# Literatura

*Aktuárské vědy*, Vol. 2 (1931), No. 1, 53–55

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/144537

$$R(Z) = H^A(Z) - H^P(Z) = 32{,}4648\,[\Sigma N_x^m (A_x^{Zm}\,.\,{}^{(m)}{}_{5|}a_x^{(a65)} +$$
$$+ S_x^{Zm} \frac{1}{s_x}\,{}^{(m)}{}_{6|}a_x^{(a65)s}) + N_x^w (A_x^{Zw}\,{}^{(w)}{}_{5|}a_x^{(a60)} + S_x^{Zw} \frac{1}{s_x}\,{}^{(w)}{}_{6|}a_x^{(a60)s}) -$$
$$- \Sigma (N_x^m P_x^{Zm} \frac{1}{s_x}\, a_{x\,\overline{65-x}|}^{aa(12)s} + N_x^w P_x^{Zw} \frac{1}{s_x}\, a_{x\,\overline{60-x}|}^{aa(12)s})\,.\,0{,}9125],$$

$$R(A) = H^A(A) - H^P(A) = 53{,}3095\{[A^m (A^{Am}\,.\,{}^{(m)}a_{33}^{(a65)} +$$
$$+ S_A^m \frac{1}{s_x}\,{}^{(m)}{}_{1|}a_{33}^{(a65)s}) + A^w (A^{Aw}\,.\,{}^{(w)}a_{28}^{(a60)} + S^{Aw} \frac{1}{s_x}\,{}^{(w)}{}_{1|}a_{28}^{(a60)s}] -$$
$$- [A^m P^{Am} \frac{1}{s_x}\, a_{33\,\overline{32}|}^{aa(12)s} + A^w P^{Aw} \frac{1}{s_x}\, a_{28\,\overline{32}|}^{(a60)s}]\; 0{,}9125\}.$$

Wenn man nach dieser Formel die Rechnung durchführt und die Resultate mit denen des Motivenberichtes vergleicht — wie dies in der Tabelle Nr. 12 durchgeführt worden ist — so kommt man zur Erkenntniss dass die Annahme richtig war, dass beide Berechnungen zu demselben Endresultate — der Feststellung des Gleichgewichtes — führen. Die zweite Methode führt sogar zu einem um 36 Mill. Kč höheren Überschusse als die des Motivenberichtes.

---

# LITERATURA.

**Bulletin Trimestriel** de l'Institut des actuaires français Nr. 139. M. Hochart: Sur la représentation analytique d'une famille de tables de mortalité. Analogickým způsobem, jakým Quiquet odvodil teoretickými úvahami svou obecnou formuli pro $l_x$, odvozuje autor obecnější formuli za předpokladu, že funkce $l_x$ závisí na selekci. Pro intensitu úmrtnosti $\mu$ dospívá k těmto diferenciálním rovnicím:

$$A_0\mu + A_1 \frac{\partial\mu}{\partial x} + \ldots + A_{n-1} \frac{\partial^{n-1}\mu}{\partial x^{n-1}} + A_n \frac{\partial^m \mu}{\partial x^m} = A_{n+1}$$

$$B_0\mu + B_1 \frac{\partial\mu}{\partial x} + \ldots + B_{n-1} \frac{\partial^{n-1}\mu}{\partial x^{n-1}} + B_n \frac{\partial\mu}{\partial z_1} = B_{n+1}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$D_0\mu + D_1 \frac{\partial\mu}{\partial x} + \ldots + D_{n-1} \frac{\partial^{n-1}\mu}{\partial x^{n-1}} + D_n \frac{\partial\mu}{\partial z_m} = D_{n+1}$$

kde $z_1, z_2, \ldots z_m$ jsou „koeficienty selekce"; $n$ má týž význam jako ve formulích Quiquetových. Autor řeší tyto rovnice pro $n = 0, 1, 2$ (na př. pro $n = 1$ je obecně $l(x, z_1 \ldots z_m) = e^{A+BX+Ce^{rx}+s_1 z_1+\ldots+s_m z_m}$) a ukazuje na některé jejich zajímavé vlastnosti.

G. Vanlaer: Le 41ème rapport fédéral et la méthode de Zillmer. Otázku vhodnosti či nevhodnosti Zillmerovy metody nelze všeobecně zodpověděti. Metoda tato vyhovuje potřebám pojišťoven nových, které se teprve rozvíjejí, nehodí se však pro pojišťovny, které dosáhly ve vývoji svého vrcholu. Referent poukazuje v této věci na rozdíl pojišťoven švýcarských a francouzských, postižených poklesem ceny peněz. Vhodným způsobem lze však — jak ukazuje — vyhnouti se nedostatkům Zillmerovy metody. *V. Kalivoda.*

**Skandinavisk Aktuarietidskrift** 1930, sešit 1—2. F. L. Lundberg: Über die Wahrscheinlichkeitsfunktion einer Risikenmasse.

Klasické teorie risika nevedou k plodným výsledkům majícím větší význam pro skutečnou aplikaci. Proto vychází Lundberg z pozorování změn celého kolektiva risik, při čemž vůdčí myšlenkou po stránce matematické je korespondence mezi pravděpodobnostní funkcí risikového kolektivu a mezi určitým druhem funkcí, kterými se blíže zabývá. V článku shrnuje a doplňuje Lundberg výsledky svých dlouholetých prací, které až dosud širšímu kruhu aktuárů nebyly přístupny, jsouce psány ve švédském jazyce s výjimkou referátu na VI. mezinárodním kongrese vídeňském.

J. Laurin: An Introduction into Lundberg's Theory of Risk. Zde podána jest podstata Lundbergovy teorie, takže článek tvoří vlastně úvod k předcházející práci. Autor odvozuje elegantními obraty pravděpodobnost $\delta(u)$, že t. zv. „vyrovnávací fond" (adjustment reserve) klesne pod hodnotu $-u$. Značí-li $P$ úhrnnou premii risikovou, $\lambda - 1$ bezpečnostní přirážku k této premii a $p(z)\,dz$ pravděpodobnost, že napadnuvší dávka je v intervalu $(z, z + dz)$, jest $\delta(u)$ dáno relací

$$\delta(u) = a_u\, e^{-Ru} \quad 0 < a_u < 1,$$

kde konstanta $R$ plyne ze vztahu

$$1 + \lambda R = \int_0^\infty e^{Ry}\, p(y)\, dy.$$

Při tom $a_u$ leží v mezích $a_0$, $a_\infty$, kde

$$a_0 = \frac{1}{\lambda}, \quad a_\infty = \frac{\lambda - 1}{-\lambda + \int_0^\infty y e^{Ry} p(y)\, dy}.$$

Na několika příkladech ukazuje autor, že obě meze $a_0$ i $a_\infty$ jsou dosti blízké 1, takže pro praktickou aplikaci je možno klásti $\delta(u) \doteq e^{-Ru}$.

V dalším autor zabývá se proměnlivým bezpečnostním faktorem, resp. redukcí vyrovnávacího fondu. Závěrem připojuje několik kritických poznámek k celé teorii.

B. Windborg: Sur la mortalité des invalides suivant les expériences de l'assurance pension suédoise. V článku uvedeny jsou výsledky statistických pozorování výluk z požitků invalidních důchodů, kterým byly přiznány státní příplatky (pensions supplémentaires et secours), pokud důchod napadl v r. 1921—1925. Pozorování provedeno až do r. 1928. Tabulky pozorovaných četností zvlášť pro muže a pro ženy jsou děleny podle kalendářního roku, ve kterém důchod napadl a podle kalendářního roku, ve kterém požitek důchodu zanikl. Tím usnadněno bylo sice pozorování, ale zato má tato okolnost nepříznivý vliv na konečné výsledky. Odpady nejsou tříděny podle důchodů výluky; autor omezuje se na konstatování, že výluky jiné než úmrtím tvoří pouhé 3.9% pozorovaných případů.

Z tabulek pozorovaných četností mechanicky vyrovnaných odvozena jest tabulka pravděpodobností výluk s respektováním selekce. Autor ukazuje, že jednak selekce ztrácí vliv pro vyšší věk než 70, jednak že tento vliv mizí téměř úplně v 7. roce trvání invalidity (u žen obě meze jsou vlastně nižší, 60 let a 4 roky). Grafickým vyrovnáním a pomocí několika předpokladů odvozena je konečná tabulka hodnot se selekcí 5letou. Při tom nebylo přihlíženo k selekci v prvním roce, neboť vzhledem k způsobu dělení původní tabulky nejsou tyto výsledky dosti spolehlivé.

Výsledky ukazují, že oproti původním předpokladům je v nižším stáří pro prvé roky invalidity úmrtnost nižší. Konečná úmrtnost naproti tomu je vyšší s výjimkou nejvyšších věků. Dr. *Zelenka*.

**Problém racionalisace v sociálním pojištění** řeší O. Stein v posledním čísle časopisu „Zeitschrift für die gesamte Versicherungs-Wissenschaft", 30. Band, 13. Heft. Autor poukazuje na stále rostoucí náklady na sociální pojištění v celé řadě evropských států a z toho pramenící nutnost racionalisace; předmětem racionalisace je pak vhodné tvoření risikových společenství, problém správy a v neposlední řadě kvantita a kvalita pojistných dávek. Článek chce býti úvodem do diskuse a zaslouží si proto pozornosti našich sociálně-pojišťovacích pracovníků, tím spíše, že také u nás je otázka racionalisace sociálního pojištění velmi aktuelní, jak je patrno ze zajímavého článku Dra Klumpara v „Hospodářské Politice".

Pojistně-matematická příloha citov. časopisu obsahuje příspěvky F. Bernsteina (Über den mittleren Fehler der Potenzmomenten), H. Amtmanna (Bemerkungen zur Sterblichkeits- und Familienstandsstatistik von Offizieren und Militärbeamten), J. Behra (Zur Theorie des Summenzuwachses) a L. Antona (Ableitung von Renten-Sterblichkeitstafeln aus der Allgemeinen Deutschen Sterbetafel 1924/26). Článek obsahuje velmi zajímavá data o stálém poklesu úmrtnosti v Německu v letech 1881—1926.

*J. Bulína.*

---

# ZPRÁVY.

Karl Jordan: **Berechnung der Trendlinie auf Grund der Theorie der kleinsten Quadrate**; — Fredrik Esscher: **On graduation according to the method of least squares by means of certain polynomials.** Shodou okolností publikována byla letošního roku téměř současně tato dvě pojednání obsahující v podstatě stejná řešení úlohy:

Stanoviti jest nejvhodnější postup početní při vyrovnání $N$ členu dané statistické řady $w_0, w_1, \dots w_{N-1}$ řadou

$$y_n(x) = A_0Q_0(x) + A_1Q_1(x) + \dots + A_nQ_n(x)$$

ortogonálních polynomů $Q_\nu(x)$ definovaných základním vztahem

$$\sum_0^N Q_\lambda(x)Q_\mu(x) = 0, \quad \lambda \lesssim \mu; \qquad \sum_0^N Q_\lambda^2(x) > 0,$$

při čemž koeficient $A_\nu$ jest vyjádřen vzorcem

$$A_\nu = \frac{\sum\limits_0^N Q_\nu(x)\, w_x}{\sum\limits_0^N Q_\nu^2(x)}.$$

Jak známo, obdržíme tímto způsobem přibližné vyjádření numericky dané funkce $w$ racionální celistvou funkcí stupně $n$ podle metody nejmenších čtverců. Polynomy $Q_\nu(x)$ zavedené do matematické analysy po prvé Čebyševem (viz Oeuvres I/II.) poskytují při tom značné výhody oproti analogickému vyrovnání použitím obyčejné řady mocninné. Znajíce hodnoty $A_\nu$ můžeme totiž rozhodnouti předem důležitou otázku, kolik členů dlužno podržeti v řadě $y_n(x)$, aby výsledek byl uspokojivý. Toho docílíme výpočtem střední kvadratické odchylky $\sigma$ stanovené hodnotami $A_\nu$ ve tvaru

$$\sigma_\nu^2 = \frac{\sum\limits_0^N w_x^2}{N} - \frac{1}{N}\left[A_0^2\Sigma Q_0^2 + A_1^2\Sigma Q_1^2 + \dots + A_\nu^2\Sigma Q_\nu^2\right].$$