48. ročník Fyzikální olympiády, kategorie B, C, D. Úlohy 1. kola

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 81 (2006), No. 3, 29–43

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/146160`

48. ročník Fyzikální olympiády, kategorie B, C, D. Úlohy 1. kola

(Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.)

KATEGORIE B

1. Kosmická loď

Kosmická loď se přibližuje k Měsíci po parabolické trajektorii téměř se dotýkající povrchu Měsíce. Na kruhovou dráhu v těsné blízkosti povrchu Měsíce přejde pomocí brzdicího raketového motoru, který spustí v okamžiku největšího přiblížení k Měsíci (obr. 1).

a) Určete, jak se musí při tomto manévru změnit velikost rychlosti kosmické lodi.

b) Určete, jakou část počáteční hmotnosti kosmické lodi tvoří palivo a okysličovadlo, které je potřebné na provedení tohoto manévru, jestliže rychlost spalin vytékajících z trysky motoru má velikost $v_\mathrm{r} = 4{,}0\cdot 10^3\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

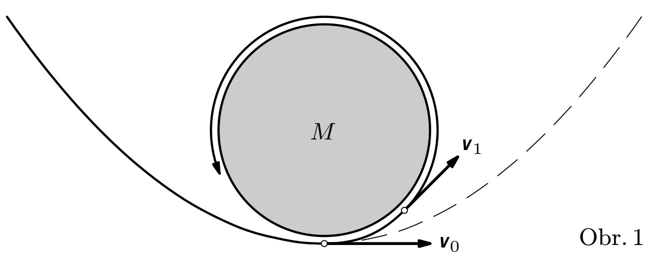
Pro hmotnost Měsíce M a poloměr Měsíce R platí:

$$M = 7{,}4\cdot 10^{22}\,\mathrm{kg},\quad R = 1{,}7\cdot 10^{6}\,\mathrm{m}$$

Při řešení úlohy b) použijte Ciolkovského rovnici ve tvaru

$$\Delta v = -v_\mathrm{r}\ln\frac{m_0}{m}\,,$$

kde Δv je změna velikosti rychlosti kosmické lodi, m_0 je počáteční a m je konečná hmotnost kosmické lodi.



Obr. 1

2. Carnotův cyklus

Carnotův cyklus probíhá mezi teplotami $T_1 = 600\,\mathrm{K}$ a $T_2 = 300\,\mathrm{K}$ v ideálním plynu o látkovém množství $n = 0{,}100$ molu. Nejvyšší tlak dosažený během cyklu je $3{,}00\,\mathrm{MPa}$ a nejnižší $0{,}100\,\mathrm{MPa}$. Poissonova konstanta plynu má hodnotu $\kappa = 1{,}40$.

a) Určete zbývající hodnoty stavových veličin ve vrcholech $p-V$ diagramu tohoto kruhového děje, tj. v bodech, kde se protínají příslušné izotermy a adiabaty.

b) Sestrojte $p-V$ diagram ve vhodném měřítku.

c) Určete teplo Q_1 přijaté plynem od ohřívače a teplo Q_2' odevzdané plynem chladiči během jednoho cyklu.

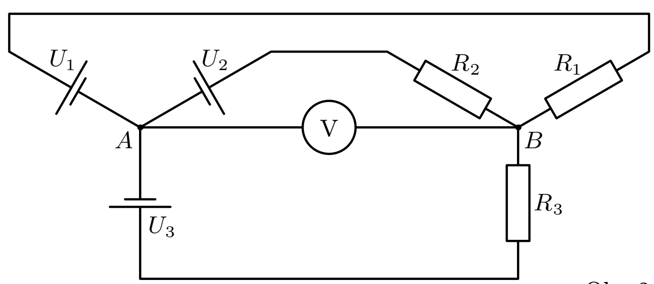
d) Určete celkovou práci W' během jednoho cyklu a účinnost cyklu.

Potřebný výklad o Carnotově cyklu včetně vztahů potřebných k vyřešení této úlohy naleznete ve studijním textu *Kruhový děj s ideálním plynem* (Knihovnička FO č. 63, MAFY, Hradec Králové 2004).

Tento text je také na internetových adresách `http://www.uhk.cz/fo` a `http://fo.cuni.cz`.

3. Složený obvod

Tři zdroje o elektromotorických napětích $U_1 = 3{,}0\,\mathrm{V}$, $U_2 = 6{,}0\,\mathrm{V}$, $U_3 = 9{,}0\,\mathrm{V}$ a zanedbatelném vnitřním odporu jsou připojeny zápornými póly do společného uzlu A. Kladné póly zdrojů jsou přes tři rezistory o odporech $R_1 = R_2 = 100\,\Omega$, $R_3 = 200\,\Omega$ připojeny do společného uzlu B (obr. 2).



Obr. 2

a) Jaké napětí mezi uzly A a B naměříme voltmetrem o velmi velkém odporu?

b) Voltmetr nahradíme ampérmetrem o zanedbatelném odporu. Jaký proud naměříme?

c) Ampérmetr nahradíme rezistorem o odporu $R = 17\,\Omega$. Jaký proud jím bude procházet?

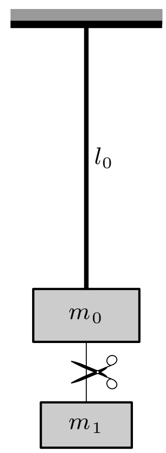
Řešte nejprve obecně a pak pro dané hodnoty.

4. Kmity zavěšeného tělesa

Ocelový drát má délku l_0 a obsah příčného řezu S. Modul pružnosti oceli v tahu je E.

a) Určete práci W nutnou k takovému prodloužení drátu, kdy normálové napětí v drátu dosáhne meze úměrnosti σ_u.

b) Drát ve svislé poloze připevníme horním koncem k tuhé konstrukci a na dolní konec upevníme (např. na závit) těleso o hmotnosti m_0 (obr. 3). Na toto těleso zavěsíme pomocí vlákna závaží o hmotnosti m_1 ($m_1 < m_0$). Hmotnosti jsou takové, že normálové napětí v drátu nepřekročí mez úměrnosti. Po přestřižení vlákna bude závaží o hmotnosti m_0 konat svislé kmity. Určete jejich amplitudu výchylky y_m, amplitudu zrychlení a_m a frekvenci f.



Obr. 3

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty

$$l_0 = 1{,}20\,\mathrm{m}, \quad S = 4{,}00\,\mathrm{mm}^2, \quad E = 210\,\mathrm{GPa}, \quad \sigma_u = 400\,\mathrm{MPa},$$

$$m_0 = 5{,}00\,\mathrm{kg}, \quad m_1 = 4{,}00\,\mathrm{kg}, \quad g = 9{,}81\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}.$$

Hmotnost drátu při zavěšení tělesa a při kmitech zanedbejte.

5. Kondenzátor s proměnnou kapacitou

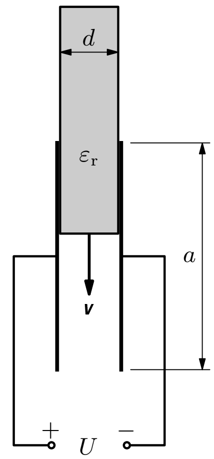
Vzduchový kondenzátor je připojen ke zdroji o svorkovém napětí U. Desky kondenzátoru jsou čtvercové, délka strany čtverce je a. Vzájemná vzdálenost desek je $d \ll a$. Mezi desky budeme zasouvat stálou rychlostí $\boldsymbol{v}$ čtvercovou desku o straně a a tloušťce nepatrně menší než d vyrobenou z dielektrika o relativní permitivitě ε_r, až zaplní celý prostor mezi deskami kondenzátoru.

a) Určete, jak se bude měnit kapacita kondenzátoru a náboje na jeho deskách v závislosti na čase.

b) Určete proud protékající při tomto ději obvodem.

c) Určete změnu energie kondenzátoru během zasouvání desky a porovnejte ji s energií dodanou do obvodu za tutéž dobu zdrojem.

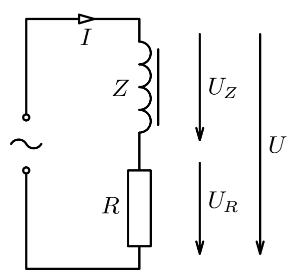
d) Na základě tohoto srovnání určete, jak velká elektrická síla bude působit na desku z dielektrika během zasouvání a jaký bude mít směr.



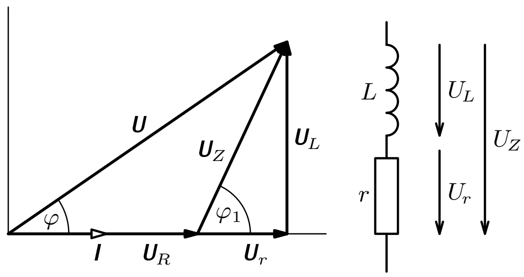
Obr. 4

6. *Praktická úloha*: **Měření v obvodu s tlumivkou**

Některé spotřebiče jsou ke zdroji střídavého napětí připojeny sériově s tlumivkou – cívkou, která omezuje procházející proud (obr. 5). Vlastnosti takového obvodu můžeme popsat pomocí fázorového diagramu (obr. 6). Přitom předpokládáme, že skutečná cívka o impedanci Z se chová jako sériové spojení ideální cívky o indukčnosti L a rezistoru o rezistanci r. Celkové napětí předbíhá před proudem fázově o φ, napětí na cívce o φ_1.



Obr. 5



Obr. 6

Celkové napětí obvodu vyjádříme pomocí kosinové věty:

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_Z^2 + 2U_R U_Z \cos\varphi_1} = I\sqrt{R^2 + Z^2 + 2RZ\cos\varphi_1}$$

Z toho

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z^2 + 2RZ\cos\varphi_1}}\,.$$

Pro výkon spotřebiče platí

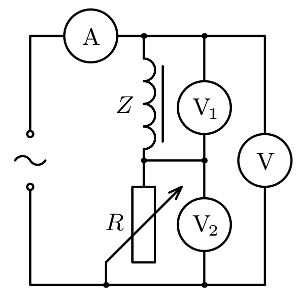
$$\begin{aligned} P = RI^2 &= \frac{RU^2}{R^2 + Z^2 + 2RZ\cos\varphi_1} = \\ &= \frac{RU^2}{R^2 + Z^2 - 2RZ + 2RZ(1+\cos\varphi_1)} = \\ &= \frac{U^2}{\dfrac{1}{R}(R-Z)^2 + 2Z(1+\cos\varphi_1)}\,. \end{aligned}$$

Budeme-li do obvodu s toutéž cívkou zapojovat různé spotřebiče, dosáhneme maximálního výkonu $P_{\max} = \dfrac{U^2}{2Z(1+\cos\varphi_1)}$ při rezistanci $R = Z$.

Úkoly:

a) Sestavte obvod podle obr. 7. Použijte robustnější síťový transformátor s výstupním napětím 24 V, cívku z rozkladného transformátoru o 600 závitech s rovným jádrem, reostat o odporu 100 Ω, ampérmetr a tři stejné voltmetry (v nouzi vystačíme s jedním voltmetrem).

b) Postupně po malých krocích zmenšujte odpor reostatu a údaje měřicích přístrojů zapisujte do tabulky. Z naměřených hodnot pokaždé vypočítejte odpor spotřebiče (reostatu) a jeho výkon.



Obr. 7

I/A	U/V	U_R/V	U_Z/V	R/Ω	P/W

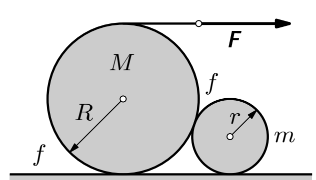
c) Sestrojte graf závislosti výkonu reostatu na jeho odporu a ověřte, že je maximální, když $R = Z$ (tj. když $U_R = U_Z$).

d) Pro případ, že $R = Z$, určete také celkový činný výkon v obvodu $P_{\text{celk}} = UI\cos\varphi$ a účinnost $\eta = P_{\max}/P_{\text{celk}}$ celého obvodu.

e) Z hodnot naměřených při maximálním výkonu spotřebiče určete indukčnost L ideální cívky a rezistanci r rezistoru, jejichž sériovým spojením bychom mohli danou skutečnou cívku nahradit.

7. Válce

Na drsné vodorovné rovině leží dva dotýkající se válce o poloměrech R a r a hmotnostech M a m. Kolem většího válce o poloměru R je navinut provaz, na jehož konci budeme působit ve vodorovném směru silou $\boldsymbol{F}$, jejíž velikost budeme zvolna zvětšovat (obr. 8).



Obr. 8

a) Určete velikost součinitele smykového tření f (stejného pro všechny styčné plochy), aby se větší válec převalil bez prokluzu přes menší válec.
b) Určete velikost síly $\boldsymbol{F}$, pro kterou k tomuto převalení dojde.

KATEGORIE C

1. Vrh koulí

Vržená koule opustila ruku atleta ve výšce $h_0 = 2{,}00\,\mathrm{m}$ a za dobu $T = 1{,}90\,\mathrm{s}$ dopadla ve vodorovné vzdálenosti $L = 20{,}5\,\mathrm{m}$ od místa, nad kterým byla uvolněna.

a) Určete velikost a směr počáteční rychlosti vrhu $\boldsymbol{v}_0$ a rychlosti dopadu $\boldsymbol{v}_1$.
b) Určete výšku vrhu H.
c) Hmotnost koule pro vrh je $m = 7{,}26\,\mathrm{kg}$. Určete kinetickou energii koule na počátku a na konci vrhu a porovnejte je.

Odpor vzduchu zanedbejte.

2. Sněhulák

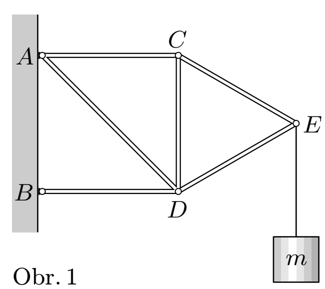
Na vodorovné rovině leží tři sněhové koule, z nichž má být postaven sněhulák. Největší koule má poloměr r_1, prostřední $r_2 = kr_1$ a nejmenší $r_3 = kr_2$. Koule jsou homogenní, hustota sněhu je u všech koulí stejná. Největší koule má hmotnost m_1.

a) Určete minimální práci nutnou k postavení sněhuláka.
b) Určete výšku těžiště sněhuláka nad vodorovnou rovinou.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnotu $k = 0{,}75$.

3. Nosná konstrukce

Závaží o hmotnosti m je zavěšeno na stěně pomocí konstrukce tvořené šesti tyčemi zanedbatelné hmotnosti (obr. 1). Tyče jsou vzájemně spojeny a ke stěně připevněny šrouby. Obrazec $ABCD$ je čtverec, obrazec CDE je rovnostranný trojúhelník.



Obr. 1

a) Určete síly, kterými působí jednotlivé tyče a stěna na šrouby.

b) Rozhodněte, které tyče jsou namáhány tahem a které tlakem.

4. Zvedání tělesa v radiálním gravitačním poli

Určete práci nutnou k přemístění tělesa o hmotnosti $m = 1\,\mathrm{kg}$ v gravitačním poli Země ze zemského povrchu do výšky zemského poloměru nad zemským povrchem. Zemi považujte za kouli o poloměru $R = 6\,378\,\mathrm{km}$. Gravitační zrychlení při zemském povrchu je $a_{\mathrm{g}0} = 9{,}81\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Úlohu řešte přibližnými metodami takto:

a) Určete horní a dolní hranici práce $W_{\max}$ a $W_{\min}$ za předpokladu, že gravitační pole je homogenní. V prvním případě počítejte s konstantním gravitačním zrychlením $a_{\mathrm{g}0}$ při zemském povrchu, v druhém případě s konstantním gravitačním zrychlením $a_{\mathrm{g}}(R)$ ve výšce R nad zemským povrchem.

b) Rozdělte výšku $h = R$ nad zemským povrchem na 10 stejných dílů a vypočtěte gravitační zrychlení v dělicích bodech. Určete horní a dolní hranici práce $\Delta W_{\max}$ a $\Delta W_{\min}$ v každém úseku za předpokladu, že gravitační pole je v celém úseku homogenní. V prvním případě počítejte s konstantním gravitačním zrychlením $a_{\mathrm{g}}(r)$ v nejnižším bodě úseku, v druhém případě s konstantním gravitačním zrychlením $a_{\mathrm{g}}(r)$ v nejvyšším bodě úseku.

Proveďte ještě třetí výpočet práce $\Delta\underline{W}$ v každém úseku za předpokladu, že gravitační pole je v celém úseku homogenní, a za gravitační zrychlení vezměte aritmetický průměr z hodnot vypočítaných v krajních bodech.

Pro každý způsob výpočtu určete sečtením jednotlivých hodnot celkovou práci na všech deseti úsecích. Součty $W_{\max}(10)$, $W_{\min}(10)$, $\underline{W}(10)$ porovnejte a odhadněte, který se nejvíce přibližuje přesné hodnotě celkové práce.

Výpočty zpracujte užitím EXCELu nebo jiného počítačového programu do tabulky 1.

c) Proveďte výpočet jako v úloze b) s „jemnějším“ rozdělením výšky, například na 20, 50, 100 stejných dílů, a sledujte, jak se všechny tři získané hodnoty k sobě přibližují.

r/R	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2	
$a_g(r)\,/\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$												$\sum$
$\Delta W_{\mathrm{max}}\,/\,\mathrm{MJ}$	–											
$\Delta W_{\mathrm{min}}\,/\,\mathrm{MJ}$	–											
$\Delta \underline{W}\,/\,\mathrm{MJ}$	–											

TABULKA 1

5. Odpařování

Během 24 hodin se z válcové nádoby o průměru $D = 7{,}0\,\mathrm{cm}$ při teplotě $30\,°\mathrm{C}$ odpařilo tolik vody, že hladina klesla o $5{,}0\,\mathrm{mm}$.

a) Kolik molekul se odpařilo za 1 sekundu?

b) Předpokládejme, že molekuly vody mají tvar krychličky a jsou uspořádány ve vrstvách o tloušťce jedné molekuly. Za jak dlouho se odpaří jedna taková vrstva?

Hustota vody při teplotě $30\,°\mathrm{C}$ je $996\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$.

6. *Praktická úloha*:

Určení výsledné tuhosti dvou pružin spojených paralelně a sériově

Pomůcky: 2 pružiny o různé tuhosti, několik větších závaží s háčky, váhy a sada závaží, stopky, kousek drátu.

Teorie: Mechanický oscilátor tvořený pružinou o tuhosti k a hmotnosti m_0, na které je zavěšeno těleso o hmotnosti m, kmitá s periodou

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m + \dfrac{m_0}{3}}{k}}\,. \tag{1}$$

Úkoly:

a) Na dvě různé pružiny zavěšujte postupně závaží o různé hmotnosti a změřte periody kmitání takto získaných oscilátorů. Užitím vztahu (1) určete experimentálně tuhosti obou pružin.

b) S použitím výsledků získaných v úkolu a) určete teoreticky výslednou tuhost obou pružin, jsou-li spojeny

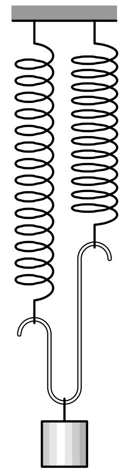
1) sériově, 2) paralelně.

c) Na obě pružiny spojené

1) sériově, 2) paralelně

zavěšujte různá závaží a stejným způsobem jako v úkolu a) určete experimentálně výslednou tuhost spojených pružin. Získané hodnoty porovnejte s výsledky výpočtů v úkolu b).

Poznámka k provedení: Na paralelně spojené pružiny zavěšujte závaží pomocí delšího dvojitého háčku, který si zhotovíte z kousku drátu (obr. 2). Tím dosáhnete, že obě pružiny budou deformovány stejně. Jsou-li délky nezatížených pružin různé, připravíme dvojháček nesymetrický. Hmotnost dvojháčku přičtěte k hmotnosti závaží.



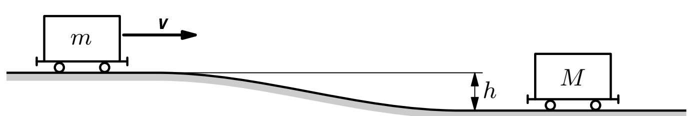
Obr. 2

7. Pružná srážka

Prázdný vagon o hmotnosti m se pohybuje po vodorovných kolejích rychlostí $\boldsymbol{v}$ (obr. 3). V jednom místě klesají koleje dolů a spojitě přecházejí do dalšího vodorovného úseku, který je o výšku h níže než původní. Na tomto úseku narazí do stojícího plného vagonu o hmotnosti M. Srážku považujeme za dokonale pružnou a valivý odpor kol za zanedbatelný.

a) Určete rychlosti $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{u}_2$ prázdného a plného vagonu po srážce.

b) Jakou velikost musí mít počáteční rychlost $\boldsymbol{v}$ prázdného vagonu, aby se po odrazu od plného vagonu vrátil na horní vodorovný úsek trati?



Obr. 3

KATEGORIE D

1. Rozjezd automobilu

Automobil se rozjížděl z klidu rovnoměrně zrychleným přímočarým pohybem tak, že v čase $t_1 = 12\,\mathrm{s}$ dosáhl rychlosti $v_1 = 18\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Kola automobilu mají poloměr $r = 0{,}25\,\mathrm{m}$.

a) Sestrojte graf závislosti okamžité úhlové rychlosti ω kola automobilu na čase a graf závislosti úhlu φ otočení kola od začátku pohybu na čase.

b) V grafu závislosti úhlové rychlosti na čase vyšrafujte plochu pod grafem na časovém intervalu 3 s až 8 s. Vypočtěte obsah vyšrafované plochy a uveďte fyzikální význam obsahu této plochy.

c) Určete směrnici přímky grafu závislosti okamžité úhlové rychlosti na čase, tj. poměr $\Delta\omega/\Delta t$. Vysvětlete fyzikální význam této veličiny.

2. Brzdná dráha

Před několika lety byla maximální povolená rychlost v obci zákonem snížena ze 60 km/h na 50 km/h.

a) Určete, o kolik procent se zmenšila doba nutná k zastavení vozidla z maximální povolené rychlosti.

b) Určete, o kolik procent se zkrátila brzdná dráha při zastavení vozidla z maximální povolené rychlosti.

c) Vypočtěte pro obě rychlosti dobu zastavení vozidla a brzdnou dráhu na vodorovné silnici pro vozidlo o hmotnosti 900 kg a brzdící sílu 4000 N.

d) Vypočtěte pro obě rychlosti dobu zastavení vozidla a brzdnou dráhu na vodorovné silnici, jestliže brzdící síla má velikost 40 % tíhové síly vozidla.

3. Vlak

Vlak tvoří lokomotiva o hmotnosti $m_0 = 72\,\mathrm{t}$ a souprava 8 vagonů, každý o hmotnosti $m_1 = 30\,\mathrm{t}$. Po průjezdu nádražím rychlostí $v_1 = 36\,\mathrm{km/h}$ začal zrychlovat rovnoměrně zrychleným pohybem tak, že na dráze $s = 1\,250\,\mathrm{m}$ dosáhl rychlosti $v_2 = 90\,\mathrm{km/h}$. Celá uvažovaná trajektorie leží ve vodorovné rovině.

a) Určete práci, kterou vykonal motor lokomotivy.

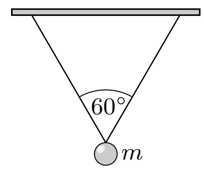
b) Určete velikost síly, kterou je souprava vagonů tažena.

c) Určete velikost zrychlení vlaku.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

4. Zavěšené břemeno

Ve vagonu pohybujícím se po přímé vodorovné trati je na vodorovné tyči na dvou vláknech stejné délky, která vzájemně svírají úhel 60°, zavěšena kulička o hmotnosti $m = 0,250\,\mathrm{kg}$ (obr. 1). Určete v jednotlivých případech velikosti sil $\boldsymbol{F}_1$ a $\boldsymbol{F}_2$, kterými kulička napíná vlákna.



Obr. 1

a) Vagon se pohybuje rovnoměrným pohybem.

b) Vagon se pohybuje rovnoměrně zrychleným pohybem se zrychlením o velikosti $a = 1{,}50\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$, přičemž tyč je umístěna kolmo ke směru jízdy.

c) Vagon se pohybuje rovnoměrně zrychleným pohybem se zrychlením o velikosti $a = 1{,}50\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$, přičemž tyč je umístěna ve směru jízdy. Neumíte-li úlohu c) vyřešit početně, řešte ji pouze graficky.

5. Měření rychlosti střely

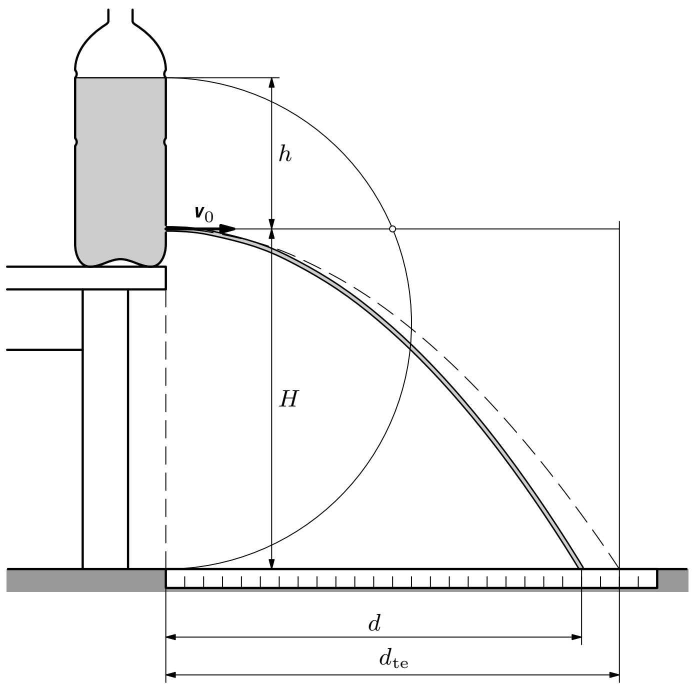
Na měření rychlosti střely byl použit malý vozík s hmotností $M = 5{,}0\,\mathrm{kg}$ umístěný na vodorovných kolejnicích. Střela vystřelená z testované zbraně vnikla do vozíku ve směru rovnoběžném se směrem kolejnic a uvázla v něm. Vozík se uvedl do pohybu a zastavil na dráze $D = 24\,\mathrm{cm}$. Dalším měřením bylo zjištěno, že se vozík po udělení rychlosti o velikosti $v_0 = 2{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ zastaví rovnoměrně zpomaleným pohybem na dráze $d = 154\,\mathrm{cm}$. Po vyjmutí střely z vozíku se určila její hmotnost $m = 16\,\mathrm{g}$.

a) Určete velikost v rychlosti střely před vniknutím do vozíku.

b) Určete poměr kinetických energií soustavy střela – vozík bezprostředně po zásahu a před zásahem. Vysvětlete příčinu poklesu mechanické energie.

6. *Praktická úloha*: **Výtok kapaliny otvorem ve stěně**

Ve svislé stěně plastové lahve ve výšce asi 5 cm nad dnem vytvořte pomocí hřebíku zahřátého v plameni otvor o průměru 3 – 4 mm. Ke stěně lahve připevněte proužkem izolepy svisle pravítko tak, aby počátek jeho stupnice ležel ve stejné výšce jako střed otvoru. Láhev naplňte vodou a postavte ji na okraj stoličky tak, aby voda otvorem ve stěně volně vytékala na podlahu. Na ni umístěte do roviny vodního proudu tyčové nebo skládací délkové měřidlo tak, aby počátek jeho stupnice ležel přesně pod výtokovým otvorem (obr. 2). Budeme měřit závislost délky dostřiku d na výšce hladiny h nad výtokovým otvorem, který se nachází ve výšce H nad podlahou. Dopadající pramínek vody se může trhat, za souřadnici dopadu považujte odhadnutý střed stopy dopadu.



Obr. 2

Pokud by voda v láhvi byla ideální tekutinou bez vnitřního tření, vytékala by z otvoru ve stěně počáteční rychlostí $\boldsymbol{v}_0$ o velikosti $v_0 = \sqrt{2gh}$ a bez odporu vzduchu by dopadla na podlahu za dobu

$T = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ v teoretické vzdálenosti

$$d_{\mathrm{te}} = v_0 T = 2\sqrt{H}\sqrt{h}. \qquad (1)$$

Délka dostřiku by tedy měla být přímo úměrná $\sqrt{h}$ s konstantou úměrnosti $2\sqrt{H}$.

Úkoly:

a) Vzorec (1) vede k jednoduché eukleidovské konstrukci teoretické délky dostřiku, která byla použita na obr. 2. Vysvětlete ji.

b) Změřte výšku výtokového otvoru nad podlahou a skutečné délky dostřiku při různých výškách hladiny v lahvi. Změřené hodnoty a teoretické hodnoty vypočítané podle vzorce (1) zapište do tabulky a porovnejte je:

$\frac{h}{\mathrm{cm}}$	$\frac{\sqrt{h}}{\mathrm{cm}^{0,5}}$	$\frac{d}{\mathrm{cm}}$	$\frac{d_{\mathrm{te}}}{\mathrm{cm}}$	$\frac{d}{d_{\mathrm{te}}} \cdot 100\,\%$
2				
4				
6				
⋮				

$\frac{H}{\mathrm{cm}}$

c) Podle tabulky sestrojte graf závislosti skutečné délky dostřiku d na druhé odmocnině výšky hladiny $\sqrt{h}$ při dané výšce H výtokového otvoru. Body zobrazující výsledky jednotlivých měření leží přibližně v přímce. Určete její rovnici. K tomu se hodí počítačový program EXCEL, který dovede řadě bodů v grafu přiřadit *lineární trend*.

d) Do stejného grafu zobrazte i závislost teoretické délky dostřiku d_{te} na $\sqrt{h}$ podle vzorce (1).

e) Z rovnice vypočtěte předpokládanou délku dostřiku při výšce hladiny 30 cm nad výtokovým otvorem.

7. Rozpad střely

Střela skládající se ze dvou částí s poměrem hmotností $2:1$ obsahuje pružinový systém nastavitelný tak, že během letu se obě části v podélné ose střely od sebe oddělí. Těleso bylo vystřeleno prakem z věže vysoké $h = 45\,\mathrm{m}$ ve vodorovném směru. Podélná osa střely je v okamžiku výstřelu vodorovná a během celého letu nemění svůj směr. Odpor vzduchu zanedbejte.

a) Určete dobu t_0 letu a velikost v_0 počáteční rychlosti, jestliže systém nebyl aktivován a těleso dopadlo jako celek na vodorovnou rovinu ve vzdálenosti $d = 90\,\mathrm{m}$ od paty věže.

b) Těleso bylo vystřeleno hmotnější částí napřed. V čase $t_1 = 1{,}0\,\mathrm{s}$ po vystřelení se obě části automaticky oddělily a méně hmotná část dopadla k patě věže. Určete vzdálenost d_1 místa dopadu druhé části střely od paty věže.

c) Těleso bylo vystřeleno méně hmotnou částí napřed. V čase $t_1 = 1{,}0\,\mathrm{s}$ po vystřelení se obě části automaticky opět oddělily. Určete vzdálenosti d_2 a d_3 místa dopadu přední a zadní části střely od paty věže.

* * * * *

SČÍTÁNÍ PŘES DESÍTKU

Před mnoha lety jsem byl na třídní schůzce svého syna. Chodil tehdy do první nebo druhé třídy. Jeho učitelka byla nemocná, a tak nevděčnou úlohou promluvit k rodičům byla pověřena vychovatelka školní družiny, která za učitelku suplovala. Nevěděla, co nám má říkat – rozhodla se vyřešit to tak, že nám vysvětlí, co a jak se právě probírá v matematice. Šlo o sčítání přes desítku. Vysvětlila to na příkladu $8 + 7$.

„Osm a kolik je deset? Osm a dvě je deset. Proto si číslo sedm rozložíme na pět plus dvě a sčítáme: Osm plus pět je třináct, plus dvě je patnáct.“

Její výklad jsem považoval za natolik dokonalý, že jsem se nezmohl na protest.

Jura Charvát