

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Johannes Keller
Problém kánonu

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 58 (2013), No. 2, 158–161

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/143381>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2013

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Problém kánonu

Johannes Keller, Vídeň

Imitativní struktury mají pro historickou hudbu ústřední význam. Jako kompoziční a improvizací techniky jsou určující pro většinu hudebních slohů i epoch. Kánony představují přímočarou, jasnou, jednoznačnou formu imitativní konstrukce: z jedné posloupnosti tónů (melodie kánonu) vzniká úplná, vícehlasá a složitá skladba. Pro konstrukci těchto melodií lze najít jednoduché recepty. Ty umožňují například v reálném čase, bez přípravy (spatrá) improvizovat kánon (nebo jinak řečeno – improvizovat vícehlasou skladbu). Pozorní zpěváci to překvapivě rychle a jednoduše dokážou.

Pro dvouhlasé a tříhlasé kánony lze tyto návody snadno najít, jsou známé už po staletí a byly používány mnoha způsoby. Přesto se jeví jako náročné najít obecnou formulaci těchto konstrukčních návodů. Tento článek má být podnětem buď ke hledání základního předpisu pro všechny kánony, anebo k důkazu, že něco takového neexistuje.

Úvod

Obvykle chápeme kánon jako melodie s více frázemi, které jsou utvářeny tak, že při překládání všech frází přes sebe (tj. při současném hraní nebo zpěvu frází) vznikne smysluplná skladba.



Rozdělení melodie do čtyř hlasů dává následující stavbu:



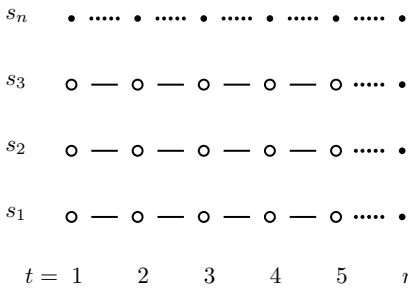
V dalším věnujeme pozornost jednodušším formám kánonu, jaké můžeme více či méně nalézat od počátku vývoje vícehlasé hudby. Základní princip kánonu se po staletí sotva změnil. Konkrétní provedení (např. se začleněním diminucí – viz dále) umožnilo zabarvení typická pro jednotlivé hudební styly.

Assoz. Prof. JOHANNES KELLER, Institut für Germanistik, Universität Wien, Universitätsring 1, A-1010 Wien, Rakousko, e-mail: johannes.keller@univie.ac.at; © 2008 Z německého originálu *Das Kanon-Problem*, 2008, přeložili ALENA ŠOLCOVÁ a MARTIN ŠOLC.

Definice pojmů

Na polyfonní hudbu (tj. přísně mnohohlasou) se můžeme dívat jako na dvourozměrnou stavbu: vertikálně se skládá z určitého počtu hlasů, horizontálně je rozčleněna na diskrétní časové jednotky (rytmické jednotky). V dalším budeme vycházet z toho, že všechny noty mají stejnou délku.¹ Jeden hlas obsahuje v jedné časové jednotce právě jednu notu, přičemž se na pomlky bude pohlížet jako na hluché (neznějící) noty. Nota má pak jedinou vlastnost, totiž výšku. Výška noty je jedna diskrétní hodnota z množiny tónů jednoho hlasu. Tento soubor not je definován tóninou a rozsahem hlasu. Jeden hlas v kánonu, diatonický a v poloze tenoru, má na výběr typickou množinu not: $c-d-e-f-g-a-h-c'-d'-e'-f'-g'-a'$. Závisí tedy na systému ladění, kterým fyzikálním výškám tónu (frekvencím) tyto názvy tónů přesně odpovídají, a pro naši diskusi to není relevantní.

Libovolnou polyfonickou skladbu – ještě bez struktury kánonu – lze vyjádřit takto:



Obecné znázornění polyfonní hudby („nota proti notě“). Výška noty se označuje $s_n(t)$ (Pozn. překladatelů: s jako Stimme = hlas.)

Zvláštností struktury kánonu je, že celá skladba je zcela definována prvním hlasem (zvaným *dux* = vedoucí). Každá nota v posunutých hlasech (zvaných *comes* = následné hlasy) se vztahuje přímo k odpovídající notě prvního hlasu.

Všimněme si však přitom, že následné hlasy „comes“ nemusí začínat stejnou notou jako hlas vedoucí. Mohou imitovat vedoucí hlas „dux“ v transpozici o určitý (hudební) interval. Tento interval bude v dalším označován jako incipit.

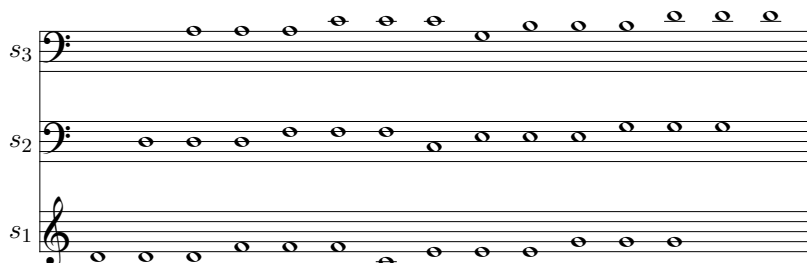
Kánon může být tedy znázorněn takto:



Obecné znázornění kánonu („nota proti notě“). Všimněme si, že následné hlasy ($s_n, n > 1$) imitují vedoucí hlas se zpožděním o incipit I . Každou notu následného hlasu můžeme proto psát jako: $s_n(t) = s_1(t - n + 1) + I$.

¹To se zdá být výrazné zjednodušení. V praxi se ale dá skutečně většina konstrukcí kánonů zredukovat do šablony či mřížky. (Pozn. překladatelů: V orig. je použito Gerüst = lešení zvané „nota proti notě“.) Obráceně, z této mřížky lze pomocí diminucí, tj. začleněním dalších, pro větu irelevantních not, vyrobit zdánlivě složitější kánon. (Pozn. překladatelů: Tady asi autor chápe diminuci jako něco obecnějšího, než je diminuce/augmentace = scvrknutí/roztažení, např. zkrácení na poloviční délky not resp. roztažení na dvojnásobné.)

Abychom lépe objasnili tuto závislost, uveďme příklad tříhlasého kánonu, jehož první následný hlas začíná o oktávu níž a druhý následný hlas o kvartu níž než hlas vedoucí. Přirozeně lze tento příklad učinit podstatně bohatějším, jestliže se promyšleně zabudují diminuce, tj. noty do mezer mezi mřížkové noty.² Tato technika rozšíření podléhá méně přísným pravidlům než kánon s pouhými mřížkovými notami (mřížkový kánon) a z tohoto důvodu tuto techniku z naší diskuse vyloučíme.



Teoretický rámec hudební vědy

Výsledný obraz podléhá přirozeně určitým estetickým rámcovým podmínkám, které se v hudební teorii dají snadno formulovat. Jestliže jsou tyto podmínky splněny, kánon funguje.

Intervaly se člení do dvou tříd: konsonantní (prima, tercie, kvinta, sexta, oktáva), a disonantní (sekunda, tritón, septima). Kvarta je zvláštní případ – viz dále. Přirozeně platí i identita přes oktávu, např. s decimou se zachází jako s tercií. Konsonantní intervaly se dále dělí na čisté (prima, kvinta, oktáva) a nedokonalé (tercie, sexta). Čisté konsonance se nesmějí vést paralelně, tj. mezi dvěma hlasy nesmí být řada přímo za sebou následujících kvint (ledaže by se jednalo o repetici, opakování stejných tónů). Kvarta je konsonantní nebo disonantní podle kontextu. Disonantní je například tehdy, když v jednom souzvuku zní proti nejnižšímu tónu. Mezi vyššími hlasy je konsonantní. (Pozn. překladatelů: Už v antice považovali kvartu za čistou konsonantní.)



Z těchto podmínek vyplývají pravidla pro konstruování vedoucího hlasu. Vysvětlíme si je na následujících příkladech.

Praxe

Jako příklad může sloužit dvouhlasý kánon ve vrchní kvintě.³ Úloha spočívá v tom, vymyslet melodii, která bude v souladu s následným hlasem ve vrchní kvintě.

²Tento příklad pochází od Gioanpietra Del Buono a vypadá ve nezjednodušeném originálu takto:

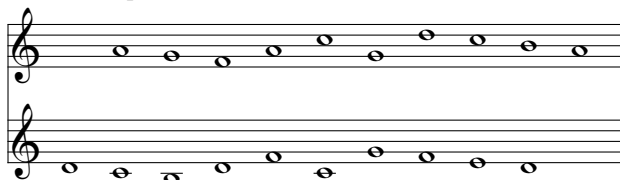


³Následný hlas je posazen o kvintu výše než hlas vedoucí.

Počáteční notu lze v postatě volit libovolně, ale je smysluplné brát ohled na tóninu, resp. na modus. V našem příkladu bude počáteční notou *d*. Dále máme na výběr kroky odpovídající těmto intervalům:

septima ↗ , kvinta ↗ , tercie ↗ , prima, sekunda ↘ , kvarta ↘ , sexta ↘ .

Poté, co jsme se rozhodli pro druhou notu, máme k výběru tytéž kroky, abychom zvolili notu třetí. Podle tohoto principu lze velmi lehce konstruovat melodie, které budou zaručeně vhodné k použití v kánonu ve vrchní kvintě. Uveďme jako příklad:



Intervaly kroků, které máme na výběr, se mění pochopitelně podle toho, jak dlouhý je incipit. Kdo má tato schémata v hlavě, může bez problémů tvořit z hlavy melodie.

Zvláštní problém představují klíče. Není těžké spontánně tvořit jednoduché melodické spády – kadence. To však do naší diskuse nepatří.

Cíl

Pro všechny dvouhlasé kánony a pro většinu tříhlasých jsou konstrukční schémata známá. Bylo by velmi ku prospěchu, kdyby byla nalezena metoda, jak z rámcových vlastností určitého kánonu (počet hlasů, incipity) odvodit tato schémata. A pochopitelně existují i takové rámcové vlastnosti, které neumožňují žádný fungující kánon.

Možnosti rozšíření

Až dosud jsme vycházeli z toho, že následné hlasy nasazují v časových intervalech odpovídajících jedné mřížkové notě. Hudebně podstatně členitější by byla možnost nasazovat následné hlasy v libovolných časových intervalech, např. první následný hlas po dvou mřížkových notách, třetí a čtvrtý současně po třech notách. (Pozn. překladatelů: Bez diminucí, převrácení, račího kánonu⁴ by třetí a čtvrtý hlas musely být identické).

Jiná metoda obohacení kánonů spočívá ve formě kánonu v protipohybu anebo ve formě račího kánonu. Při protipohybu změní všechny intervalové kroky následného hlasu svůj směr, tj. melodie se zrcadlově obrátí podle vodorovné osy. Při račím kánonu následný hlas začíná hrát melodii odzadu, tj. melodie se zrcadlově obrátí podle svislé osy. To jsou však složité postupy a sotva duševně realizovatelné v reálném čase. Naproti tomu konstrukce takových forem kánonu na papíře je velmi zajímavá.

⁴Pozn. překladatelů: Milan Munclinger, Zuzana Růžičková a další starší znalci Bachovy hudby používali tento typ kánonu název „račí“, ve Wikipedii se v překladu používá „krabí“.