Jaroslav Zhouf

47. mezinárodní matematická olympiáda

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 81 (2006), No. 4, 46–49

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/146175

47. mezinárodní matematická olympiáda

Jaroslav Zhouf, PedF UK Praha

Ve dnech 6. až 18. července 2006 se v Lublani, hlavním městě Slovinska, konala 47. mezinárodní matematická olympiáda (MMO). Soutěž byla uspořádána pod záštitou slovinského ministerstva školství a sportu.

47th INTERNATIONAL MATHEMATICAL OLYMPIAD SLOVENIA 2006

V posledních ročnících MMO byl téměř vždy vytvořen nový rekord v počtu zúčastněných zemí. Letos se soutěže zúčastnilo 90 zemí, což je sice o jednu méně než loni, ale více než v ostatních letech. Každou zemi reprezentuje nejvýše šest soutěžících; letos jich bylo celkem 498 (loni 513).

Výběr družstva České republiky byl proveden v Kostelci nad Černými lesy na soutěžním soustředění osmi vítězů celostátního kola 55. ročníku MO. Vybraní soutěžící se pak zúčastnili trojutkání v Žilině mezi Českou republikou, Slovenskem a Polskem, kde byla simulována situace, která bývá při soutěži na MMO. Po této přípravě odjela do Slovinska šestice soutěžících: *Jaroslav Hančl* z Gymnázia Mikuláše Koperníka v Bílovci, *Zbyněk Konečný*, *Jakub Opršal*, *Vojtěch Říha* a *Jan Uhlík*, všichni z Gymnázia na tř. Kpt. Jaroše v Brně, a *Pavel Šalom* z Gymnázia v Rožnově pod Radhoštěm. Vedoucím české delegace byl RNDr. *Jaroslav Švrček*, Csc., z Přírodovědecké fakulty Palackého univerzity v Olomouci, zástupcem vedoucího RNDr. *Jaroslav Zhouf*, Ph.D., z Pedagogické fakulty Karlovy univerzity v Praze.

Slavnostní zahájení 47. ročníku MMO se konalo 11. července v lublaňském hotelu Union. V dalších dvou dnech proběhla v několika středních školách v centru Lublaně vlastní soutěž. Každý z těchto dnů řešili soutěžící trojici úloh, na které měli vždy 4,5 hodiny. Za každou úlohu mohli získat maximálně 7 bodů.

Podle pravidel MMO jsou vždy zhruba polovině účastníků uděleny medaile, z toho asi jedné šestině zlaté, dvěma šestinám stříbrné a třem šestinám bronzové. Zlaté medaile tak byly letos uděleny za 28 až 42 bodů, stříbrné medaile za 19 až 27 bodů a bronzové medaile za 15 až 18 bodů. Plný počet bodů získali jeden čínský, jeden moldavský a jeden ruský soutěžící. Z našich účastníků tři získali bronzové medaile, a to Zbyněk Konečný a Pavel Šalom za zisk 16 bodů a Jaroslav Hančl za 15 bodů. Ostatní čeští soutěžící získali čestná uznání udělovaná za vyřešení aspoň jedné úlohy za plný počet bodů. *Česká republika* se v neoficiálním pořadí zemí umístila na 48. místě (s celkovým ziskem 77 bodů), což je značný propad oproti loňskému roku. Na vině je zřejmě paralelní konání mezinárodní fyzikální olympiády v Singapuru, které dali přednost tři z vítězů celostátního kola MO.

Neoficiální pořadí prvních dvaceti zemí a jejich bodový zisk:

1.	*Čína* (214 bodů)	11.	*Polsko* (133)
2.	*Rusko* (174)	12.	*Itálie* (132)
3.	*Korea* (170)	13.	*Vietnam* (131)
4.	*Německo* (157)	14.	*Hongkong* (129)
5.	*USA* (154)	15. – 16.	*Thajsko* (123)
6.	*Rumunsko* (152)		*Kanada* (123)
7.	*Japonsko* (146)	17.	*Maďarsko* (122)
8.	*Írán* (145)	18.	*Slovensko* (118)
9.	*Moldávie* (140)	19. – 20.	*Velká Británie* (117)
10.	*Tchaj-wan* (136)		*Turecko* (117)

Vedle soutěžního klání připravili pořadatelé pro soutěžící a jejich vedoucí bohatý doprovodný program, mimo jiné návštěvu jeskyně Postrojna, jezera Bled a přímořského města Portorož.

Mnoho dalších informací, hlavně však kompletní výsledky soutěže, lze najít na webových stránkách na adrese `http://imo2006.dmfa.si/`. Na těchto stránkách jsou vystaveny také texty soutěžních úloh v jazycích všech zemí, které na MMO soutěžily. To proto, že se soutěžícím úlohy zadávají v jejich rodném jazyce. My zde uvádíme znění všech šesti soutěžních úloh 47. MMO v jazyce anglickém a s použitím značení běžného v anglicky mluvících zemích (česky jsou otištěny např. v časopise *Matematika, fyzika, informatika*). Čtenáři si tak mohou procvičit nejen matematiku, ale i angličtinu.

1. Let ABC be a triangle with the incentre I. A point P in the interior of the triangle satisfies

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB.$$

Show that $AP \geq AI$, and that the equality holds if and only if $P = I$.

(*Korea*)

2. Let P be a regular 2006-gon. A diagonal of P is called *good* if its endpoints divide the boundary of P into two parts, each composed of an odd number of sides of P. The sides of P are also called *good*. Suppose P has been dissected into triangles by 2003 diagonals, no two of which have a common point in the interior of P. Find the maximum number of isosceles triangles having two good sides that could appear in such a configuration.

(*Srbsko*)

3. Determine the least real number M such that the inequality

$$\left|ab\left(a^2 - b^2\right) + bc\left(b^2 - c^2\right) + ca\left(c^2 - a^2\right)\right| \leq M\left(a^2 + b^2 + c^2\right)^2$$

holds for all real numbers a, b and c.

(*Irsko*)

4. Determine all pairs (x, y) of integers such that

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

(*USA*)

5. Let $P(x)$ be a polynomial of degree $n > 1$ with integer coefficients and let k be a positive integer. Consider the polynomial

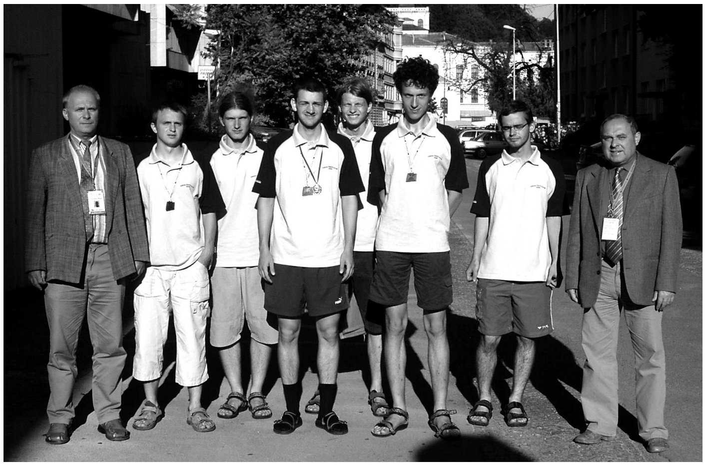
$$Q(x) = P(P(\ldots P(P(x)) \ldots)),$$

where P occurs k times. Prove that there are at most n integers t such that $Q(t) = t$.

(*Rumunsko*)

6. Assign to each side b of a convex polygon P the maximum area of a triangle that has b as a side and is contained in P. Show that the sum of the areas assigned to the sides of P is at least twice the area of P.

(*Srbsko*)



Český tým na MMO
Zleva: Jaroslav Zhouf, Pavel Šalom, Jakub Opršal, Jaroslav Hančl, Vojtěch Říha, Zbyněk Konečný, Jan Uhlík, Jaroslav Švrček

* * * * *

RAMANUJAN – OSOBNÝ PRIATEĽ KAŽDÉHO PRIRODZENÉHO ČÍSLA

S. A. Ramanujan

Aj v modernej dobe a vo svete matematiky sa dejú zvláštne veci. Mladý skromný Ind S. A. Ramanujan (1887–1920), bez vysokoškolského vzdelania, produkoval pozoruhodné príspevky k teórii čísiel. Spomenuli pred ním číslo 1729. Bez prípravy spoznal jeho zaujímavú vlastnosť: je to najmenšie číslo, ktoré je dvakrát súčtom dvoch tretích mocnín $\left(1729 = 10^3 + 9^3 = 12^3 + 1^3\right)$. *Aby to jeden z najvýznamnejších matematikov G. H. Hardy (1877–1947) dokázal, musel sa problému venovať polrok. Ramanujan produkoval formálne úvahy, intuície a indukcie, ktoré často nedokázal ani súvislo popísať. Mnohé hlboké a ťažké matematické vzťahy boli pre neho ako jednoduché použitie všeobecnejších výsledkov, ktoré sa nedajú vymyslieť. Tento indický matematik sa stal členom Trinity College v Cambridge.*

Dušan Jedinák