

# Aktuárské vědy

---

## Zprávy

*Aktuárské vědy*, Vol. 5 (1935), No. 2, 90–96

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/144629>

## Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## Z P R Á V Y.

Conférences de M. le Dr. Guldberg, professeur à l' Université d' Oslo (Norvège), invité par l' Université Charles à Prague et par l' Union des mathématiciens et physiciens tchécoslovaques (Jednota československých matematiků a fysiků), tenues le 7 mai et le 9 mai 1935 à Prague.

Monsieur Guldberg dans sa première conférence a traité les lois de probabilité à une variable. Il dérive, à l'aide de l'équation aux différences finies de la loi de probabilité donnée, la formule de récurrence des moments de la loi considérée. Il établit des critères auxquels une série statistique doit satisfaire pour être approximée par une loi de probabilité donnée.

Comme exemple M. Guldberg regarde la loi de probabilité de Polya:

$$f(x) = \binom{k}{x} \frac{a(a+\Delta) \dots [a+(x-1)\Delta] b(b+\Delta) \dots [b+(k-x-1)\Delta]}{N(N+\Delta) \dots [N+(k-1)\Delta]},$$

$$N = a + b,$$

où  $f(x)$  est la probabilité de tirer en  $k$  tirages  $x$  boules blanches et  $(k-x)$  boules noires d'une urne qui contient  $a$  boules blanches et  $b$  boules noires, si après chaque tirage on remet dans l'urne  $(1+\Delta)$  boules de la même couleur que la boule tirée.

La loi de Polya se réduit pour  $\Delta = 0$  à la loi de Bernoulli, pour  $\Delta = -1$  à la loi hypergéométrique, pour  $\Delta = 1$  à la loi de Tschuprow.

$f(x)$  satisfait à l'équation aux différences finies

$$f(x+1) = \frac{(k-x)(a+x\Delta)}{(x+1)[b+(k-x-1)\Delta]} f(x).$$

Le moment d'ordre  $n$  est:

$$\sigma_n = \sum_0^k x^n f(x).$$

De l'équation aux différences finies on dérive facilement

$$\sigma_1 = k \frac{a}{a+b} = kp, \text{ où } p = \frac{a}{a+b}, \quad 1-p = \frac{b}{a+b} = q,$$

$$\sigma_2 = \frac{ka(ka+b+k\Delta)}{(a+b)(a+b+\Delta)},$$

$$\mu_2 = \sigma_2 - \sigma_1^2 = \frac{kab(a+b+k\Delta)}{(a+b)^2(a+b+\Delta)} = kpq \frac{N+k\Delta}{N+\Delta} \text{ etc.}$$

Ayant établi les critères auxquels une série statistique doit satisfaire pour être approximée par une loi de probabilité donnée, M. Guldberg donne quelques exemples de séries statistiques qui peuvent être approximées par la loi de Bernoulli, la loi de Poisson et la loi hypergéométrique.

\*

Dans sa deuxième conférence M. G. généralise les considérations faites aux loi de probabilité à deux variables. Pour fixer les idées M. G. considère la loi de probabilité

$$f(x, y) = \frac{k!}{x! y! (k-x-y)!} \frac{a(a+\Delta) \dots [a+(x-1)\Delta] b(b+\Delta) \dots}{N(N+\Delta) \dots} \times$$

$$\times \frac{[b+(y-1)\Delta] c(c+\Delta) \dots [c+(k-x-y-1)\Delta]}{[N+(k-1)\Delta]};$$

$f(x, y)$  est la probabilité de tirer en  $k$  tirages  $x$  boules blanches,  $y$  boules noires et  $k - x - y$  boules noires d'une urne qui contient  $a$  boules blanches,  $b$  boules noires,  $c$  boules rouges,  $a + b + c = N$ , si après chaque tirage on remet à l'urne  $1 + \Delta$  boules de la même couleur que la boule tirée.

Cette loi se réduit pour  $\Delta = 0$  à la loi de Bernoulli à deux variables, pour  $\Delta = -1$  à la loi hypergéométrique à deux variables.

$f(x, y)$  satisfait aux équations aux différences finies:

$$(x+1)[c + (k-x-y-1)\Delta]f(x+1, y) = (a + \Delta x)(k-x-y)f(x, y),$$

$$(y+1)[c + (k-x-y-1)\Delta]f(x, y+1) = (b + \Delta y)(k-x-y)f(x, y)$$

Mettons:

$$m_{f,g} = \sum_0^k \sum_0^{k-x} x^g y^f f(x, y),$$

$$r_{1,1} = \frac{m_{11} - m_{10}m_{01}}{\sqrt{(m_{20} - m_{10}^2)(m_{02} - m_{01}^2)}}.$$

De est équations aux différences finies on dérive en faisant la somme de  $x$  et  $y$  comme antérieurement:

$$m_{10} = k \frac{a}{N}, \quad m_{01} = k \frac{b}{N},$$

$$m_{20} = \frac{ka}{N} \left[ k - \frac{b+c}{N+\Delta} (k-1) \right], \quad m_{11} = \frac{ab}{N} \frac{k(k-1)}{N+\Delta},$$

$$m_{02} = \frac{kb}{N} \left[ k - \frac{a+c}{N+\Delta} (k-1) \right]$$

d'où 
$$r_{11} = -\sqrt{\frac{p \cdot q}{(1-p)(1-q)}}; \quad p = \frac{a}{N}, \quad q = \frac{b}{N},$$

qui est indépendant de  $\Delta$ .

Ayant établi de plus les critères qu'une série statistique à deux variables doit satisfaire pour être approximé par une loi de probabilité donnée à deux variables M. G. donne différents exemples des séries statistiques qui viennent être approximés par la loi de Bernoulli, et la loi hypergéométrique à deux variables.

**Soukromé pojištění životní za hospodářské krise.** Státní úřad statistický vydal počátkem prosince 1934 ve svých „Zprávách“ výsledky statistického šetření o soukromých pojištencích v r. 1933. Šetření pohybuje se celkem v rozsahu již obvyklém od r. 1929, o kterém jsme tu svého času referovali (II. ročník, str. 169 a násl.); jen místy bylo ještě prohloubeno a jest vítati, že se věnuje zvláštní zřetel pojištění lidovému a že aspoň pro úhrny uvádějí se hlavní výsledky odděleně pro pojištění normální a lidové. Sluší se také upozorniti s povděkem na to, že pohotovostí Státního úřadu statistického je souborná statistika publikována již v roce bezprostředně následujícím po roce, na který se vztahuje šetření, tedy skutečně včas. Je si jen přáti, aby tato pohotovost tu byla i nadále, neboť včasnost statistik dodává jim největší ceny.

Statistika tato, jakož i za roky předcházející v celku potvrzuje naše zjištění a závěry svého času tu pronesené. Zde se chceme zabývatí jen vlivem hospodářské krise na soukromé životní pojištění a sice chceme tak učiniti sledováním vývoje hlavních čísel, v nichž se značí výsledek pojišťovací

činnosti. Připomínáme, že nejde jen o podrobný rozbor a hlavně ne o zhodnocení pojistně-matematické, neboť oboje by vyžadovalo obsáhlejší a velmi podrobné studie, k níž materiál není ani užší veřejnosti přístupný. Jde tu spíše o posouzení vlivu krise na výši obchodu a jeho vývoj.

Tabulka č. 1 podává přehled úhrnu přijatého pojistného v pojištění kapitálovém i důchodovém, rozděleně na pojišťovny domácí i cizozemské a to jak úhrnného pojistného, tak pojistného po srážce podílů zajišťovatelů.

Tabulka č. 1.

Přijaté prémie (přímý i nepřímý obchod).

Rok	Pojišťovny domácí		Pojišťovny cizozemské		Úhrnem	
	Pojistné	Z toho na vlastní vrub*)	Pojistné	Z toho na vlastní vrub*)	Pojistné	Z toho na vlastní vrub*)
v mil. Kč						
1925	200	139	182	141	382	279
1926	236	167	183	140	419	307
1927	266	180	205	160	471	341
1928	316	211	267	197	583	408
1929	369	255	317	218	686	473
1930	421	290	346	234	766	525
1931	444	322	362	257	807	578
1932	440	318	332	217	772	535
1933	457	340	370	286	827	626
Indexy pro základ 1925						
1926	118	120	100	100	110	110
1927	133	130	113	114	123	122
1928	158	152	147	140	153	146
1929	185	184	174	155	180	170
1930	210	210	190	166	201	188
1931	222	232	199	182	211	207
1932	220	230	182	154	202	192
1933	229	245	203	203	216	224

\*) t. j. po srážce podílů zajišťovatelů.

Vývoj těchto čísel lze dobře sledovati z připojených indexů, které ukazují, že krise vedla k značnému zpomalení vzrůstu těchto příjmových položek a dokonce v r. 1932 k jejich poklesu, který ale bude snad jen přechodný, jak slibují výsledky r. 1933.

Tabulka č. 2 — jakož i všechny další — týká se jen kapitálového pojištění a informuje o výši pojištěných kapitálů jakož i jejich pohybu v jednotlivých letech. Vzhledem k tomu, že soukromé pojištění důchodové nepadá u nás prakticky na váhu, není jeho zanedbání podstatné. Závěry poznané z pozorování vývoje kapitálového pojištění jsou směrodatné pro celé naše soukromé životní pojištění.

Tabulka č. 2.

Přehled vývoje kapitálového pojištění — úhrn pojištěných kapitálů (v milionech Kč).

Rok	Stav počátkem roku	Přírůstek	Úbytek	Stav koncem roku
<b>Pojišťovny domácí</b>				
1925	3.477	1.059	478	4.058
1926	4.058	1.084	494	4.648
1927	4.648	1.255	547	5.356
1928	5.356	1.725	640	6.440
1929	6.440	2.074	837	7.678
1930	7.678	1.977	932	8.723
1931	8.723	1.717	1.119	9.321
1932	9.321	1.540	1.353	9.507
1933	9.507	1.484	1.308	9.684
<b>Pojišťovny cizozemské</b>				
1925	2.784	807	401	3.190
1926	2.931	1.350	436	3.845
1927	3.845	1.076	465	4.456
1928	4.456	1.388	642	5.203
1929	5.203	1.460	678	5.985
1930	5.960	1.526	846	6.640
1931	6.640	1.273	966	6.947
1932	6.947	892	1.075	6.764
1933	6.764	1.094	1.327	6.531
<b>Úhrnem</b>				
1925	6.261	1.866	879	7.248
1926	6.989	2.434	930	8.493
1927	8.493	2.331	1.012	9.812
1928	9.812	3.113	1.282	11.643
1929	11.643	3.534	1.515	13.663
1930	13.638	3.503	1.778	15.363
1931	15.363	2.990	2.085	16.268
1932	16.268	2.432	2.428	16.271
1933	16.271	2.578	2.635	16.215

Z tohoto přehledu je ihned viděti, že čistý přírůstek pojištěných kapitálů, t. j. rozdíl mezi přírůstkem a úbytkem, jeví až do r. 1929 stoupající tendenci; v r. 1930 však nastává zpomalení vzrůstu, čistý přírůstek klesá, v r. 1932 nastává prakticky již rovnováha mezi přírůstkem a odpady, až v r. 1933 nastupuje místo přírůstku úbytek. Pokles jeví se sice zatím jen u cizozemských pojišťoven, ale i přírůstky domácích pojišťoven silně poklesly.

Tento fakt blíže ještě osvětluje tab. č. 3, obsahující čísla o nové produkci v jednotlivých letech 1929—1933 přímého kapitálového pojištění a to jak absolutně, tak v procentech počátečního ročního stavu; také zde je použito indexů pro základ 1929 = 100 za účelem rychlejší orientace.

Tabulka č. 3.

Nová produkce kapitálového pojištění na základě přihlášek.

Rok	Pojišťovny domácí		Pojišťovny cizozemské		Úhrnem	
	počet pojistek	pojištěný kapitál v tisíc. Kč	počet pojistek	pojištěný kapitál v tisíc. Kč	počet pojistek	pojištěný kapitál v tisíc. Kč
absolutní čísla						
1929	102.372	1,465.964	77.452	1,403.554	179.824	2,869.518
1930	105.510	1,533.188	93.301	1,442.748	198.811	2,975.936
1931	99.258	1,403.024	58.141	1,155.697	157.399	2,558.721
1932	81.962	1,192.975	37.043	722.841	119.005	1,915.816
1933	94.684	1,071.562	62.521	810.494	157.205	1,882.056
Indexy pro základ 1929						
1930	103	105	120	103	111	104
1931	97	96	75	82	88	89
1932	80	81	48	52	66	67
1933	92	73	81	58	87	66
v % stavu počátkem roku						
1929	14,61	24,87	14,73	26,98	14,66	25,86
1930	14,11	22,63	17,24	24,22	15,43	23,38
1931	12,66	18,57	10,24	17,42	11,64	18,03
1932	10,18	14,86	6,69	10,41	8,76	12,80
1933	11,76	13,22	12,01	11,99	11,86	12,66

Také zde jest viděti pokles a to nejen co do počtu pojistek, ale ještě větší co do výše nově pojištěných kapitálů; tak počet nově uzavřených pojistek v r. 1933 klesl oproti r. 1929 o 13%, kdežto výše pojištěných kapitálů o 34%, tedy o celou třetinu! Také zde se jeví silnější pokles cizozem. pojišťoven než u domácích. S tím souvisí také pokles průměrné částky pojištěné připadající na jednu nově uzavřenou pojistku. V r. 1929 v normálním pojištění činila tato částka u domácích pojišťoven Kč 17.804, u cizozemských Kč 34.485; v r. 1933 klesá na Kč 13.968 u domácích a na Kč 19.627 u cizozemských, tedy o 22%, resp. o 42%. V lidovém pojištění činila v r. 1929 průměrná částka připadající na nově uzavřenou pojistku Kč 3.075 u domácích a Kč 3.729 u cizozemských pojišťoven, kdežto v r. 1933 již jen Kč 2.016 resp. 3.542; jeví se tedy pokles o 34% resp. o 5%. Zde se jeví nápadný nepoměr v neprospěch domácích pojišťoven, který ještě více vynikne ze sledu těchto čísel v pětiletí 1929—1930; tak v r. 1932 činila průměrná částka v lidovém pojištění u cizozemských pojišťoven téměř dvojnásobek obdobné částky u domácích pojišťoven.

Z tabulky č. 3 plyne také, že klesá poměr nové produkce ke stavu pojistek již získaných a to ne ani tak silně pokud se týče počtu pojistek, jako pokud jde o jejich výši; kdežto v r. 1929 činila nová produkce co do výše přes  $\frac{1}{4}$  starého obchodu, klesá v r. 1933 na  $\frac{1}{8}$ . Svědčí to ovšem tomu, že

Tabulka č. 4.

Úbytek pojistek kapitálového pojištění (přímého) podle příčin zániku.  
I. Počet pojistek. II. Výše pojištěných kapitálů.

Rok	Úhrn zaniklých		Z toho v % připadá na								ostatní příčiny			
	I. pojistek	II. kapitálů v tis.	úmrť		dožití		zrušení ne- zaplacením pojistného		storno		odkup			
			I	II	I	II	I	II	I	II	I	II		
Pojišťovny domácí														
1929	82.791	772.394	7,1	5,5	12,2	4,6	13,0	19,4	24,2	29,9	11,2	10,0	32,3	30,6
1930	81.824	835.880	7,4	6,0	14,8	4,7	24,0	26,8	27,3	34,2	13,1	11,7	13,4	16,6
1931	91.519	1.026.624	7,3	5,6	14,8	3,8	18,6	26,4	29,6	33,3	15,9	13,7	13,8	17,2
1932	112.455	1.236.205	6,1	5,1	11,5	4,1	17,4	25,0	26,8	31,3	17,8	16,4	20,4	18,1
1933	98.623	1.176.595	7,1	5,1	13,4	4,5	15,9	20,6	23,0	25,3	24,0	22,8	16,6	21,7
Pojišťovny cizozemské														
1929	63.604	677.872	41,4	10,4	6,0	3,2	8,7	20,5	16,8	30,5	7,9	5,2	19,2	30,2
1930	70.931	845.561	29,0	8,9	6,8	4,2	6,8	16,3	42,5	45,9	9,1	6,8	5,8	17,9
1931	76.810	965.112	26,8	8,4	6,3	3,9	4,4	13,4	44,7	48,5	11,1	7,2	6,7	18,6
1932	77.958	1.074.433	38,4	10,7	6,3	3,9	21,8	20,7	9,2	24,9	12,7	10,0	11,6	29,8
1933	87.654	1.326.746	28,6	6,7	6,0	3,0	5,9	8,3	21,0	18,5	15,2	17,7	23,3	45,8
Úhrnem														
1929	146.395	1.450.266	22,0	7,7	9,5	4,0	11,1	19,9	21,0	30,2	9,8	7,8	26,6	30,4
1930	152.755	1.681.441	17,5	7,4	11,1	4,5	16,0	21,5	34,4	40,1	11,2	9,3	9,8	17,2
1931	168.329	1.991.736	16,2	7,0	10,9	3,9	12,1	20,1	36,5	40,6	13,7	10,5	10,6	17,9
1932	190.413	2.310.638	19,3	7,7	9,4	4,0	19,2	23,0	19,6	28,3	15,7	13,4	16,8	23,6
1933	186.277	2.503.341	17,2	5,9	9,9	3,7	11,2	14,2	22,1	21,7	19,8	20,0	19,8	34,5

pojišťovny neochabují ve své akvisici, počet pojistek se ještě dosti drží, ale hospodářské poměry znemožňují občanstvu vydatnější použití životního pojištění. Zde na tomto místě je ovšem žádoucí připomenouti, že přechodný pokles nové produkce není nějakým nebezpečím pro dobře zavedené ústavy již vzhledem k automatickému poklesu akvisičních výloh, a že naopak při určitém bilančním systému může vésti ke zlepšení pojistně-matematické rovnováhy pojišťovny.

Vliv hospodářské krise nejeví se ale jen v novém obchodě, ale také v průběhu obchodu u pojistek starých. Zde velmi informativní je tabulka č. 4, udávající rozdělení zaniklých pojistek v jednotlivých letech podle příčiny zániku.

Na první pohled je nápadný prudký vzestup odkupů a to co do počtu pojistek v r. 1933 na dvojnásobek r. 1929, co do výše pojištěných kapitálů dokonce na trojnásobek; i tento nepoměr nasvědčuje tomu, že jde tu o čistě krisový zjev a že jsou jím více postiženy pojistky s vyššími kapitály a tedy s vyšším pojistným, které pojištěnec nemůže v době krise dále platiti. Zde se projevuje nejdůležitější vliv krise na obchod již získaný. Naproti tomu průběh pojistných případů není pravděpodobně nějak pod vlivem krise, ač zde přesné zjištění by vyžadovalo daleko podrobnějšího statistického materiálu. Tabulka č. 4 sama o sobě je zajímavá a zasluhovala by zvláštního zřetele. Zde upozorňuji jen na poměrně malé procento zániků v důsledku pojistného případu, který by měl býti vlastně pravidlem; také rozdíl mezi procentem pro počet pojistek a pro výši kapitálu je jistě zajímavý.

V celku můžeme prohlásiti, že krise hospodářská projevuje se v našem soukromém pojištění životním jednak značným poklesem nové produkce, jednak zvýšením odpadů pojištěnců. Oboje má sice krajně nepříznivý vliv na celou myšlenku pojišťování, když ne jiný, tak ten, že zpomalilo a snad na určitou dobu dokonce srazilo jeho vývoj. Pojistně-matematicky však nemusí to býti nebezpečné, neboť jak pokles nové produkce, tak zvýšení storen bezprostředně nepůsobí nepříznivě na finanční rovnováhu. Ovšem skutečný rozbor po stránce pojistně-matematické nelze provésti z tohoto statistického materiálu, který by při nejmenším měl býti doplněn statistikou o výsledcích dozorčí činnosti ministerstva vnitra.

Dr. A. Zelenka.