

Vlastislav Červený

O některých interferenčních vlastnostech odražené a čelné vlny, vznikající při dopadu kulové vlny na tenkou vrstvu

Acta Universitatis Carolinae. Mathematica et Physica, Vol. 3 (1962), No. 2, 1--23

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/142148>

Terms of use:

© Univerzita Karlova v Praze, 1962

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

O NĚKTERÝCH INTERFERENČNÍCH VLASTNOSTECH ODRAŽENÉ A ČELNÉ VLNY, VZNIKAJÍCÍ PŘI DOPADU KULOVÉ VLNY NA TENKOU VRSTVU

VLASTISLAV ČERVENÝ

Geofyzikální ústav matematicko-fyzikální fakulty Karlovy university
v Praze

1. ÚVOD

V seismické prospekci se často vyskytuje případ odrazu elastických vln na tzv. tenkých vrstvách, tj. vrstvách, jejichž mocnost je srovnatelná nebo menší než vlnová délka dopadající vlny. Vlny odražené na tenkých vrstvách, dále vlny čelné, které se podél těchto tenkých vrstev šíří, i vlny tenkými vrstvami procházející mají velmi zajímavé dynamické vlastnosti. Chování amplitud i spekter těchto vln je značně ovlivněno interferenčními jevy. Uvnitř tenké vrstvy vzniká celá řada mnohokrát odražených vln, které na základě Huyghensova principu působí opět na pole v prostředí, které obklopuje vrstvu. Potom uvedené vlny nejsou jednoduchými vlnami odraženými, čelnými či lomenými, ale komplikovaným interferenčním komplexem vln, který má zcela jiné vlastnosti než samotné jednoduché vlny [1] — [7]. Jediná možnost, jak interferenční jevy odstranit, je „převést“ tenkou vrstvu zvýšením frekvence ve vrstvu o velké mocnosti. Tím se ale značně zvyšuje absorpce a snižuje dosah seismických metod.

Různé otázky související s tenkými vrstvami byly již mnohokrát studovány různými autory. V praxi se většinou pro první přiblížení používá předpokladu, že dopadající vlna je rovinná (viz kap. 2). Toto přiblížení nám může v řadě případů vhodně aproximovat vlastnosti některých vln vzniklých při dopadu kulové vlny, ale v řadě případů je tato aproximace zcela nevhodná, např. při studiu vln čelných, vln lomených v oblasti „stínu“ aj. [3], [8] — [13].

Studium odrazu vlny kulové na vrstvě je značně komplikované. Proto se pro zjednodušení užívá různých modelů. Vrstva se např. nahrasuje membránami [14], deskami [15] apod. Tyto modely poměrně dobře charakterizují vrstvy velmi tenké, kde je mocnost vrstvy daleko menší než vlnová délka dopadající vlny.

Při studiu vln čelných je opět využíváno období s pohybujícími se náboji [16]. Teoretické výsledky získané pomocí tohoto modelu byly též zpracovány kvantitativně [17], [18].

Objevily se i pokusy řešit poměry na tenkých vrstvách zcela exaktně, ale výsledky dosud nebyly dovedeny tak daleko, aby jich bylo možno používat v praxi [4], [5], [19] — [22]. Užívá se vesměs metod křivkových integrálů v komplexní rovině, jejichž cesta je vhodně transformována, čímž se pole rozpadne na jednotlivé příspěvky v pólech (kterých je nekonečně mnoho), dále příspěvky podél řezů Riemannovy plochy a podél nové integrační cesty. Ně-

kteře jednodušší výsledky byly dosaženy jen pro případ mocnosti vrstvy daleko menší než je vlnová délka dopadající vlny [21].

V této práci je použito rozkladu na jednotlivé vlny, vícekrát odražené uvnitř vrstvy. V kap. 3 jsou odvozeny výrazy pro potenciál odražené kulové vlny před kritickým bodem, v kap. 4 pro potenciál vlny čelné. Tyto formule pro interferenční odraženou a čelnou vlnu budou zvláště vhodné při studiu přechodu od vrstev velkých mocností k vrstvám tenkým. Pro zvláště tenké vrstvy nebudou odvozené formule vhodné, poněvadž bychom museli sečítat velký počet vln.

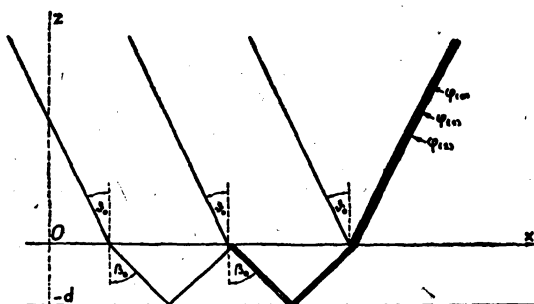
Dynamické parametry vln šířících se podél vrstvy byly též studovány experimentálně přímo v terénních podmínkách [23] i na modelech [24] — [34]. Velkou důležitost má mj. práce [32]. Bylo v ní ukázáno, že dynamické charakteristiky jednotlivých vln (hlavně vlny čelné) se skutečně podstatně liší od dynamických charakteristik vln vzniklých na jednoduchém rozhraní a bylo ukázáno, někde i kvantitativně, na některé zvláštnosti chování dynamických parametrů jednotlivých vln.

2. ODRAZ ROVINNÉ VLNY NA TENKÉ VRSTVĚ

V praxi se zatím výhradně užívá pro zjednodušení výpočtů místo vln kulových vln rovinných. Poněvadž budeme při odvozování výrazu pro odraženou vlnu kulovou potřebovat některé výsledky z teorie odrazu vlny rovinné a také

z důvodů, abychom mohli srovnávat potenciály odražených vln rovinných a vln kulových, uvedeme si stručně nejdůležitější závěry.

Zavedeme kartézské souřadnice xyz tak, že horní rozhraní vrstvy o mocnosti d položíme do roviny $z = 0$, spodní rozhraní do roviny $z = -d$ (viz obr. 1). Osu x položíme do průsečnice roviny rozhraní s rovinou dopadu (tj. rovinou proloženou vlnovou normálou dopadající vlny kolmo na rozhraní). Posunutí potom bude záviset pouze na x a z . Posunutí ve směru



Obr. 1. Odraz rovinné vlny na vrstvě. θ_0 úhel dopadu, θ_1 úhel lomu.

osy x označíme u , ve směru osy y v , ve směru osy z w . Budeme předpokládat, že vrstva i obklopující prostředí jsou kapalné. Potom rychlosti transversálních vln jsou všude rovny nule. Rychlost longitudinálních vln a hustotu ve vrstvě označíme a_2 a ρ_2 , v obklopujícím prostředí a_1 a ρ_1 . Zavedeme označení

$$n = \frac{a_1}{a_2}; \quad \rho = \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

O indexu lomu n budeme předpokládat, že je menší než jedna, tj. že rychlost ve vrstvě je větší než rychlost v prostředí, které ji obklopuje.

Zavedeme potenciál longitudinálních vln φ vztahy

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad v = 0; \quad w = \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (2,1)$$

Budeme předpokládat, že na vrstvu dopadá rovinná vlna charakterizovaná potenciálem φ_0 , při čemž vlnová normála dopadající vlny svírá s kolmicí k rozhraní úhel θ_0 . Pak můžeme potenciál dopadající vlny φ_0 psát ve tvaru

$$\varphi_0 = \exp [ik(x \sin \theta_0 - z \cos \theta_0) - i\omega t], \quad (2,2)$$

kde ω je kruhová frekvence a k vlnové číslo. Dopadne-li vlna na rozhraní, vznikne v prvním prostředí odražená vlna s potenciálem φ_1 , ve vrstvě vlna s potenciálem φ_2 a vlna která prošla vrstvou bude mít potenciál φ_3 . Na rozhraních budou platit známé hraniční podmínky (viz např. [2])

$$\left. \begin{aligned} \varrho_1(\varphi_0 + \varphi_1) &= \varrho_2\varphi_2, \\ \frac{\partial(\varphi_0 + \varphi_1)}{\partial z} &= \frac{\partial\varphi_2}{\partial z}, \end{aligned} \right\} \text{ pro } z = 0, \quad (2,3)$$

a podobně i pro $z = -d$. Známými metodami pak již z vlnových rovnic a těchto hraničních podmínek dostaneme výraz pro potenciál vlny odražené

$$\varphi_1 = A_d(\xi_0) \cdot e^{ik(x\xi_0 + z\sqrt{1-\xi_0^2}) - i\omega t}, \quad (2,4)$$

kde pro zkrácení zápisu je užito označení

$$\xi_0 = \sin \theta_0. \quad (2,5)$$

$A_d(\xi_0)$ je koeficient odrazu rovinných vln na vrstvě, daný vzorcem

$$A_d(\xi_0) = A(\xi_0) \frac{1 - \exp[2ikd\sqrt{n^2 - \xi_0^2}]}{1 - A^2(\xi_0) \exp[2ikd\sqrt{n^2 - \xi_0^2}]} \quad (2,6)$$

Koeficient $A(\xi_0)$, vystupující v (2,6) je obyčejný koeficient odrazu rovinných vln na jednoduchém rozhraní, daný vzorcem

$$A(\xi_0) = \frac{\varrho\sqrt{1-\xi_0^2} - \sqrt{n^2 - \xi_0^2}}{\varrho\sqrt{1-\xi_0^2} + \sqrt{n^2 - \xi_0^2}} \quad (2,7)$$

Není obtížné získat fyzikální představu o významu koeficientu odrazu $A_d(\xi_0)$. Rozvineme-li (2,6) do řady, dostáváme

$$A_d(\xi_0) = A(\xi_0) + [A^2(\xi_0) - 1] \sum_{s=1}^{\infty} A^{2s-1}(\xi_0) \cdot e^{2iks d\sqrt{n^2 - \xi_0^2}}, \quad (2,8)$$

takže vzorec pro φ_1 můžeme přepsat do tvaru

$$\varphi_1 = \sum_{s=0}^{\infty} \varphi_{(s)} \quad (2,9)$$

kde

$$\left. \begin{aligned} \text{pro } s = 0 & \quad \varphi_0 = A(\xi_0) \cdot e^{ik(x\xi_0 + z\sqrt{1-\xi_0^2}) - i\omega t}, \\ \text{pro } s \geq 1 & \quad \varphi_{(s)} = A^{2s-1}(\xi_0) [A^2(\xi_0) - 1] \cdot e^{ik(x\xi_0 + z\sqrt{1-\xi_0^2} + 2sd\sqrt{n^2 - \xi_0^2}) - i\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (2,10)$$

Vlny charakterizované potenciály $\varphi(s)$, můžeme snadno interpretovat jako vlny sx odražené od spodního rozhraní vrstvy (viz obr. 1).

Koeficient odrazu $A(\xi_0)$ bývá v praxi často dosti malý (není-li index lomu n velmi malý). Pak můžeme členy s vyššími mocninami $A(\xi_0)$ zanedbat a spokojit se jen s několika prvními členy, v příp. velmi malých $A(\xi_0)$ jen s prvními dvěma členy. Pak dostáváme

$$A_d(\xi_0) \doteq A(\xi_0) + A(\xi_0) \cdot [A^2(\xi_0) - 1] e^{2ikd\sqrt{n^2 - \xi_0^2}}. \quad (2,11)$$

Pro spektrální charakteristiku odražené vlny rovinné na vrstvě $Q(f)$ v tomto zjednodušeném případě dostáváme jednoduchý vzorec

$$Q(f) = \sqrt{1 - \delta \cos \Omega_1}, \quad (2,12)$$

kde

$$\delta = \frac{2(1 - A^2)}{1 + (1 - A^2)^2} \approx 1, \quad (2,12')$$

$$\Omega_1 = 2kd\sqrt{n^2 - \xi_0^2}. \quad (2,13)$$

Bylo ukázáno, že ze spektrální charakteristiky, naměřené v polních podmínkách lze podle vzorce (2,13) přibližně odhadnout mocnost vrstvy d . Zjistíme-li totiž, že spektrální charakteristika odražených vln má vždy po pravidelně se opakujících intervalech frekvencí Δf_0 nulovou (resp. minimální) hodnotu, dostaneme elementárně z rov. (2,12) a (2,13)

$$d = \frac{a_2}{2\Delta f_0 \cos \beta_0} = \frac{a_1}{2\Delta f_0 \sqrt{n^2 - \xi_0^2}}. \quad (2,14)$$

Amplitudy a spektrální charakteristiky odražených rovinných vln na vrstvě byly studovány v mnoha pracích [37] – [46]. Byly srovnávány frekvenční charakteristiky odražené vlny vzniklé superposicí všech vln vícenásobněkrát odražených uvnitř vrstvy (2,4) s aproximací dvou vln (2,11), dále byl studován vliv absorpce, vliv nenulových rychlostí transversálních vln (pevná prostředí) aj.

V případě, že není koeficient odrazu rovinných vln $A(\xi_0)$ příliš malý a budeme muset použít vzorec (2,9), nebudeme muset sečítat nekonečně mnoho vln, resp. užívat vz. (2,4), ale počet vln bude omezen délkou pulsu dopadající vlny. Bude-li délka pulsu dopadající vlny Δt , dostáváme snadno z (2,10) závěr, že interferovat bude pouze s vln, kde s je dáno výrazem

$$s \leq \frac{a_1 \Delta t}{2d\sqrt{n^2 - \xi_0^2}}. \quad (2,15)$$

Budeme-li předpokládat, že dopadající puls má m maxim, dostáváme $\Delta t = mT$, kde T je perioda, z čehož

$$s \leq m \cdot \left(2 \frac{d}{\lambda} \sqrt{n^2 - \xi_0^2}\right)^{-1}. \quad (2,16)$$

Pro malá ξ_0 bude $s \leq m \left(2 \frac{d}{\lambda} \cdot n\right)^{-1}$. V praxi je většinou $m \doteq 3$, a vezmeme-li dále průměrnou hodnotu $n = 0,5$, dostáváme přibližně $s \leq 3 \left(\frac{d}{\lambda}\right)^{-1}$. Počet interferujících vln s tedy poroste nepřímou úměrou hodnotě $\frac{d}{\lambda}$.

3. ODRAZ KULOVÉ VLNY NA VRSTVĚ

V této kapitole odvodíme výrazy pro potenciál odražené kulové vlny na vrstvě a ukážeme na nejpodstatnější rozdíly mezi potenciály rovinné doražené a kulové odražené vlny.

Zavedeme válcové souřadnice r , z a φ tak, že zdroj uložíme do bodu $r = 0$, $z = z_0$ a horní rozhraní vrstvy o mocnosti d do roviny $z = 0$. Druhé rozhraní pak bude v rovině $z = -d$. Zdroj bude opět harmonický o frekvenci f . Řešení z důvodů symetrie nebude záviset na φ . Složky posunutí ve směru r a z označíme u a w . Zavedeme potenciál longitudinálních vln Φ vztahy

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial r}; \quad w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (3,1)$$

Budeme předpokládat, že vrstva i obklopující prostředí jsou kapalná. Potenciál dopadající vlny Φ^0 zavedeme vzorcem

$$\Phi^0 = \frac{e^{ikR^0}}{R^0}, \quad (3,2)$$

kde R^0 je vzdálenost od zdroje ($R^0 = \sqrt{r^2 + (z - z_0)^2}$).

Φ^0 můžeme přepsat v integrálním tvaru

$$\Phi^0 = ik \int_0^{\infty} J_0(kr\xi) \cdot \frac{\exp[ik(z + z_0)\sqrt{1 - \xi^2}] \xi d\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}, \quad (3,3)$$

nebo v ekvivalentním tvaru

$$\Phi^0 = \frac{ik}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} H_0^1(kr\xi) \cdot \frac{\exp[ik(z + z_0)\sqrt{1 - \xi^2}] \xi d\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}, \quad (3,4)$$

kde $J_0(kr\xi)$ a $H_0^1(kr\xi)$ jsou Besselova a Hankelova funkce. Větév Riemannovy plochy, po které integrační cesta probíhá, je dána vztahem

$$\arg \sqrt{1 - \xi^2} = \frac{\pi}{2} \quad \text{pro } \xi > 1. \quad (3,5)$$

Uvážíme-li podmínky na rozhraní (2,3), případně toho, že formule (3,3) a (3,4) vyjadřují vlastně rozklad kulové vlny na elementární vlny rovinné, dostáváme pro potenciál vlny odražené na vrstvě Φ výraz

$$\Phi = ik \int_0^{\infty} A_d(\xi) \cdot J_0(kr\xi) \frac{\exp[ik(z + z_0)\sqrt{1 - \xi^2}] \xi d\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}, \quad (3,6)$$

$$\Phi = \frac{ik}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} A_d(\xi) \cdot H_0^1(kr\xi) \frac{\exp[ik(z + z_0)\sqrt{1 - \xi^2}] \xi d\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}, \quad (3,7)$$

kde

$$\arg \sqrt{n^2 - \xi^2} = \frac{\pi}{2} \quad \text{pro } \xi > n. \quad (3,8)$$

Výraz (3,6) bude vhodný pro studium pole při velmi malých kr , naopak výraz (3,7) pro velká kr .

Formule (3,6) a (3,7) dávají hodnotu potenciálu odražené vlny v širším slova smyslu, tj. celkového vlnění odraženého od vrstvy, včetně vln mnohonásobně-krát odražených uvnitř vrstvy i vlny čelné, šířící se podél vrstvy.

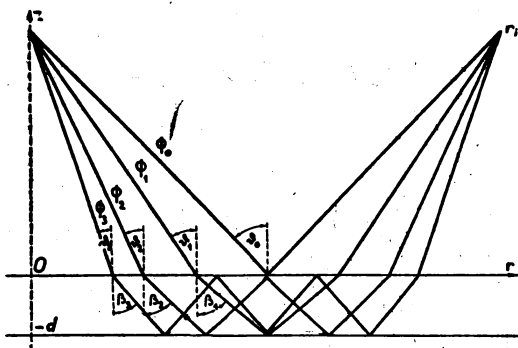
Dříve než přistoupíme k diskusi vzorců (3,6) a (3,7), všimněme si, co dostaneme pro potenciál odražené vlny na vrstvě v geometrickém přiblížení.

3,1 GEOMETRICKÉ PŘIBLÍŽENÍ

V geometrickém přiblížení dostáváme, že potenciál vlny odražené na vrstvě Φ se skládá z potenciálu odražené vlny na horním rozhraní Φ_0 a z potenciálů vln sx odražených od spodního rozhraní uvnitř vrstvy, které označíme Φ_s . Tak dostáváme

$$\Phi = \sum_{s=0}^{\infty} \Phi_s. \quad (3,9)$$

Situace zde ale bude podstatně jiná než v případě rovinné vlny. Přichází-li do



Obr. 2. Odraz kulové vlny na vrstvě. ϑ_s ; β_s , ... úhly dopadu a lomu pro vlnu sx odraženou od spodního rozhraní vrstvy.

určitého bodu rovinné vlny sx odražené uvnitř vrstvy, přichází všechny pod stejným úhlem ϑ_s (viz obr. 1). Souvisí to s tím, že fronta vlny dopadající se šíří již z nekonečných vzdáleností. V případě, že existuje bodový zdroj, musí se do konečné vzdálenosti mezi zdrojem a pozorovatelem „vměstnat“ všechny sx odražené vlny, pro libovolné s . Je tedy jasné, že při různých s musí být i úhly dopadu ϑ_s různé (viz obr. 2).

¶ Odvodíme nyní známými metodami geometrické seismiky (viz např. [2], str. 262) výraz pro Φ_s . Pro fázový rozdíl mezi pozorovatelem a zdrojem dostáváme $k\psi_s$, kde

$$\psi_s = r \cdot \sin \vartheta_s + (z + z_0) \cos \vartheta_s + 2ds \cos \beta_s, \quad (3,10)$$

z čehož dostaneme, vezmeme-li v úvahu $\sin \vartheta_s = n \sin \beta_s$ a označíme-li $\sin \vartheta_s = \xi_s$,

$$\psi_s(\xi_s) = r \xi_s + (z + z_0) \sqrt{1 - \xi_s^2} + 2ds \sqrt{n^2 - \xi_s^2}. \quad (3,11)$$

Abychom dovedli určit $\psi_s(\xi_s)$, musíme znát $\xi_s = \sin \vartheta_s$. Pro ϑ_s dostáváme elementárně z obr. 2

$$r = (z + z_0) \operatorname{tg} \vartheta_s + 2ds \operatorname{tg} \beta_s \quad (3,12)$$

čili

$$r = \frac{(z + z_0) \xi_s}{\sqrt{1 - \xi_s^2}} + \frac{2ds \xi_s}{\sqrt{n^2 - \xi_s^2}}. \quad (3,13)$$

Rovnice (3,13) je určující pro ξ_s . Jejím řešením pro daná $r, z + z_0$ a d dostáváme řadu $\xi_s = \sin \vartheta_s$. Úhly ϑ_s se budou zmenšovat s rostoucím s a budou vždy ležet v mezích $0 \leq \vartheta_s \leq \vartheta_0$. Rovnice (3,13) je čtvrtého stupně, není tedy praktické ji řešit přímo, vhodnější jsou přibližné metody, jak bude na několika případech ukázáno v následujících kapitolách.

Vezmeme-li dále v úvahu koeficienty odrazu a lomu na rozhraních a ubývání energie s kvadrátem vzdálenosti, dostáváme

$$\left. \begin{aligned} \text{pro } s = 0 & \quad \Phi_0 = \frac{A(\xi_0)}{R_0} \cdot e^{ik\psi_0(\xi_0)} \\ \text{pro } s \geq 1 & \quad \Phi_s = \frac{[A^2(\xi_s) - 1] \cdot A^{2s-1}(\xi_s)}{R_s} \cdot e^{ik\psi_s(\xi_s)}, \end{aligned} \right\} \quad (3,14)$$

kde

$$R_s = \sqrt{\frac{r(1 - \xi_s^2)}{\xi_s} \left[\frac{z + z_0}{(1 - \xi_s^2)^{1/2}} + \frac{2dsn^2}{(n^2 - \xi_s^2)^{1/2}} \right]}. \quad (3,15)$$

Pro celkový potenciál Φ tak podle (3,9) dostáváme

$$\Phi = \frac{A(\xi_0)}{R_0} \cdot e^{ik\psi_0(\xi_0)} + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{[A^2(\xi_s) - 1] A^{2s-1}(\xi_s)}{R_s} \cdot e^{ik\psi_s(\xi_s)}. \quad (3,16)$$

Tuto řadu nelze sečíst, poněvadž úhel ϑ_s se mění se změnou s a R_s s rostoucím s roste. V tom je podstatný rozdíl mezi vlnou rovinnou a vlnou sférickou. Řadu lze přibližně sečíst pouze v některých případech, jak bude ukázáno v následující kapitole.

3,2 POTENCIÁL ODRAŽENÉ VLNY KULOVÉ PŘED KRITICKÝM BODEM

Pro potenciál odražené kulové vlny na vrstvě jsme dostali vzorce (3,6) a (3,7). Tyto vzorce nyní podrobíme diskusi. Nejdříve rozebereme výraz (3,7), který je vhodný pro výpočet pole pro velká kr .

Integrační cesta probíhá bodem $\xi = 0$, proto není možné ani při velkých kr rozvést asymptoticky Hankelovu funkci. Můžeme však integrační cestu vhodně deformovat do horní poloroviny ($Im \xi > 0$) v cestu jinou, kterou označíme např. C_0 . Označíme-li bod, v kterém se C_0 nejvíce přibližuje počátku ξ , budeme moci při

$$kr|\xi| \gg 1 \quad (3,17)$$

rozvést Hankelovu funkci asymptoticky

$$H_0^{(1)}(kr\xi) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi kr \xi}} e^{-i\pi/4} e^{ikr\xi},$$

a dostáváme pro potenciál

$$\Phi = \sqrt{\frac{k}{2\pi r}} e^{i\pi/4} \int_{C_0} A_s(\xi) \cdot \frac{\exp [ik(r\xi + (z + z_0)\sqrt{1 - \xi^2})]}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sqrt{\xi} d\xi + \sum_k \Phi_k^{(2)}. \quad (3,18)$$

Přítom ovšem bylo dbáno na to, že při transformaci cesty jsme mohli překročit póly funkce $A_d(\xi)$, tj. kořeny rovnice $1 - A^2(\xi) e^{2ikz/\sqrt{n^2 - \xi^2}}$. Proto jsme spočetli residua v těchto pólech $\Phi_R^{(k)}$ a připočetli je k výsledku.

Předpokládejme nyní, že cesta C_0 je cesta nejprudšího spádu (tj. cesta procházející sedlovým bodem $\xi_0 = \frac{r}{R_0}$). V tom případě bychom mohli v případě, že by se integrand velmi málo měnil se změnou ξ , spočítat (3,18) elementárně a dostali bychom

$$\Phi = \frac{A_d(\xi_0)}{R_0} \cdot e^{ikR_0} + \sum_k \Phi_R^{(k)} \quad (3,19)$$

Kdybychom nebrali v úvahu residua, odpovídala by spektrální křivka vlny odražené kulové na vrstvě spektrální křivce odražené vlny rovinné (2,4). Muselo by ovšem být splněno, že $A_d(\xi)$ se velmi málo mění se změnou ξ v okolí sedlového bodu a že póly buď neleží v oblasti překročené při transformaci integrační cesty, nebo že residua lze zanedbat. K tomu bychom museli provádět složitou diskusi polohy pólů. Dá se ukázat, že s rostoucím ξ_0 pólů, které je nutno brát v úvahu, přibývá. Póly tedy pro nás nebudou mít význam pouze tehdy, bude-li ξ_0 velmi malé.

Dále se dá ukázat, že $A_d(\xi_0)$ se mění se změnou ξ_0 velmi málo jen při velmi malých kd (poněvadž pak nebudou mít exponenciely ve výrazu pro $A_d(\xi_0)$ tak velký význam). Zvláště málo se v tom případě bude $A_d(\xi_0)$ měnit při malých ξ_0 . Při ξ_0 větších, zvláště při ξ_0 blízkých k n se bude $A_d(\xi_0)$ měnit velmi rychle.

Shrneme-li tedy, můžeme předběžně říci, že výraz pro potenciál vlny kulové odražené na tenké vrstvě $\Phi = R_0^{-1} A_d(\xi_0) \cdot e^{ikR_0}$ budeme moci použít jen při velmi malých kd a malých ξ_0 . Abychom posoudili rozdíl ve spektrálních charakteristikách odražené vlny kulové a rovinné budeme muset použít jiné metody.

Budeme-li předpokládat, že prostředí má (i když malou) absorpci, bude mít vlnové číslo k kladnou imaginární část a $A_d(\xi_0)$ můžeme rozvést na celé integrační cestě do mocninné řady — viz vz. (2,8). Tak dostaneme pro Φ vzorec

$$\Phi = \sum_{s=0}^{\infty} \Phi_s \quad (3,20)$$

kdé

pro $s = 0$

$$\Phi_0 = \frac{ik}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} A(\xi) \cdot \frac{\exp[ik(z+z_0)\sqrt{1-\xi^2}]}{\sqrt{1-\xi^2}} H_0^1(kr\xi) \xi d\xi, \quad (3,21)$$

pro $s \geq 1$

$$\Phi_s = \frac{ik}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} [A^2(\xi) - 1] \cdot A^{2s-1}(\xi) \cdot \frac{\exp[ik(z+z_0)\sqrt{1-\xi^2} + 2sd\sqrt{n^2-\xi^2}]}{\sqrt{1-\xi^2}} H_0^1(kr\xi) \xi d\xi.$$

Zvolíme nyní obdobně jako v přechozím případě nové integrační cesty C_s . Označíme-li bod, který leží na této cestě nejbližší počátku $\xi^{(s)}$, budeme moci v případě

$$kr |\xi^{(s)}| \gg 1 \quad (3,22)$$

rozvinout Hankelovu funkci asymptoticky a dostáváme

$$\Phi_0 = \sqrt{\frac{k}{2\pi r}} e^{i\pi/4} \int_{\sigma_0} A(\xi) \frac{\exp ik\psi_0(\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}} \sqrt{\xi} d\xi, \quad (3,23)$$

$$\Phi_s = \sqrt{\frac{k}{2\pi r}} e^{i\pi/4} \int_{\sigma_0} [A^2(\xi) - 1] A^{2s-1}(\xi) \frac{\exp ik\psi_s(\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}} \sqrt{\xi} d\xi,$$

kde $\psi_s(\xi)$ je dáno rovnicí (3,11). Snadno nalezneme sedlové body integrálů (3,23). Bude pro ně platit $\psi'_s(\xi_s) = 0$, tj.

$$r = \frac{(z + z_0)\xi_s}{\sqrt{1-\xi_s^2}} + \frac{2ds\xi_s}{\sqrt{n^2-\xi_s^2}}, \quad (3,24)$$

což je rovnice shodná s rovnicí (3,13). Pro každé s tedy dostáváme jiný sedlový bod ξ_s , jemuž přísluší jiný úhel dopadu $\theta_s = \arcsin \xi_s$.

Při malých mocnostech vrstvy bude při malých s přibližně $\xi_s \approx \xi_0$. Položme

$$\xi_s = \xi_0 - \alpha \quad (3,25)$$

Budeme-li předpokládat, že α je daleko menší než ξ_0 , dostaneme snadno pro α z rovnice (3,24) odhad

$$\alpha = \frac{2d}{z + z_0} \frac{\xi_0(1-\xi_0^2)^{1/2}}{\sqrt{n^2-\xi_0^2}} \quad (3,26)$$

Z této formule vidíme, že α bude veliké (tj. ξ_s se bude značně lišit od ξ_0) tehdy, bude-li velké $\frac{d}{z + z_0}$. α poroste s rostoucí vzdáleností od zdroje.

Integrační cestu C_s zavedeme parametrickou rovnicí

$$\sqrt{1-\xi^2} = \sqrt{1-\xi_s^2} + e^{-i\pi/4}\omega, \quad (3,27)$$

kde ω bude probíhat všechny reálné hodnoty. Tato cesta probíhá sedlovým bodem $\xi = \xi_s$,

a svírá s reálnou osou úhel $-\frac{\pi}{4}$. Obchází oba

body větvení $\xi = n$ a $\xi = 1$ (viz obr. 3). Zavedeme-li nyní novou integrační proměnnou ω vztahem (3,27), dostaneme přibližně při

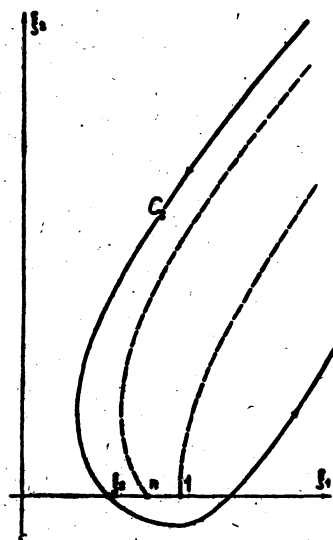
$$kr\xi_0 \gg 1 \quad (3,17')$$

odhady

$$A^{2s-1}(\xi) [A^2(\xi) - 1] \approx A^{2s-1}(\xi_s) [A^2(\xi_s) - 1]$$

kde

$$s_s = \frac{r}{\xi_s^2} + \frac{2ds(1-n^2)}{(n^2-\xi_s^2)^{1/2}}, \quad (3,28)$$



Obr. 3. Integrační cesta $\sqrt{1-\xi^2} = \sqrt{1-\xi_s^2} + e^{-i\pi/4}\omega$ pro výpočet potenciálu odražené vlny kulové před kritickým bodem. Čárkované jsou označeny fezy Riemannovy plochy.

z čehož přibližně plyne

$$\left. \begin{array}{l} \text{pro } s = 0 \\ \text{pro } s \geq 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Phi_0 = \frac{A(\xi_0)}{R_0} \cdot e^{ik\psi_s(\xi_0)} \left(1 + \frac{iN_0}{kR_0} \right), \\ \Phi_s = \frac{[A^2(\xi_s) - 1] A^{2s-1}(\xi_s)}{R_s} e^{ik\psi_s(\xi_s)} \left(1 + \frac{iN_s}{kR_s} \right), \end{array} \quad (3,29)$$

kde

$$R_s = \sqrt{r \xi_s \varepsilon_s}. \quad (3,30)$$

Členy $\frac{iN_s}{kR_s}$ představují efekty druhého řádu a nebudeme zde proto udávat analytické vyjádření pro N_s . Tyto členy lze ve většině případů při malých ξ_s zanedbat. Pouze tehdy, když se blížíme ke kritickému bodu (tj. při $\xi_0 \rightarrow n$) budou mít značný význam, poněvadž pak N_s nabývá značně velkých hodnot. Nebudeme-li tyto efekty druhého řádu uvažovat, dostáváme pro Φ podle (3,20)

$$\Phi = \frac{A(\xi_0)}{R_0} \cdot e^{ikR_0} + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{[A^2(\xi_s) - 1] A^{2s-1}(\xi_s)}{R_s} \cdot e^{ik\psi_s(\xi_s)}, \quad (3,31)$$

což je výraz ekvivalentní vzorci (3,16). Snadno lze ukázat, že i vzorec pro R_s (3,30) je ekvivalentní vzorci (3,15). Bude-li ξ_s malé, bude výhodnější užít pro R_s výraz, který snadno dostaneme z (3,30)

$$R_s = \sqrt{\left[\frac{z + z_0}{\sqrt{1 - \xi_s^2}} + \frac{2ds}{\sqrt{n^2 - \xi_s^2}} \right] \left[\frac{z + z_0}{\sqrt{1 - \xi_s^2}} + \frac{2dsn^2(1 - \xi_s^2)}{(n^2 - \xi_s^2)^{3/2}} \right]}.$$

Pro malá ξ_s bude tedy přibližně

$$R_s \approx R_0 \left(1 + \frac{2ds}{n(z + z_0)} \right).$$

Rozdíl mezi jednotlivými R_s bude tím větší, čím bude větší $\frac{2d}{z + z_0}$ a menší n .

Řada pro Φ tedy bude konvergovat rychleji než pro vlnu rovinnou, poněvadž R_s s rostoucím s roste.

Bude-li ξ_0 velmi malé a bude-li malé $\frac{2d}{z + z_0}$, bude přibližně $R_s \approx R_0$.

$A(\xi_s) \approx A(\xi_0)$, $\psi_s(\xi_s) \approx R_0 + 2ds$. $\sqrt{n^2 - \xi_s^2}$. Pak budeme moci řadu přibližně sečíst, uvědomíme-li si, že pro velká s , kde by uvedené aproximace již mohly být narušeny, nebudou již mít členy řady podstatný význam, z důvodů malého $A(\xi_0)$. Při tom dostaneme pro potenciál $\Phi \doteq \frac{A_d(\xi_0)}{R_0} e^{ikR_0}$. V tom případě je ale narušen předpoklad (3,17'). Musíme tedy ukázat, že předpoklad (3,17') není podstatný, že jej lze nahradit předpokladem $k(z + z_0) \gg 1$. V případě, že toto dokážeme, budeme moci vzorec (3,31) použít i při $r = 0$.

Bude-li kr velmi malé, nebudeme moci použít asymptotický vzorec pro Hankelovu funkci. Vyjdeme proto nikoliv ze vzorce (3,7), ale ze vzorce (3,6). Předpokládejme přímo $kr = 0$. Potom $J_0(kr\xi) = 1$ a dostáváme pro Φ

$$\Phi = ik \int_0^{\infty} A_d(\xi) \cdot \frac{\exp [ik(z + z_0) \sqrt{1 - \xi^2}]}{\sqrt{1 - \xi^2}} \xi d\xi.$$

Rozvedeme-li opět $A_d(\xi)$ podle vzorce (2,8), dostaneme pro Φ vzorec (3,20), kde

$$\text{pro } s = 0 \quad \Phi_0 = ik \int_0^{\infty} A(\xi) \cdot \exp [ik(z + z_0) \sqrt{1 - \xi^2}] \frac{\xi d\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}},$$

pro $s \geq 1$

$$\Phi_s = ik \int_0^{\infty} [A^2(\xi) - 1] A^{2s-1}(\xi) \exp \{ik[(z + z_0) \sqrt{1 - \xi^2} + 2ds \sqrt{n^2 - \xi^2}]\} \frac{\xi d\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}.$$

Zavedeme nyní novou integrační cestu, stejnou pro všechna s , danou parametrickou rovnicí

$$\sqrt{1 - \xi^2} = 1 + i\omega \quad (3,32)$$

kde ω probíhá všechna kladná reálná čísla. ω zvolíme jako novou integrační proměnnou. Pak dostáváme, bude-li splněn předpoklad

$$k(z + z_0) \gg 1 \quad (3,33)$$

přibližně

$$A(\xi) \approx A(0); \quad [A^2(\xi) - 1] \approx A^2(0) - 1.$$

Z toho již jednoduše plyne

$$\left. \begin{aligned} \text{pro } s = 0 \quad \Phi_0 &= \frac{A(0) \cdot e^{ik\psi_s(0)}}{(z + z_0)} \\ \text{pro } s \geq 1 \quad \Phi_s &= \frac{[A^2(0) - 1] A^{2s-1}(0)}{(z + z_0) + \frac{2ds}{n}} e^{ik\psi_s(0)} \end{aligned} \right\} \quad (3,34)$$

a pro Φ

$$\Phi = \frac{A(0)e^{ik(z+z_0)}}{z+z_0} + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{[A^2(0) - 1] A^{2s-1}(0)}{(z+z_0) \left(1 + \frac{2ds}{n(z+z_0)}\right)} e^{ik\psi_s(0)}. \quad (3,35)$$

Tento vzorec odpovídá vzorci (3,31) kam je dosazeno $\xi_0 = 0$, $kr = 0$. Přitom nebylo užito předpokladu (3,17'), ale předpokladu (3,33). Bude-li tedy splněno (3,33), budeme moci použít vzorce (3,31) i při $kr = 0$.

Jak již bylo řečeno, často řada (3,31) velmi rychle konverguje v důsledku přibývajících mocnin koeficientu odrazu $A(\xi_0)$. Proto se v praxi často užívá, jak již bylo uvedeno v kap. 2, pouze prvních dvou členů rozvoje. Provedme totéž zanedbání v řadě (3,31) a všimněme si rozdílů ve spektrálních charakteristikách odražené vlny kulové a vlny rovinné.

Vezmeme-li v úvahu pouze první dva členy, dostáváme z (3,31) pro potenciál

$$\Phi \approx \frac{A(\xi_0)e^{ikR_0}}{R_0} \left\{ 1 + \frac{R_0}{R_1} [A^2(\xi_0) - 1] e^{i\Omega_1} \right\} \quad (3,36)$$

kde

$$\Omega_1 \approx 2kd \sqrt{n^2 - \xi_0^2} \left[1 + \frac{d}{z+z_0} \frac{\xi_0^2(1 - \xi_0^2)^{1/2}}{(n^2 - \xi_0^2)^{1/2}} \right]. \quad (3,37)$$

Z (3,36) dostáváme opět pro spektrální charakteristiku vzorec (2,12), kde

$$\delta = \frac{2R_0 R_1 (1 - A^2(\xi_0))}{R_1^2 + R_0^2 (1 - A^2(\xi_0))^2}$$

a Ω_1 je dáno rovnicí (3,37). Snadno nahlédneme, že při malých $\frac{2d}{z+z_0}$

a malých $A(\xi_0)$ bude přibližně $\delta \approx 1$, podobně jako v příp. rovinných vln. Rozdíl bude ve funkci Ω_1 . Bude-li však splněn předpoklad

$$\frac{d}{z+z_0} \frac{\xi_0^2 (1 - \xi_0^2)^{1/2}}{(n^2 - \xi_0^2)^{1/2}} \ll 1, \quad (3,39)$$

budeme moci rozdíl mezi oběma spektrálními charakteristikami zanedbat. Předpoklad (3,39) lze přepsat do výhodnějšího tvaru

$$\frac{d}{z+z_0} \ll \frac{(n^2 - \xi_0^2)^{1/2}}{\xi_0^2 (1 - \xi_0^2)^{1/2}} = \frac{n^2 \cos^2 \beta_0}{\sin^2 \vartheta_0 \cdot \cos^2 \vartheta_0}. \quad (3,39')$$

Vidíme, že rozdíl mezi oběma spektrálními charakteristikami budeme moci zanedbat při malých $\frac{d}{z+z_0}$ a při malých ξ_0 . Obě charakteristiky budou roz-

dílné pouze při větších mocnostech vrstvy (při větších poměrech $\frac{d}{z+z_0}$), dále při větších vzdálenostech od zdroje. Rozdíl mezi oběma spektrálními charakteristikami s rostoucí vzdáleností od zdroje vzrůstá.

Budeme-li stejně jako v kap. 2 určovat ze spektrálních charakteristik mocnost vrstvy d , dostaneme ke vzorci (2,14) korekční člen na „sférickost“ dopadající vlny:

$$d = \frac{a_1}{2\Delta f_0 \sqrt{n^2 - \xi_0^2}} \left(1 - \frac{\xi_0^2 (1 - \xi_0^2)^{1/2} a_1}{4\Delta f_0 \cdot H \cdot (n^2 - \xi_0^2)^{1/2}} \right), \quad (3,40)$$

resp.

$$d = \frac{a_2}{2\Delta f_0 \cos \beta_0} \left(1 - \frac{\sin^2 \vartheta_0 \cos^3 \vartheta_0 a_1}{4\Delta f_0 n^3 H \cos^3 \beta_0} \right). \quad (3,41)$$

Nebude-li koeficient $A(\xi_0)$ malý, rozdíl mezi chováním vln rovinných a kulových odražených na vrstvě se bude stále více a více lišit, poněvadž rozdíl mezi kulovou vlnou s x odraženou a rovinnou, s x odraženou vlnou s rostoucím s rostou.

V této kap. nebyl uvažován vliv transversálních vln, vliv absorpce ani efekty druhého řádu kolem kritického bodu. Rozbor těchto vlivů na spektrum a amplitudy odražených kulových vln na vrstvě by vyžadovaly speciálních studií.

4. VLNA ČELNÁ

Je známo, že při dopadu kulové vlny, jejíž potenciál je dán vzorcem (3,2) na jednoduché rozhraní mezi dvěma poloprostory vzniká za kritickým bodem čelná vlna, jejíž potenciál Φ_0^* je dán vztahem

$$\Phi_0^* = \frac{2in \exp[ik(rn + (z+z_0)\sqrt{1-n^2})]}{k_0(1-n^2)\sqrt{r}L^{1/2}}, \quad (4,1)$$

kde

$$L = r - \frac{(z + z_0) n}{\sqrt{1 - n^2}}. \quad (4,2)$$

L udává vzdálenost od kritického bodu. Pro L malá není vzorec (4,1) použitelný, dá se však ukázat, že tam, kde se čelná vlna objevuje jako samostatná vlna (tj. za zónou, v níž čelná vlna interferuje s vlnou odraženou) vzorec (4,1) charakterizuje potenciál vlny čelné s přesností větší než 5 % [49].

Potenciál (4,1) byl odvozen integrací podél řezu Riemannovy plochy odmocniny $\sqrt{n^2 - \xi^2}$. Integrál pro vlnu odraženou v širším slova smyslu (3,6) však nemá, jak se dá snadno ukázat, pro svůj integrand v bodě $\xi = n$ bod větvení, proto musíme postupovat jiným způsobem.

Lze ukázat, že jednotlivé vlny mnohokrát odražené uvnitř vrstvy budou mít při malých mocnostech vrstvy a velkých vzdálenostech od zdroje charakter vlny čelné. Potom tedy výsledná vlna vznikne superposicí všech těchto vln, připočteme-li k nim Φ_0^* . Při malých mocnostech vrstvy ve velkých vzdálenos-

tech od zdroje budou úhly β , ve vrstvě přibližně $\frac{\pi}{2}$, tj. vlna mnohonásobněkrát odražená bude jakoby „klouzat“ okolo rozhraní. Při velkých počtech odrazů se již přirozeně úhly β , mohou zmenšit, čímž bude tento klouzavý charakter vln narušen. Probereme nejdříve nejjednodušší obdobu tohoto klouzavého charakteru šíření vln: chování vlny lomené na jednoduchém rozhraní v těsné blízkosti rozhraní za kritickým bodem. Uvidíme, že charakter vlny se bude měnit, budeme-li se přibližovat rozhraní. Ve velké blízkosti rozhraní pak již nebude vlna lomená mít po dynamické stránce charakter vlny lomené, ale vlny čelné.

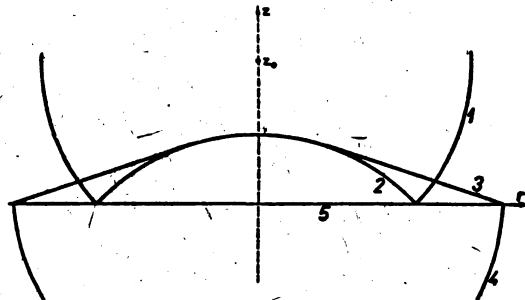
4,1. CHOVÁNÍ VLNY ČELNÉ A VLNY LOMENÉ V BLÍZKOSTI ROZHŘANÍ

V tomto odstavci si rozebereme vlastnosti potenciálů vlny čelné a vlny lomené v těsné blízkosti rozhraní. Je známo, že vlna čelná předbíhá vlnu odraženou (viz obr. 4). Fronta vlny čelné se na rozhraní stýká s frontou vlny lomené, šířící se druhým prostředím. - Poblíž front musí být tedy splněny hraniční podmínky $= \epsilon_1 \Phi_0^* \epsilon_2 \Phi_L$,

$\frac{\partial \Phi_0^*}{\partial z} = \frac{\partial \Phi_L}{\partial z}$ kde Φ_0^* je potenciál vlny čelné a Φ_L potenciál vlny lomené. Vzorec pro potenciál vlny čelné (4,1) platí i v blízkosti rozhraní, známé vzorce geometrické seismiky pro vlnu lomenou jsou však za kritickým bodem ve velké blízkosti rozhraní nepoužitelné.

Odvodíme tedy přesnější vzorec pro vlnu lomenou, platné v libovolné blízkosti rozhraní.

Budou-li opět souřadnice zdroje $r = 0$, $z = z_0$ a souřadnice přijímače r a $-D$



Obr. 4. Šíření vln podél jednoduchého rozhraní za kritickým bodem. 1... přímá vlna, 2... vlna odražená, 3... vlna čelná, 4... vlna lomená, 5... rozhraní.

(tj. přijímač bude ve vzdálenosti D od rozhraní), dostaneme pro potenciál vlny lomené známými metodami vyjádření

$$\Phi_L = \frac{ik}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} B(\xi) \cdot H_0^1(kr\xi) \frac{\exp [ik(z_0 \sqrt{1-\xi^2} + D\sqrt{n^2-\xi^2})]}{\sqrt{1-\xi^2}} \xi d\xi, \quad (4,3)$$

kde $B(\xi)$ je koeficient lomu, daný vzorcem

$$B(\xi) = \frac{2(1-\xi^2)^{1/4}}{\rho \sqrt{1-\xi^2} + \sqrt{n^2-\xi^2}}. \quad (4,4)$$

Integrační cestu deformujeme v nějakou cestu C (jejíž chování určíme později). Označíme-li bod ležící na křivce nejbliže počátku ξ_L , budeme moci při

$$kr |\xi_L| \gg 1 \quad (4,5)$$

rozevst na celé křivce Hankelovu funkci asymptoticky a dostáváme

$$\Phi_L = \sqrt{\frac{k}{2\pi r}} e^{i\pi/4} \int_C B(\xi) e^{ik\psi(\xi)} \frac{\sqrt{\xi} d\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}, \quad (4,6)$$

kde

$$\psi(\xi) = r\xi + z_0 \sqrt{1-\xi^2} + D \sqrt{n^2-\xi^2}. \quad (4,7)$$

K výpočtu integrálu (4,6) je vhodné rozevst $B(\xi)$ do dvou členů

$$B(\xi) = \left. \begin{aligned} & \frac{2\rho(1-\xi^2)}{\Delta(\xi)} - \frac{2\sqrt{1-\xi^2}\sqrt{n^2-\xi^2}}{\Delta(\xi)} \\ & \Delta(\xi) = \rho^2(1-\xi^2) - (n^2-\xi^2). \end{aligned} \right\} \quad (4,4')$$

kde

Tak dostáváme

$$\begin{aligned} \Phi_L &= \Phi_{L1} + \Phi_{L2}, \\ \Phi_{L1} &= \rho \sqrt{\frac{2k}{\pi r}} e^{i\pi/4} \int_C \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\Delta(\xi)} \exp(ik\psi(\xi)) \sqrt{\xi} d\xi, \\ \Phi_{L2} &= -\sqrt{\frac{2k}{\pi r}} e^{i\pi/4} \int_C \frac{\sqrt{n^2-\xi^2}}{\Delta(\xi)} \exp(ik\psi(\xi)) \sqrt{\xi} d\xi. \end{aligned}$$

Pro sedlový bod těchto integrálů ξ_L dostaneme snadno

$$r = \frac{z_0 \xi_L}{\sqrt{1-\xi_L^2}} + \frac{D \xi_L}{\sqrt{n^2-\xi_L^2}}. \quad (4,8)$$

Integrační cestu nyní určíme parametrickou rovnicí

$$\sqrt{n^2-\xi^2} = \sqrt{n^2-\xi_L^2} + e^{-i\pi/4} \omega \quad (4,9)$$

v níž ω probíhá všechny reálné hodnoty. Tato cesta probíhá sedlovým bodem ξ_L a svírá v něm s reálnou osou úhel $-\frac{\pi}{4}$. Zavedeme-li nyní ω jako novou inte-

gračnĭ promĕnnou a vezmeme-li v ůvahu, že při (4,5) pĕbližnĕ platĭ

$$\psi(\xi) \approx \psi(\xi_L) + \frac{i\omega^2}{2} \varepsilon; \Delta(\xi) \approx \Delta(\xi_L); \sqrt{1 - \xi^2} \approx \sqrt{1 - \xi_L^2},$$

kde

$$\varepsilon = \frac{rn^2}{\xi_L^2} - \frac{z_0(1 - n^2)}{(1 - \xi_L^2)^{1/2}}, \quad (4,10)$$

dostáváme pĕbližnĕ

$$\Phi_{L1} = \rho \sqrt{\frac{2k(1 - \xi_L^2)}{\pi r \xi_L}} \frac{e^{ik\psi(\xi_L)}}{\Delta(\xi_L)} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{k\omega^2}{2}} [\sqrt{n^2 - \xi_L^2} + e^{-i\frac{\pi}{4}\omega}] d\omega,$$

$$\Phi_{L2} = - \sqrt{\frac{2k}{\pi r \xi_L}} \frac{e^{ik\psi(\xi_L)}}{\Delta(\xi_L)} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{k\omega^2}{2}} [\sqrt{n^2 - \xi_L^2} + e^{-i\frac{\pi}{4}\omega}]^2 d\omega.$$

Integrály lze spočĭst elementárnĕ a po jejich sečtenĭ dostaneme celkem

$$\Phi_L = \sqrt{\frac{1}{r\varepsilon\xi_L}} e^{ik\psi(\xi_L)} \left\{ \sqrt{\frac{n^2 - \xi_L^2}{1 - \xi_L^2}} B(\xi_L) + \frac{2i}{k\varepsilon\Delta(\xi_L)} \right\}. \quad (4,11)$$

Skládá se tedy vĕraz pro potenciál lomenĕ vlny ze dvou členů. Pro první člen jednoduchými úpravami dostaneme

$$\Phi_L^{(1)} = \frac{2 \sqrt{\sin \vartheta_0} \exp [ik(z_0 \cos^{-1} \vartheta_0 + nD \cos^{-1} \beta_0)]}{[\rho \cos \vartheta_0 + n \cos \beta_0] [r(z_0 \cos^{-1} \vartheta_0 + n^{-1} D \cos^{-1} \beta_0)]^{1/2}}, \quad (4,12)$$

což je známý vĕraz pro potenciál lomených vln v pĕbližení geometrickĕ seismiky (viz [2], vz. (23,8)). Druhý člen v závorce v (4,11) je tedy oprava ke geometrickĕ seismice. Ukážeme nyní, že ve velkých blízkostech rozhraní za kritickým bodem je první člen velmi blízký k nule (pro $D = 0$ přímo nulový), zatímco druhý člen zůstává při $D \rightarrow 0$ konečný.

Při D malých bude ξ_L velmi blízké k n . Položme

$$\xi_L = n - \alpha \quad (4,13)$$

a odhadnĕme α . Z rovnice (4,8) dostáváme pro α pĕbližný odhad

$$\alpha = \frac{nD^2}{2L^2}. \quad (4,13')$$

Vidíme tedy, že ξ_L je tím bližší k n , čím je D menší a čím je větší vzdálenost za kritickým bodem. Pro D malá tak dostáváme

$$\psi(\xi_L) \approx \psi(n) + \frac{1}{2} \frac{nD^2}{L^2}; \sqrt{\frac{n^2 - \xi_L^2}{1 - \xi_L^2}} B(\xi_L) \approx \frac{2nD}{\rho L \sqrt{1 - n^2}}; \varepsilon \approx \frac{L}{n};$$

z čehož plyne pro Φ_L

$$\Phi_L = \frac{2n \exp [ik\psi(\xi_L)]}{\rho \sqrt{1 - n^2} \sqrt{r L^{1/2}}} \left\{ D + \frac{i}{\rho k \sqrt{1 - n^2}} \right\}. \quad (4,14)$$

První člen v závorce se bude tedy při $D \rightarrow 0$ lineárně blížit k nule, druhý člen zůstává konečný. Oba členy budou přibližně rovnocenné pro

$$\frac{D}{\lambda} = \frac{1}{2\pi\rho\sqrt{1-n^2}}. \quad (4,15)$$

Položíme-li přibližně $\rho = 1$; $n = 0,5$ dostáváme pro D/λ odhad

$$D/\lambda \approx 0,2. \quad (4,15')$$

Člen geometrické seismiky bude tedy převládat ve vzdálenostech od rozhraní D větších než dvě desetiny vlnové délky. V menších vzdálenostech od rozhraní převládá člen druhý.

Je známo, že amplitudy vln čelných ubývají se vzdáleností od zdroje jako $r^{-1/2}L^{-3/2}$. Vidíme, že v blízkosti rozhraní ubývá i vlna lomená obdobným způsobem. Má tedy v blízkosti rozhraní po dynamické stránce charakter vlny čelné.

Na rozhraní musí platit, jak bylo již dříve řečeno, hraniční podmínky $\varrho_1\Phi_0^* = \varrho_2\Phi_L$; $\frac{\partial\Phi_0^*}{\partial z} = \frac{\partial\Phi_L}{\partial z}$. Bez potíží se přesvědčíme na základě vzorců (4,1) a (4,14) že tomu tak je.

4.2. ČELNÁ VLNA NA VRSTVĚ

Odvodíme nyní vzorce pro potenciál vlny čelné, šířící se podél vrstvy Φ^* . Budeme předpokládat, že se nenacházíme v blízkosti kritického bodu, tj. že L nebude příliš malé. Vezmeme-li v úvahu rozvoj pro Φ , daný formulí (3,20), můžeme pro potenciál vlny čelné psát

$$\Phi^* = \sum_s \Phi_s^*$$

Φ_0^* dostáváme známými metodami ze vzorce (3,21) a je dáno formulí (4,1). Φ_s^* jsou vlny s x odražené od spodního rozhraní ve vrstvě. Na základě odst. 4,1 můžeme předběžně tvrdit, že při malých mocnostech vrstvy a velkých vzdálenostech od kritického bodu budou mít vlny Φ_s^* charakter vln „klouzajících“ podél vrstvy a její dynamické parametry budou přibližně stejné jako parametry vlny čelné. Je přirozené, že nyní při přibližném odhadu potenciálů Φ_s^* budeme muset použít jiných aproximací než jsme používali před kritickým bodem. Proto, abychom od sebe oba případy odlišili, označujeme nyní tyto potenciály hvězdičkovane.

Pro polohu sedlového bodu dostáváme opět rovnici (3,24). Pro velké vzdálenosti za kritickým bodem bude přibližně $\xi_s \approx n$. Proto položíme

$$\xi_s = n - \alpha, \quad (4,16)$$

kde α bude malé. Z (3,24) dostáváme pro α

$$\alpha \approx 2 d^2 n s^2 L^{-2}. \quad (4,16')$$

Bude tedy ξ_s tím bližší k n , čím bude menší mocnost vrstvy d , menší počet odrazů uvnitř vrstvy s , menší index lomu n a větší vzdálenost L .

Zavedeme opět jako v předchozím případě novou integrační cestu parametrickou rovnicí $\sqrt{n^2 - \xi^2} = \sqrt{n^2 - \xi_s^2} + e^{-\alpha s/4} \omega$, kde ω probíhá všechny reálné hodnoty. Tato cesta probíhá sedlovým bodem $\xi = \xi_s$ a svírá s reálnou

osou úhel $-\frac{\pi}{4}$. Nová cesta nebude vždy obcházet bod větvení $\xi = 1$ takže budeme muset ještě, abychom skončili opět na stejném listě Riemannovy plochy, obejít řez odmocniny $\sqrt{1 - \xi^2}$ (viz obr. 5). Příspěvek, získaný integrací po této nové integrační cestě, nás však při studiu vln čelných nebude zajímat, poněvadž bude dávat vlnu, která přichází daleko později po vlně čelné.

Zavedeme-li nyní ω jako novou integrační proměnnou, dostáváme přibližně při

$$kcn \gg 1 \quad (4,17)$$

$$\psi_s(\xi) = \psi_s(\xi_s) + \frac{i\omega^2}{2} \varepsilon_s,$$

kde

$$\varepsilon_s = \frac{rn^2}{\xi_s^3} - \frac{(1 - n^2)(z + z_0)}{(1 - \xi_s^2)^{1/2}}. \quad (4,18)$$

Pak již lze snadno Φ_s^* spočítat a dostáváme

$$\Phi_s^* = \frac{[A^2(\xi_s) - 1] A^{2s-1}(\xi)}{\sqrt{r\xi_s\varepsilon_s} \sqrt{(1 - \xi_s^2)(n^2 - \xi_s^2)}} \left[(n^2 - \xi_s^2) - \frac{i}{k\varepsilon_s} \right]. \quad (4,19)$$

Vezmeme-li v úvahu $\xi_s = n - \alpha$, dostáváme přibližně

$$\varepsilon_s \approx \frac{L}{n}; \quad \frac{A^{2s-1}(\xi_s) [A^2(\xi_s) - 1]}{\sqrt{\xi_s\varepsilon_s} \sqrt{(1 - \xi_s^2)(n^2 - \xi_s^2)}} \approx \frac{1}{\varrho^2 (1 - n^2) \sqrt{L}};$$

$$\psi_s(\xi_s) \approx \psi(n) + \frac{2nd^2s^2}{L},$$

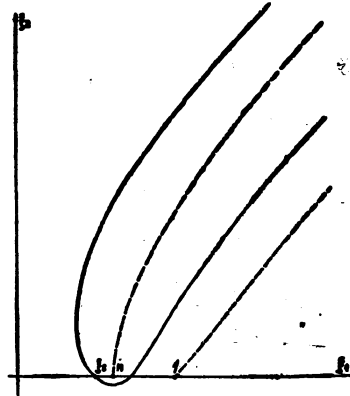
z čehož pro Φ_s^* plyne z (4,19)

$$\Phi_s^* = \frac{4in}{k\varrho (1 - n^2) \sqrt{rL^{1/2}}} \left[\frac{4ink d^2s^2}{L} + 1 \right] e^{ik\psi_s(\xi_s)}. \quad (4,19')$$

První člen ve vzorci (4,19) reprezentuje přiblížení geometrické seismiky, druhý opravu. Z rov. (4,19') vidíme, že oprava má charakter vlny čelné. První člen, tj. přiblížení geometrické seismiky, budeme moci zanedbat tehdy, bude-li platit (jak snadno dostaneme z (4,19'))

$$8\pi \cdot n \cdot s^2 \frac{d}{\lambda} \cdot \frac{d}{L} \ll 1. \quad (4,20)$$

Vidíme tedy, že při malých $\frac{d}{\lambda}$ a velkých vzdálenostech za kritickým bodem bude mít vlna vícekrát odražená ve vrstvě charakter vlny čelné. Pro velmi vel-



Obr. 5. Integrační cesta $\sqrt{n^2 - \xi^2} = \sqrt{n^2 - \xi_s^2} + e^{-i\pi/4} \omega$ pro výpočet potenciálu vlny čelné. Čárkované jsou označeny řezy Riemannovy plochy.

ké s bude přirozeně tento závěr narušen. Interferovat s vlnou čelnou však nebudou všechny vlny Φ_s^* , počet interferujících vln bude omezen délkou pulsu čelné vlny. Předpokládejme, že délka pulsu je Δt . Potom budou interferovat ty vlny, pro něž bude $\psi_s(\xi_s) - \psi(n) \leq \Delta t$, tj. přibližně

$$s \leq \sqrt{\frac{a_1 \Delta t L}{2nd^2}}. \quad (4,21)$$

Názornější vzorec pro počet interferujících vln, který dále označíme s_H dostaneme, budeme-li předpokládat, že se puls čelné vlny skládá z m period, tj. $\Delta t = mT$, $a_1 \Delta t = m\lambda$. Potom

$$s_H = \sqrt{\frac{m}{2n} \frac{L}{\lambda}} \cdot \left(\frac{d}{\lambda}\right)^{-1} \quad (4,22)$$

Počet interferujících vln tedy bude nepřímo úměrný $\frac{d}{\lambda}$ a s rostoucí vzdáleností poroste jako $\frac{L}{\lambda}$. Pro $m = 3$, $n = 0,5$ dostáváme $s_H = 1,7 \sqrt{\frac{L}{\lambda}} \left(\frac{d}{\lambda}\right)^{-1}$. Srovnáním s hodnotou $3 \cdot \left(\frac{d}{\lambda}\right)^{-1}$, udávající počet interferujících vln před kritickým bodem vidíme, že za kritickým bodem bude při velkých $\frac{L}{\lambda}$ počet interferujících vln daleko větší.

Požadavkem (4,21) omezíme počet členů, které musíme sečíst, abychom dostali interferenční čelnou vlnu, šířící se podél vrstvy. Tak pro Φ^* dostáváme

$$\Phi^* = \frac{2in \cdot \exp ik\psi(n)}{k\varrho(1-n^2)\sqrt{rL}'} - \frac{4\varrho}{\sqrt{r}} \sum_{s=1}^{s_H} \frac{A^{2s-1}(\xi_s) \cdot \exp ik\psi_s(\xi_s)}{\sqrt{\varepsilon_s \xi_s [\varrho \sqrt{1-\xi_s^2} + \sqrt{n^2 - \xi_s^2}]^2}} \left[(n^2 - \xi_s^2) - \frac{i}{k\varepsilon_s} \right]. \quad (4,23)$$

Tento výraz pro vlnu čelnou bude vhodný zvláště tehdy, budeme-li studovat dynamické poměry čelné vlny šířící se podél vrstvy střední mocnosti, tj. takové, při které je již nutno brát v úvahu interferenci s vlnami Φ_s^* , ale interferujících vln ještě nebude v zkoumaných vzdálenostech příliš mnoho. Pro příliš tenké vrstvy nebude výraz (4,23) příliš vhodný, museli bychom sečíst příliš mnoho vln. Tam bude výhodnější volit jiné metody, např. metodu sedlových bodů, aplikovanou přímo na integrál (3,4) — viz vzorec (3,19). Výraz pro potenciál je pak nutno doplnit, jak již bylo řečeno, řadou residuí v pólech překročených při transformaci integrační cesty.

5. ZÁVĚR

V této práci byly rozebrány některé interferenční vlastnosti kulové vlny odražené na tenké vrstvě a čelné vlny, která se šíří podél tenké vrstvy. Pod tenkou vrstvou byla chápána taková vrstva, jejíž mocnost je srovnatelná nebo menší než vlnová délka dopadající vlny.

Vlna odražená na vrstvě i vlna čelná, šířící se podél vrstvy, nejsou jednoduchými vlnami, ale komplikovaným interferenčním komplexem vln, který má

zcela jiné vlastnosti než samotné vlny. V praxi se dosud výhradně užívá v případě vrstvy pro zjednodušení místo vln kulových vlny rovinné. Hlavní výsledky teorie odrazu rovinných vln na vrstvě jsou dány v kap. 2. V kap. 3 je již řešen odraz vlny kulové. Výrazy pro potenciál odražených vln v širším slova smyslu (tj. včetně vln mnohonásobněkrát odražených uvnitř vrstvy i vlny čelné) dávají vzorce (3,6) a (3,7), které jsou v dalším diskutovány. Je použito metody rozkladu na jednotlivé vlny s a odražené od spodního rozhraní vrstvy. Tak byla odvozena rovnice (3,31) pro potenciál odražených kulových vln před kritickým bodem. Řadu (3,31) však nelze sečíst, jako to lze v případě vlny rovinné. Pouze při velmi malých d/λ a malých vzdálenostech od zdroje a malých koeficientech odrazu bude možno přibližně nahradit spektrální křivku kulových vln odražených na vrstvě spektrální křivkou odražených vln rovinných. V praxi je při malých koeficientech odrazu často používán pro spektrální charakteristiku odražené vlny rovinné vzorec (2,12). Je ukázáno, že tentýž vzorec je možno užít i pro spektrální charakteristiku odražené vlny kulové, bude-li splněna podmínka (3,39'). Ke vzorci (2,14), kterým se určuje mocnost vrstvy d ze spektrální charakteristiky, musíme v případě, že není splněna podmínka (3,39') přidat korekci na „sféricnost“ — vzorec (3,40). Tato korekce bude tím větší, čím bude větší vzdálenost od zdroje, čím bude menší index lomu n a čím větší mocnost vrstvy vzhledem ke vzdálenosti zdroje od vrstvy.

V kap. 4 jsou prostudovány vlastnosti vlny čelné, šířící se podél vrstvy. Abychom dovedli posoudit dynamické vlastnosti vln, které se šíří ve vrstvě pod úhly blízkými $k \frac{\pi}{2}$, je v odst. 4,1 prozkoumáno chování vlny lomené, šířící se za kritickým bodem podél jednoduchého rozhraní v jeho velké blízkosti (tj. pod úhlem blízkým $k \frac{\pi}{2}$). Je ukázáno, že v blízkosti rozhraní má vlna lomená po dynamické stránce charakter vlny čelné — viz vzorec (4,14). V odst. 4,2 je ukázáno, že i vlny vícenásobněkrát odražené ve vrstvě mají při malých mocnostech vrstvy a velkých vzdálenostech za kritickým bodem charakter vlny čelné (viz vz. (4,19')). Komplex všech těchto vln bude pak tvořit interferenční vlnu čelnou, jejíž potenciál je dán vzorcem (4,23).

LITERATURA

- [1] Ю. В. РИЗНИЧЕНКО: О расхождении и поглощении сейсмических волн. Тр. геофиз. ин-та, № 35 (162), Изд. АН СССР, Москва 1956.
- [2] Л. М. БРЕХОВСКИХ: Волны в слоистых средах. Изд. АН СССР, Москва 1957.
- [3] Г. А. ГАМБУРЦЕВ, Ю. В. РИЗНИЧЕНКО, И. С. БЕРЗОН, А. М. ЕПИНАТЬЕВА, И. П. ПАСЕЧНИК, И. П. КОСМИНСКАЯ, Е. В. КАРУС: Корреляционный метод преломленных волн. Изд. АН СССР, Москва 1952.
- [4] Г. И. ПЕТРАШЕНЬ, Л. А. МОЛОТКОВ: О некоторых проблемах динамической теории упругости в случае сред, содержащих тонкие слои. Вестник ЛГУ, № 23 (1958), 137—156.
- [5] Г. И. ПЕТРАШЕНЬ: О некоторых интерференционных явлениях в двухслойной среде. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 10 (1957), 1219—1231.
- [6] Г. И. ПЕТРАШЕНЬ, В. А. ЕНАЛЬСКИЙ: О некоторых интерференционных явлениях в средах, содержащих тонкие плоскопараллельные слои.
 I. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 9 (1956), 1009—1020,
 II. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 10 (1956), 1129—1144,
 III. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 11 (1956), 1241—1257.

- [7] A. SOHOON: Schallreflexion, Schallbrechung und Schallbeugung. Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften, XXIII (1950), 127—234.
- [8] И. С. БЕРЗОН, А. Н. ЕПИНАТЬЕВА: О сейсмическом экранировании. Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., № 6 (1950), 473—500.
- [9] И. С. БЕРЗОН: Высокочастотная сейсмика. Изд. АН СССР, Москва 1957.
- [10] Г. И. ПЕТРАШЕНЬ: Постановка задач на сейсмическое экранирование волн тонким слоем и методы их решения. Сб. Динамические задачи теории упругости IV, Уч. зап. ЛГУ, № 177, Ленинград 1954.
- [11] А. С. АЛЕКСЕЕВ, В. М. БАВИЧ: Об одном эффекте экранирования упругих волн тонким слоем. Динамические задачи теории упругости IV, Уч. зап. ЛГУ, № 177, Ленинград 1954.
- [12] Ю. А. ВОРОНИН: О построении теоретических сейсмограмм отраженных и головных экранированных волн в нулевом приближении. Сб. Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн III. Изд. ЛГУ, Ленинград 1959.
- [13] Ю. А. ВОРОНИН: Об исследовании явлений экранирования сейсмических волн тонкими слоями. Сб. Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн III. Изд. ЛГУ, Ленинград 1959.
- [14] Б. С. ЧЕКИН: О спектре волн, отраженных и преломленных на пластине. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 11 (1958), 1279—1287.
- [15] А. В. МАНУХОВ: Об аппроксимации тонких слоев вырожденными моделями. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 12 (1956), 1400—1410.
- [16] Г. А. ГАМБУРЦЕВ: О волнах, вызванных движущимся источником в твердой упругой среде. Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., № 1 (1946), 31—43.
- [17] Н. И. ДАВИДОВА: О зависимости динамических характеристик продольных головных волн, связанных с тонкими слоями, от скоростной дифференциации сред. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 10 (1958), 1181—1191.
- [18] Н. И. ДАВИДОВА: О зависимости амплитуд продольных головных волн, связанных с тонкими слоями, от скоростной дифференциации сред. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 5 (1959), 658—668.
- [19] И. М. ХАЙКОВИЧ: Динамическая задача для упругого слоя, погруженного в безграничную жидкую среду. Уч. зап. ЛГУ, № 177, Ленинград 1954.
- [20] Л. А. МОЛОТКОВ: О распространении упругих волн в средах, содержащих тонкие плоско-параллельные слои. Сб. Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн V, Изд. ЛГУ, Ленинград 1961.
- [21] Л. А. МОЛОТКОВ: О распространении низкочастотных колебаний в жидких полупространствах, разделенных упругим тонким слоем. Сб. Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн V, Изд. ЛГУ, Ленинград 1961.
- [22] Л. А. МОЛОТКОВ: Об инженерных уравнениях колебаний пластин имеющих слоистую структуру. Сб. Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн V, Изд. ЛГУ, Ленинград 1961.
- [23] С. П. СТАРОДУБРОВСКАЯ: Экспериментальное изучение особенностей продольных волн, отраженных от тонкого слоя. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 10 (1960), 1466—1473.
- [24] F. PRESS, J. OLIVER, M. EWING: Seismic model study of refractions from a layer of finite thickness. Geophysics 19 (1954), 388 — 401.
- [25] M. F. M. OSBORNE, S. D. HART: Transmission, reflection and guiding of an exponential pulse by a steel plate in water. J. Acoust. Soc. Amer., 17 (1945), 1—18.
- [26] M. F. M. OSBORNE, S. D. HART: Transmission, reflection and guiding of an exponential pulse by a steel plate in water. J. Acoust. Soc. Amer., 18 (1946), 170—184.
- [27] J. B. SMITH, R. B. LINDSAY: Supersonic transmission at oblique incidence through a solid plate in water. J. Acoust. Soc. Amer., 16 (1944).
- [28] Ю. В. РИЗНИЧЕНКО, О. Г. ШАМИНА: Об упругих волнах в твердой слоистой среде по исследованиям на двумерных моделях. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 7 (1957), 855—873.
- [29] И. С. ПАРХОМЕНКО: Изучение на моделях прохождения головной волны через слой с повышенной скоростью. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 2 (1958), 196—209.
- [30] О. Г. ШАМИНА, О. И. СИЛАЕВА: Распространение упругих импульсов в слоях конечной мощности со свободными границами. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 3 (1958), 302—316.

- [31] Ю. В. Ризниченко, О. Г. Шамина: Об упругих волнах в слоях конечной толщины (по исследованиям на двумерных моделях). Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 3 (1959), 344—360.
- [32] Б. Н. Ивакин: Головные, проходящие и другие волны в случае твердого слоя в жидкости. Тр. геофиз. ин-та, № 35 (162), 1956.
- [33] И. С. Пархоменко: Об интенсивности волны, прошедшей через серию слоев с повышенной скоростью I. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 5 (1959), 676—683; II. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 6 (1959), 827—835.
- [34] О. Г. Шамина: Изучение динамических характеристик продольных волн в слоях различной толщины. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 8 (1960), 1135—1148.
- [35] Л. Л. Худзинский: Об определении некоторых параметров слоев промежуточной мощности по спектрам отраженных волн. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 5 (1961), 676—684.
- [36] J. ŠAMŠULA, J. KADAŇKA: Fyzikální analýza seismických vln. Závěrečná zpráva 5—5749/II, Ústav užitě geofyziky, Brno 1959.
- [37] J. ŠAMŠULA, J. KADAŇKA: Fyzikální analýza seismických vln. Závěrečná zpráva II-59-17, Ústav užitě geofyziky, Brno 1961.
- [38] И. И. Гурвич: Об отражении от тонких пластов в сейсморазведке. Сб. Прикладная геофизика, 9 (1952).
- [39] И. И. Гурвич: Анализ отражения от тонких пластов. Сб. Прикладная геофизика, 15 (1956).
- [40] И. С. Берзон: Определение спектра коэффициента отражения продольных волн от тонкого слоя. Тр. геофиз. ин-та, № 6 (173), 1959, 163—186.
- [41] И. С. Берзон: О некоторых спектральных особенностях волн отраженных от тонких слоев. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 5 (1958), 641—657.
- [42] Г. С. Подьянопольский: Коэффициенты преломления и отражения упругих волн на слое. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 4 (1961), 520—534.
- [43] A. WALTI: Über die Bestimmung der elastischen Konstanten isotroper fester Körper mit Hilfe von Ultraschallwellen. Helv. Phys. Acta, 11 (1938).
- [44] M. MUSKAT: The reflection of plane wave pulses from plane parallel plates. J. Appl. Phys. 9 (1938), 275—278.
- [45] R. D. FAY, O. V. FORTIER: Transmission of sound through steel plates immersed in water. J. Acoust. Soc. Amer. 23 (1951).
- [46] W. T. THOMPSON: The equivalent circuit for the transmission of plane elastic waves through a plate at oblique incidence. J. Appl. Phys. 21 (1950).
- [47] H. REISSNER: Der Senkrechte und schräge Durchtritt einer in einem flüssigen Medium erzeugten ebenen Dilatations — (Longitudinal) — Welle durch eine in diesem Medium befindliche planparallele feste Platte. Helv. Phys. Acta 11 (1938).
- [48] H. SANDERS: Transmission of sound through thin plates. Canadian J. of Research 17 (1939).
- [49] V. ČERVENÝ: On the length of the interference zone of a reflected and head wave beyond the critical point and on the amplitudes of head waves. Studia geophys. et geod. 6 (1962), v tisku.

О НЕКОТОРЫХ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ СВОЙСТВАХ ОТРАЖЕННЫХ И ГОЛОВНЫХ ВОЛН, ОБРАЗУЮЩИХСЯ ПРИ ПАДЕНИИ СФЕРИЧЕСКОЙ ВОДНЫ НА ТОНКИЙ СЛОЙ

В. Червены

Резюме

В настоящей работе рассматриваются некоторые интерференционные свойства отраженной сферической волны на тонком слое и головной волны, распространяющейся вдоль тонкого слоя. Под тонким слоем подразумевается такой слой, мощность которого сравнима или меньше длины волны подающей волны.

Отраженная волна на слое и головная волна, распространяющаяся вдоль слоя являются не простыми волнами, а сложным интерференционным комплексом волн, обладающим совсем иными свойствами, чем самые волны. В практике, в случае наличия слоя, для упрощения почти всегда пользуются плоскими вол-

нами вместо сферических волн. Основные результаты касающиеся теории отражения плоских волн на слое приведены в пар. 2. В пар. 3 приводится решение для случая отражения сферической волны. Выражения для потенциала отраженных волн в более широком смысле слова (т. е. включая многократно отраженные волны внутри слоя и головные волны) даются формулами (3.6) и (3.7), которые в дальнейшем изложении обсуждаются. Был использован метод разложения на отдельные волны s_x отраженные от нижней границы раздела слоя. Таким путем было выведено уравнение (3.31) для потенциала отраженных сферических волн перед начальной точкой. Ряд (3.31) нельзя складывать, как это можно делать в случае плоской волны. Лишь при весьма малых d/λ , малых горизонтальных удалениях от источника и малых коэффициентах отражения спектральную характеристику отраженных сферических волн на слое окажется возможным приближенно заменить спектральной кривой отраженных плоских волн. В практике при малых коэффициентах отражения для спектральной характеристики отражений плоской волны часто применяется формула (2.12). Было показано, что та же формула может быть использована и для спектральной характеристики отраженной сферической волны, если будет выполнено условие (3.39'). К формуле (2.14), определяющей мощность слоя d из спектральной характеристики, в случае невыполнения условия (3.39') следует добавить поправку на „сферичность“ падающей волны, выраженную формулой (3.40). Эта поправка будет тем большей, чем большим будет удаление от источника и чем меньшим будет коэффициент преломления n и чем большей будет мощность слоя по отношению к удалению источника от слоя.

В пар. 4 рассматриваются свойства головной волны, распространяющейся вдоль слоя. Для оценки динамического свойства волны, распространяющихся в слое под углами приближающимися к $\frac{1}{2}\pi$, в пар. 4.1 рассматривается поведение преломленной волны, распространяющейся за начальной точкой вдоль простой границы раздела вблизи от нее (т. е. под углом приближающимся к $\frac{1}{2}\pi$). Было показано, что вблизи от границы раздела, преломленная волна с динамической стороны имеет характер головной волны (см. форм. (4.14)). В пар. 4.2 показано, что и волны многократно отраженные в слое при малых мощностях слоя и больших удалениях за начальной точкой имеют характер головных волн-см. форм. (4.19'). Тогда комплекс всех этих волн образует интерференционную головную волну, потенциал которой дается формулой (4.23).

ON SOME OF THE INTERFERENCE PROPERTIES OF REFLECTED AND HEAD WAVES PRODUCED AT THE INCIDENCE OF A SPHERICAL WAVE ON A THIN LAYER

V. ČEBVENÝ

Summary

The paper deals with some of the interference properties of a spherical wave reflected from a thin layer and of a head wave propagating along a thin layer. By a thin layer we understand that layer the thickness of which is comparable with or smaller than the wave-length of the incident wave.

A wave reflected from a layer as well as a head wave propagating along a layer are not simple waves but a complicated interference complex of waves, which has quite different properties to the waves themselves. For the sake of simplicity in practice, plane waves have been exclusively used instead of spherical waves in the case of a layer. The main results of the theory of the reflection of plane waves from a layer are given in chapter 2. The reflection of a spherical wave is solved in chapter 3. Expressions for the potential of reflected waves in the broad meaning of the word (i. e. including waves multiply reflected inside the layer and the head wave) are given by relations (3.6) and (3.7), which are then discussed. The method of decomposition into individual waves s_x reflected from the lower interface of the layer is used. Equation (3.31) was derived in this way for the potential of reflected spherical waves before the critical point. The series in (3.31) cannot be summed up as is done for a plane wave. Only for very small d/λ small horizontal distances from the source and small coefficients of reflection will it be approximately possible to replace the spectral characteristic of spherical waves reflected

from a layer by the spectral curve of reflected plane waves. In practice, when the reflection coefficients are small, equation (2.12) is often used for the spectral characteristic of a reflected plane wave. It is proved that the same relation can be used also for the spectral characteristic of a reflected spherical wave if condition (3.39') is fulfilled. If condition (3.39') is not fulfilled a correction for the "sphericity" of the incident wave, which is given by Eq. (3.40), must be added to relation (2.14), which determines the thickness d of the layer from the spectral characteristic. This correction will be the larger the greater the distance from the source, the smaller the refractive index n and the thicker the layer with respect to the distance of the source from the layer.

The properties of a head wave propagating along a layer are studied in chapter 4. In order to determine the dynamic properties of waves which propagate in a layer at angles near to $\pi/2$, the behaviour of a refracted wave, propagating beyond the critical point along a simple interface in its immediate neighbourhood (i. e. at an angle near to $\pi/2$) is investigated in para. 4.1. It is shown that near the interface the refracted wave has the character of a head wave from the dynamical point of view (see Eq. (4.14)). It is shown in para. 4.2 that even waves multiply reflected from a layer have the character of a head wave when the thicknesses of the layer are small and the distances beyond the critical point large — see Eq. (4.19'). The complex of all these waves then forms an interference head wave, the potential of which is given by Eq. (4.23).