů z gymnázia Jírovcova a představitelů města České Budějovice v koncertní síni Otakara Jeremiáše. Pondělí a úterý byly soutěžními dny, v nichž soutěžící řešili vždy tři náročné úlohy. Ve středu 12. března se pak uskutečnilo slavnostní vyhlášení výsledků soutěže na radnici města opět za přítomnosti řešitelů a funkcionářů.

K soutěži vždy patří doprovodný program, který slouží k relaxaci soutěžících. V pondělí to byla návštěva zámku Hluboká nad Vltavou a v úterý návštěva jaderné elektrárny Temelín. Ostatně energetická společnost ČEZ byla také hlavním sponzorem soutěže, která při slavnostním vyhlásování bohatě odměnila nejlepší soutěžící.

Na celostátní kolo bylo pozváno 50 nejlepších řešitelů MO kategorie A z celé České republiky. Jeden soutěžící se nedostavil, takže soutěžilo 49 studentů. Největší zastoupení měly kraje Praha (14 soutěžících) a Jižní Morava (10 soutěžících).

V soutěži byly řešeny tyto úlohy (první den první tři úlohy, druhý den druhá trojice):

1. V oboru reálných čísel řešte soustavu rovnic

$$x + y^2 = y^3,$$

$$y + x^2 = x^3.$$

(Jaroslav Švrček)

ZPRÁVY

2. Jsou dány dvě kružnice $k_1(S_1; r_1)$ a $k_2(S_2; r_2)$, přičemž platí $|S_1S_2| > r_1 + r_2$. Uvažujme libovolný trojúhelník ABC s vrcholem A na kružnici k_1 a vrcholy B, C na kružnici k_2 zvolený tak, že obě přímky AB, AC jsou tečnami kružnice k_2 . Najděte

a) množinu středů kružnic vepsaných,

b) množinu průsečíků výšek

všech takových trojúhelníků ABC .

(Tomáš Jurík)

3. Zjistěte, pro která celá kladná čísla a, b je hodnota podílu

$$\frac{b^2 + ab + a + b - 1}{a^2 + ab + 1}$$

rovna celému číslu.

(Martin Panák)

4. Rovnost

$$2008 = 1111 + 666 + 99 + 88 + 44$$

je rozkladem čísla 2008 na součet několika navzájem různých vícemístných čísel, z nichž každé je zapsáno stejnými číslicemi. Najděte

a) aspoň jeden takový rozklad čísla 8002,

b) všechny takové rozklady čísla 8002, které mají co nejmenší počet sčítanců (na jejich pořadí nebereme zřetel).

(Jaromír Šimša)

5. Karel v jistý okamžik na svých přesně jdoucích hodinkách zjistil, že konec velké ručičky, konec malé ručičky a vhodný bod na kružnici ciferníku tvoří vrcholy rovnostranného trojúhelníku. Než tento jev nastal podruhé, uplynula doba t . Najděte největší možné t pro dané hodinky v závislosti na poměru k délek obou ručiček ($k > 1$), když poloměr kružnice ciferníku je shodný s délkou velké ručičky.

(Jaromír Šimša)

6. Určete největší reálné číslo p a nejmenší reálné číslo q , pro něž nerovnosti

$$p < \frac{a + t_b}{b + t_a} < q$$

platí v libovolném trojúhelníku ABC se stranami a, b a těžnicemi t_a, t_b .

(Pavel Novotný)

Úspěšnými řešiteli ústředního kola se stali ti soutěžící, kteří získali aspoň 14 bodů ze 42 možných; takových studentů bylo 24 ze 49. Z nich

byli označeni jako vítězové ti, kteří získali aspoň 22 bodů; těch bylo 11. Suverénním vítězem celé soutěže se stal Josef Tkadlec z Gymnázia J. Keplera v Praze s plným počtem 42 bodů, zatímco druhý v pořadí získal o 9 bodů méně. Celkový přehled úspěšných řešitelů vypadá takto:

Vítězové:

1. Josef Tkadlec, GJK Parlářova, Praha 6
2. Miroslav Klimoš, GMK Bílovec
3. David Klaška, G tř. Jaroše, Brno
4. Alena Peterová, G Dobruška
5. – 7. Nhan Nguyen Van, G Nad Alejí, Praha 6
5. – 7. Samuel Říha, G tř. Jaroše, Brno
5. – 7. Jakub Töpfer, GJK Parlářova, Praha 6
8. Minh Nguyen Van, G Tachov
9. – 11. Tomáš Hřebejk, G Písnická, Praha 4
9. – 11. Jan Matějka, G Jírovcova, České Budějovice
9. – 11. Alena Skálová, G Na Vítězné pláni, Praha 4

Další úspěšní řešitelé:

12. – 13. Petr Fiala, G tř. Jaroše, Brno
12. – 13. Tomáš Pavlík, GJK Parlářova, Praha 6
14. Jiří Marek, G tř. Jaroše, Brno
15. – 16. Hana Šormová, G tř. Jaroše, Brno
15. – 16. Jan Vaňhara, GLJ Holešov
17. – 18. Jan Máca, G Třebíč
17. – 18. Libor Pentan, G Česká, České Budějovice
19. – 20. Jakub Menšík, G Třebíč
19. – 20. Marek Nečada, G Jihlava
21. – 22. Alexander Slavík, G Terezy Novákové, Brno
21. – 22. Martin Výška, G Nad Alejí, Praha 6
23. Jiří Vančura, SPŠST Panská, Praha 1
24. Martin Michálek, GJKT Hradec Králové

Všech 11 vítězů bylo pozváno na závěrečné soutěžní soustředění do Kostelce nad Černými Lesy. Po tomto soustředění se sečtou bodová hodnocení z krajského kola, ústředního kola a tohoto soustředění, a tak se ustanoví šestice soutěžících, kteří budou reprezentovat v létě Českou republiku na Mezinárodní matematické olympiádě ve Španělsku.