

Otokar Dragoun

O analýze experimentálních dat s příklady z neutrinové fyziky

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 51 (2006), No. 4, 301--311

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/141330>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2006

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

O analýze experimentálních dat s příklady z neutrinové fyziky

Otokar Dragoun, Řež

Cílem fyzikálních měření je získat kvantitativní údaje o zkoumaných jevech. Experimentátoři se proto snaží přiřadit ke každé měřené veličině střední hodnotu a její směrodatnou odchylku. Není to nikterak snadné, protože při měřeních se kromě statistických chyb vyskytují i chyby systematické, jejichž určení často vyžaduje řadu podpůrných experimentů. Cennou pomoc mohou poskytnout metody matematické statistiky, pokud jsou jejich předpoklady splněny v reálném experimentu s dostatečnou přesností.

Teoretičtí fyzikové se často ptají na spolehlivost experimentálních výsledků, se kterými chtějí srovnávat své předpovědi. Účastnil jsem se řady takových diskusí a to asi vedlo organizátory mezinárodní školy „Understanding neutrinos“ [1] k pozvání, abych na příkladech demonstroval, jak se plánují složitější experimenty, analyzuji naměřená data a jak se vyjadřuje nejistota výsledků. Snad by ty z čtenářů, kteří sami měřili jen ve fyzikálním praktiku, mohl zajímat výtah z této mé přednášky. Většinu příkladů jsem vybral z jaderné elektronové spektroskopie, což však není na úkor obecnosti.

1. Plánování experimentů a návrh nových přístrojů

Řešení těchto úloh významně usnadňuje analýza simulovaných spekter, která lze na počítačích snadno vytvořit. V rukou zkušených experimentátorů jde o nesmírně účinnou metodu, která především umožňuje zjistit, je-li zamýšlený cíl se současnou technikou vůbec dosažitelný. Kromě toho se ukáže, na které parametry přístroje je budoucí výsledek zejména citlivý a kam je proto třeba zaměřit úsilí i finanční prostředky.

Příkladem je návrh experimentu KATRIN [2], jehož jsme spoluzakladateli. Cílem projektu je dosáhnout při měření a analýze spektra β tritia citlivost na hmotnost neutrina rovnou 0,2 eV, tedy desetkrát lepší, než mají současné experimenty. Postup byl následující. Nejprve byly za určitých předpokladů o hmotnosti neutrina i o vlastnostech různých částí aparatury vypočteny tvary očekávaných spekter záření β . Z nich byla metodou Monte Carlo vytvořena simulovaná spektra¹⁾, která byla analyzována tak, jako by byla výsledkem měření. Zjistilo se tak např., jakým způsobem je třeba

¹⁾ Tzn., že původní počet impulzů $N_{\text{teor},i}$ v každém bodě teoretického spektra byl nahrazen hodnotou $N_{\text{simul},i}$, což je náhodná veličina s Poissonovým rozdělením se střední hodnotou $N_{\text{teor},i}$ a směrodatnou odchylkou $(N_{\text{teor},i})^{1/2}$.

spektrum měřit, aby byla při dané době měření dosažena maximální citlivost na hmotnost neutrina. Zejména však bylo možné kvantifikovat vliv nedokonalostí reálného přístroje na výsledek. Šlo např. o odchylky elektrických a magnetických polí od ideálních, povolené odchylky v rozměrech a sestavení jednotlivých částí, vliv rušivých polí, přípustnou nestabilitu napětí na retardační elektrodě, přípustné změny tlaků a teplot v plynném zdroji radioaktivního tritia apod.

Analýza simulovaných spekter ovšem vede i k lepšímu využití existujících přístrojů. V této oblasti máme dobré zkušenosti s čárovými spektry jak konverzních elektronů (viz např. [3]), tak i záření γ . Umělá čárová spektra je účelné vytvářet tak, aby počet čar, jejich tvar, vzájemné vzdálenosti, poměr amplitud i intenzita efektu a pozadí byly co nejbližší k reálným podmínkám. Při konstrukci simulovaných spekter lze předpokládat, že všechny nestability přístroje i zkoumaného vzorku jsou identicky nulové. Je však též možné některé z těchto nestabilit do simulovaných spekter zahrnout a při analýze získat kvantitativní představu o jejich rušivém vlivu. Výpočty tohoto typu pomáhají identifikovat možné zdroje systematických chyb a ocenit jejich vliv na zkreslení výsledku.

2. Vlastnosti měřicích přístrojů

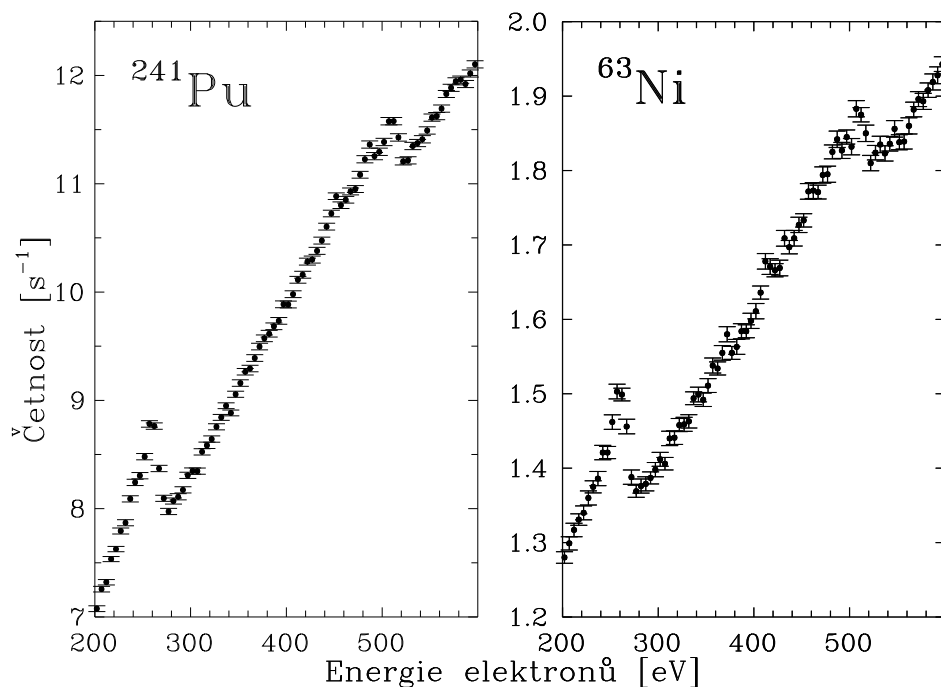
V experimentálním výzkumu mají rozhodující úlohu *spektrometry* nejrůznějších typů. Pro rozvoj fyziky jsou zcela nepostradatelné. Uvažme častý případ měření energetických spekter. V ideálním případě by se pozorované spektrum $g(E)$ mělo shodovat se správným spektrem $f(E)$, odpovídajícím zkoumanému fyzikálnímu jevu. Ve skutečnosti je spektrum $g(E)$ výsledkem konvoluce

$$g(E) = \int R(E, E') f(E') dE', \quad (1)$$

kde $R(E, E')$ je tzv. *rozlišovací funkce* čili odezva spektrometru na monoenergetický signál jednotkové intenzity $f(E') = \delta(E - E')$. Dekonvoluce spektra, při které se snažíme vypočítat funkci $f(E')$ ze známých funkcí $g(E)$ a $R(E, E')$, naráží na numerické obtíže. I malé nepřesnosti ve změřené funkci $g(E)$ totiž mohou způsobit velké fluktuace v $f(E')$. Bezpečnější způsob je vypočítat pro očekávané funkce $f_i(E')$ řadu funkcí $g_i(E)$ a zjistit (např. metodou nejmenších čtverců), která z nich se nejlépe shoduje se změřenou funkcí $g(E)$.

Rozlišovací funkci $R(E, E')$ dnes můžeme v principu vypočítat pro libovolný spektrometr metodou Monte Carlo. Nastavení jednotlivých částí spektrometru, zbytková magnetická pole atd. však zřídka známe s potřebnou přesností. Pro precizní spektroskopii je proto třeba určit rozlišovací funkci experimentálně, což vyžaduje dostatečně monoenergetický kalibrační zdroj.

Jedním ze základních požadavků na spektrometry je, aby měly dostatečné *rozlišení*, obvykle vyjadřované šířkou rozlišovací funkce v její poloviční výšce. Detaily značně jemnější než rozlišení lze ze spekter získat jen obtížně a nebývají spolehlivé. Význam vysokého rozlišení je patrný ze spekter záření β na obr. 1, která by měla být spojitá



Obr. 1. Nízkoenergetické části spekter záření β radionuklidů ^{241}Pu a ^{63}Ni změřené [4] s vysokým energetickým rozlišením na elektrostatickém spektrometru Ústavu jaderné fyziky AV ČR v Řeži. Zobrazená spektra jsou součtem 10 000 (^{241}Pu) a 18 000 (^{63}Ni) parciálních spekter, z nichž každé bylo získáno měřením bod po bodu s expozicí 1 s v každém bodě. Celková doba měření byla 9 dní pro ^{241}Pu a 18 dní pro ^{63}Ni .

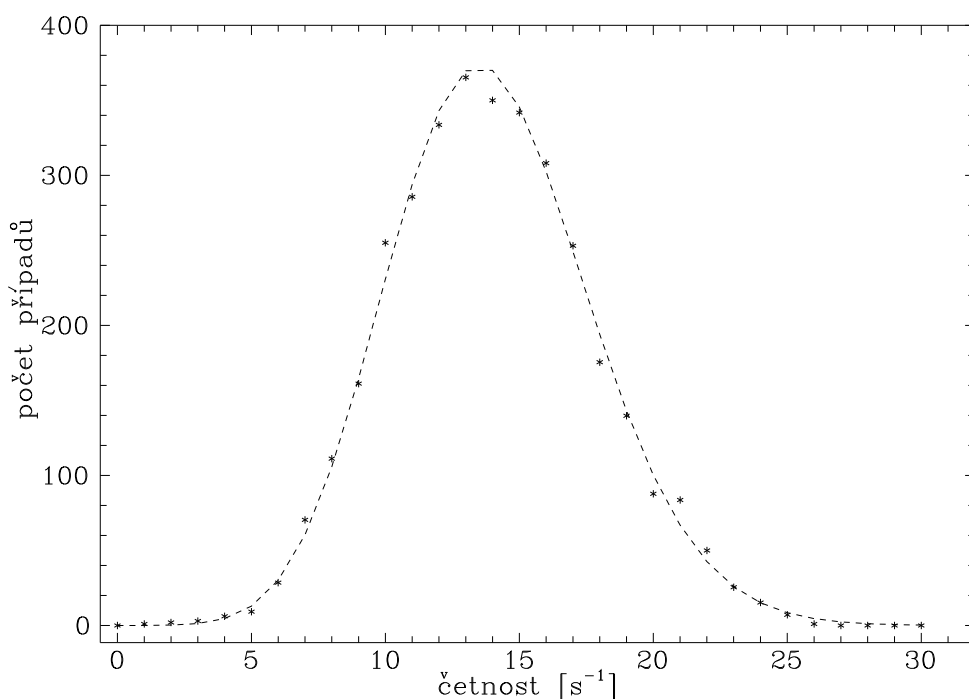
bez jakýchkoliv čar. Ukázali jsme [4], že čáry pozorované u 260 eV a 510 eV odpovídají Augerovým elektronům skupiny KLL uhlíku a kyslíku. Primární vakance na atomové slupce K atomů těchto dvou prvků vytvořily částice β nárazovou ionizací při průchodu kontaminační vrstvou tloušťky několika nm. Tato vrstva je usazena na povrchu téměř všech radioaktivních vzorků. Kdyby spektra na obr. 1 byla změřena s horším rozlišením, rozmazaly by se zmíněné čáry po spojitém spektru. Fyzik by pak mohl spekulovat o příčinách, proč se změřené spektrum β liší od teoretického. Podobné případy, způsobené rozptylem částic β na clonách spektrometru, se skutečně vyskytly a podporovaly dnes již vyvrácenou hypotézu o existenci neutrina s hmotností 17 keV.

3. Analýza spekter

Statistická kontrola podmínek měření

V některých bodech změřeného spektra se občas objeví *odlehlé hodnoty*, které jsou zřetelně mimo jakýkoliv očekávaný rozptyl. Není-li známa příčina, je vynechání těchto

hodnot delikátní záležitostí, která snižuje věrohodnost výsledku. V některých případech mohou pomoci statistické metody. Popíšme například způsob, který jsme použili v experimentu [5] zaměřeném na hledání možné příměsi hypotetických těžkých neutrin ve spektru záření β ^{241}Pu . Celková doba měření na našem elektrostatickém spektrometru byla 5700 hodin a počet zaznamenaných impulzů dosáhl 10^8 . Ačkoliv průměrná četnost nepřevýšila v žádném z 1800 kanálů spektra 24 s^{-1} , v první fázi experimentů se vyskytly případy, kdy počet impulzů registrovaných během 1 s převýšil 60. Při opakovaných měřeních spekter, která se snímala bod po bodu, jsme nepozorovali žádnou pravidelnost. Odlehlé hodnoty se nikdy nevyskytly ve dvou sousedních kanálech. Většina z nich připadla na špičky pracovních dnů, o víkendech se téměř nevyskytly. Později jsme pozorovali jen tři odlehlé hodnoty za čtyři měsíce.



Obr. 2. Příklad statistického rozložení četnosti impulzů v jednom z 1800 energetických intervalů, ve kterých jsme měřili spektrum záření β ^{241}Pu [5]. Jde o kontrolu experimentálního spektra β , korigovaného na odlehlé hodnoty způsobem popsaným v textu. Hvězdičky udávají, kolikrát se při opakovaném měření spektra vyskytla daná četnost, jejíž střední hodnota byla ve zkoumaném energetickém intervalu spektra β rovna $14,01\text{ s}^{-1}$. Čárkovaná čára popisuje odpovídající Poissonovo rozložení, kterým se řídí i radioaktivní přeměny. Pozorované rozdělení výborně souhlasí s teoretickou předpovědí, neboť vede k $\chi_r^2 = 1,38$, což pro 25 stupňů volnosti odpovídá 10% pravděpodobnosti překročení této hodnoty v budoucím experimentu.

Prohlédli jsme každé z 10 000 parciálních spekter zaznamenaných v třicetiminutových intervalech a vyloučili nepatrný počet bodů, ve kterých měl registrovaný počet impulzů Poissonovu pravděpodobnost výskytu menší než 10^{-8} . V našem případě to

bylo 57 impulzů. Příčinu výskytu odlehlých hodnot se nám nepodařilo identifikovat, a proto hrozilo nebezpečí, že ve spektrech zůstaly malé poruchy, které jsme uvedeným statistickým kritériem nevyloučili. Naštěstí se ukázalo, že rozdělení počtu impulzů v náhodně vybraných kanálech korigovaných spekter dokonale odpovídá Poissonovu rozdělení (viz příklad na obr. 2). Bez této kontroly bychom v původním celkovém spektru odlehlé hodnoty nezaznamenali a jeho analýza by mohla vést k nesprávným výsledkům.

Velkým nepřítelem spektroskopických měření jsou *neregistrované nestability přístroje nebo zkoumaného vzorku*. Takové nestability mohou být často odhaleny statistickým srovnáním parciálních spekter [6, 7], změřených opakovaně ve vhodných časových intervalech. Zmíněné metody jsou citlivé, univerzální a jejich aplikace (např. [8]) nevyžaduje žádnou teoretickou znalost tvaru spektra. Jsou odvozeny pro náhodné proměnné s normálním rozdělením, a proto počet impulzů v libovolném kanálu každého ze srovnávaných spekter by měl být alespoň 25. Někdy se ukáže, že nestabilitou utrpěla jen malá část měření, kterou lze ze souboru dat vynechat za cenu nevelkého zhoršení statistiky. Odměnou je vyšší kvalita zbývajících souboru dat, získaného za stabilnějších podmínek měření. V jiném případě se celkové měření podaří rozdělit na stabilní části, které lze vyhodnotit samostatně, a výsledné hodnoty hledaných parametrů určit váženým průměrem.

Metoda nejmenších čtverců

Jde o osvědčený způsob určení středních hodnot a směrodatných odchylek fyzikálních veličin určujících tvar měřených spekter. Označme po řadě N_i a $N_{\text{th},i}$ počty impulzů změřených a předpovězených v i -tém kanálu spektra. Obě spektra obsahují n kanálů ($i = 1, \dots, n$) a funkce N_{th} obsahuje k parametrů a_j ($j = 1, \dots, k, k < n$). Hodnoty a_j , které minimalizují výraz

$$\chi_r^2 = (n - k)^{-1} \sum [N_i - N_{\text{th},i}(a_j)]^2 / \sigma_i^2, \quad (2)$$

považujeme za jejich nejlepší odhad. O statistických vahách obvykle předpokládáme, že $\sigma_i = N_i^{1/2}$.

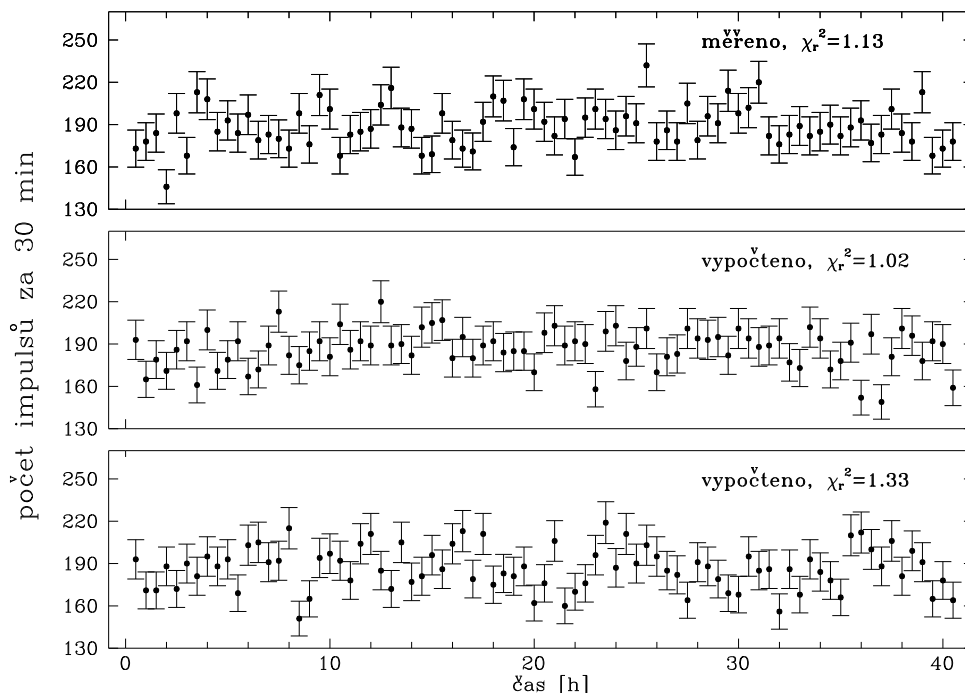
Kvalitu popisu experimentálního spektra posuzujeme porovnáním výsledné hodnoty χ_r^2 s teoretickou předpovědí pro $n - k$ stupňů volnosti. Při dobré shodě bývá $\chi_r^2 \approx 1$; pro velmi malá $n - k$ je však vhodné nahlédnout do statistických tabulek. Špatná hodnota χ_r^2 může být způsobena některou z následujících příčin či jejich kombinací: při měření došlo k poruchám, odhady směrodatných odchylek σ_i byly buď podceněny, nebo přeceněny, předpokládaný teoretický model neodpovídá zkoumanému procesu. Často se stává, že nesoulad se vyskytne jen v části spektra. Tuto část lze obvykle lokalizovat prohlídkou spekter reziduí $(N_i - N_{\text{th},i})/\sigma_i$.

Je-li $\chi_r^2 > 1$, ne však příliš velké, lze zvětšit všechny směrodatné odchylky σ_i stejným faktorem odmocnina z χ_r^2 . Tím se srovnání teorie s experimentem stane statisticky věrohodným a směrodatné odchylky parametrů a_j rovněž vzrostou faktorem odmocnina z χ_r^2 . Podrobnosti a názorné příklady lze nalézt v osvědčeném *Přehledu částicové*

fyziky [9], na jehož přípravě se podílí řada významných fyziků. Pro příliš velká χ_r^2 (s nepatrnou pravděpodobností jejich překročení v opakovaných experimentech) však nezbývá než provést dokonalejší měření nebo změnit teoretický popis.

Pozadí

I v případě, že tvar a velikost pozadí spektrometru jsou dobře známy z předchozích experimentů, je při zkoumání slabých efektů účelné považovat spektrum pozadí za jednu z komponent měřeného spektra. Při jednom z našich měření [10] heidelberským elektronovým spektrometrem nás rušilo proměnné pozadí způsobené blízkým urychlovačem. Přídavné stínění nepomohlo, a proto jsme u spektrometru instalovali velký detektor, se kterým jsme zaznamenávali s dobrou statistikou v reálném čase i pozadí. Při zpracování elektronových spekter jsme pak toto komplikované spektrum pozadí (známého tvaru, ale neznámé amplitudy) považovali za jednu z komponent spektra. Dosáhli jsme překvapivě konzistentní výsledky a vzácný vzorek byl dobře využit.



Obr. 3. Příklad časové závislosti skutečného pozadí elektrostatického spektrometru elektronů v ÚJF AV ČR v Řeži (horní spektrum) a dvou simulovaných spekter (střední a spodní část obrázku). Simulovaná spektra byla vypočtena pomocí náhodných čísel pro stejnou střední hodnotu a stejnou směrodatnou odchylku, jakou má experimentální spektrum ($187,5 \pm 14,5$ impulsů za 30 min).

Další příklad se týká otázky neproměnnosti pozadí řežského elektronového spektrometru při několikadenním měření. V horní části obr. 3 je ukázán časový průběh tohoto pozadí měřený 81krát vždy po dobu 30 minut. Celkem jsme zaznamenali 15 187 impulzů, odkud vyšla průměrná četnost $104,2 \pm 0,8$ mHz. Proložení časového spektra pozadí konstantou vedlo k $\chi_r^2 = 1,13$ pro 80 stupňů volnosti. (To je naprosto uspokojivá hodnota, neboť pravděpodobnost, že při opakovaném měření dostaneme větší χ_r^2 , je 20 %, tedy v naprostém souladu s matematickou statistikou.) Hodnotu pozadí větší než průměr jsme naměřili ve 47 % případů, pod průměrem bylo 53 % případů. V intervalech $\pm\sigma$, $\pm 2\sigma$ a $\pm 3\sigma$ bylo po řadě 72 %, 96 % a 99 % naměřených hodnot, přičemž Gaussovu rozdělení odpovídají hodnoty 68,3 %, 95,5 % a 99,9 %. Žádná z naměřených hodnot se nevyznačovala nečekaně velkou odchylkou od průměru. Neměli jsme proto žádný důvod pochybovat o tom, že při tomto měření bylo pozadí časově neproměnné. Tento výsledek ovšem nezaručuje neproměnnost pozadí jiných měření s tímto přístrojem. V situacích, kde na neproměnnosti pozadí zvláště záleží, je třeba je měřit vhodným detektorem *současně* s vlastním spektroskopickým měřením.

Abychom ukázali, že náznaky struktur v horním spektru na obr. 3 jsou způsobeny statistickými fluktuacemi, vytvořili jsme metodou Monte Carlo dvě umělá spektra, která mají stejnou střední hodnotu i stejnou směrodatnou odchylku jako měřené spektrum. Tato simulovaná spektra jsou ve střední a spodní části obr. 3 a jejich analýza vedla k $\chi_r^2 = 1,02$ a 1,33. Povšimněme si, že statisticky nahodilé náznaky struktur jsou v těchto spektrech na jiných místech než v měřeném spektru.

Zcela náhodně má jedno ze simulovaných spekter větší a druhé menší χ_r^2 než spektrum experimentální. Hodnota $\chi_r^2 = 1,33$ simulovaného spektra znamená, že pravděpodobnost získat ještě větší χ_r^2 jsou pouhá 2 %. Rozptyl jednotlivých bodů je přitom čistě statistického původu, žádné skutečné nestability do tohoto vypočteného spektra nepřispívají. Tento příklad jasně ukazuje, jak nebezpečné by bylo zamítání hypotéz na 2% hladině významnosti. Hypotézy je třeba zamítat na hladině alespoň 0,01 %. V našem příkladu s 80 stupni volnosti to odpovídá $\chi_r^2 \geq 1,70$.

Hledání slabé spektrální čáry

V základním výzkumu i v aplikacích se při zpracování spekter často setkáváme s případem, kdy je intenzita očekávané čáry srovnatelná s pozadím. Jakákoliv informace o poloze či tvaru takové čáry zvyšuje citlivost analýzy. Zvláště důležitá je znalost tvaru a velikosti pozadí v okolí očekávané čáry. Editoři časopisu Physical Review Letters doporučili již v roce 1970 používat při analýze spekter statistickou proceduru, kterou navrhl B. Maglič. Uvedme pro ilustraci některá z jeho doporučení:

- Vezmi část spektra alespoň trojnásobně širší, než je předpokládaná čára, tak, aby každá z krajních částí byla alespoň tak široká jako čára. Metodou nejmenších čtverců prolož tímto spektrem přímkou nebo nějakou hladkou křivkou, jakou je např. polynom 2. nebo 3. stupně. Hypotézu o *neexistenci* čáry můžeš na základě testu χ^2 zamítnout jen tehdy, je-li hladina věrohodnosti $P(\chi^2) \leq 10^{-4}$.

- Dokaž, že zamítnutí nulové hypotézy bylo způsobeno jen experimentálními body v oblasti čáry; vynechání těchto bodů ze spektra musí vést k hodnotě $P(\chi^2) = 0,1$ nebo lepší.
- Vypočti standardní odchylku $N_P/(N_P + N_B)^{1/2}$, kde N_P je počet impulzů v čáře a N_B počet impulzů pod čarou v oblasti stejně široké, jako je čára. Žádnou čáru nemůžeš považovat za prokázanou, je-li její statistický význam menší než asi čtyři směrodatné odchylky.

4. Nejistota výsledků²⁾

Celková nejistota měřených veličin

Jak je dobře známo, opakovaná měření vykazují rozptyl, který je způsoben jak drobnými náhodnými změnami vlastností přístroje a vnějších podmínek, tak i náhodnými změnami samotné měřené veličiny (např. statistickým charakterem radioaktivních přeměn). Kromě těchto statistických neurčitostí σ_{stat} se uplatňují ještě chyby systematické σ_{syst} , které odpovídají *zbývajícím nejistotám* v použitých korekcích a vstupních parametrech.

Všimněme si, že σ_{stat} jednoho experimentu se může změnit na σ_{syst} v druhém experimentu. Uvažme např. měření poločasu radioaktivní přeměny $T_{1/2}$ určitého jádra mimořádně kvalitní aparaturou a předpokládejme, že ve výsledné chybě $\sigma(T_{1/2})$ dominuje σ_{stat} . Experimentálně určený poločas $T_{1/2}$ se téměř určitě liší od své skutečné, avšak neznámé hodnoty $(T_{1/2})_{\text{skut}}$. Při správném měření má být rozdíl $(T_{1/2})_{\text{skut}} - T_{1/2}$ s pravděpodobností 68% obsažen v intervalu $T_{1/2} \pm \sigma(T_{1/2})$. Ve všech budoucích případech, ve kterých se změřená hodnota $T_{1/2}$ uplatní jako vstupní hodnota, bude předchozí σ_{stat} hrát roli σ_{syst} .

Způsob práce se systematickými chybami je dobře popsán např. v nedávném experimentu SNO se slunečními neutrinami [12]. Fyzikové uvážili 14 individuálních zdrojů systematických neurčitostí $\sigma_{\text{syst},i}$ a určili jejich velikost. Hodnoty $\sigma_{\text{syst},i}$ kvadraticky sečetli a určili celkovou relativní systematickou chybu na 5,1% pro proud elektronových neutrin a 14% pro proud neutrin $\mu + \tau$. Kvadratické sčítání je založeno na předpokladu Gaussova rozdělení a při větším počtu složek se běžně používá. Pro případ několika málo zdrojů systematických chyb doporučují někteří autoři sečíst jednotlivá $\sigma_{\text{syst},i}$ lineárně. Právě způsob, kterým experimentální fyzikové specifikují a kvantifikují systematické chyby svých měření a ostražitost, se kterou aplikují na reálné případy matematickou statistiku, vypovídá o kvalitě jejich laboratoře. Je pozoruhodné, jak metody zpracování výsledků měření obrovského množství fyzikálních veličin, používané po léta Skupinou částicových dat [9], obstojí ve světle nových, přesnějších experimentů.

²⁾ Termín „nejistota“ (uncertainty) stanoví norma ČSN ISO 3534-1. Případá mi výstižnější než hojně užívaný termín „chyba“ (error), který implikuje, že měření nebylo správně provedeno. Zájemcům o kvantitativní vyjádření nejistoty výsledků měření doporučuji článek [11].

Spolehlivost hodnoty určité fyzikální veličiny vzroste, podaří-li se ji změřit několika odlišnými metodami. Názorným příkladem je stanovení aktivity mimořádně silného zdroje neutrin z radioaktivní přeměny ^{51}Cr . Autoři [13] potřebovali tento zdroj k absolutní kalibraci radiochemického detektoru neutrin v experimentu GALLEX. Aktivitu ^{51}Cr určili *třemi zcela odlišnými metodami*: měřením intenzity záření γ ionizační komorou, kalorimetricky (radioaktivní zářič měl tepelný výkon 385 ± 13 W) a měřením neutronového toku v reaktoru, v němž byl ^{51}Cr reakcí (n, γ) vyroben. Výsledky těchto tří měření (po řadě $60,8 \pm 1,4$ PBq, $65,9 \pm 3,0$ PBq a $64,4 \pm 5,2$ PBq) byly konzistentní a vedly k váženému průměru $61,9 \pm 1,2$ PBq s $\chi_r^2 = 0,998$. Tento neutrinový zdroj, jehož intenzita tak byla známa s nejistotou pouhých $\pm 1,9\%$, umožnil absolutní kalibraci neutrinového detektoru GALLEX s 12% přesností. Tím bylo v roce 1995 prokázáno, že 40% deficit pozorovaného toku slunečních neutrin vzhledem k předpovědi standardního slunečního modelu nemůže být způsoben špatnou kalibrací tohoto detektoru.

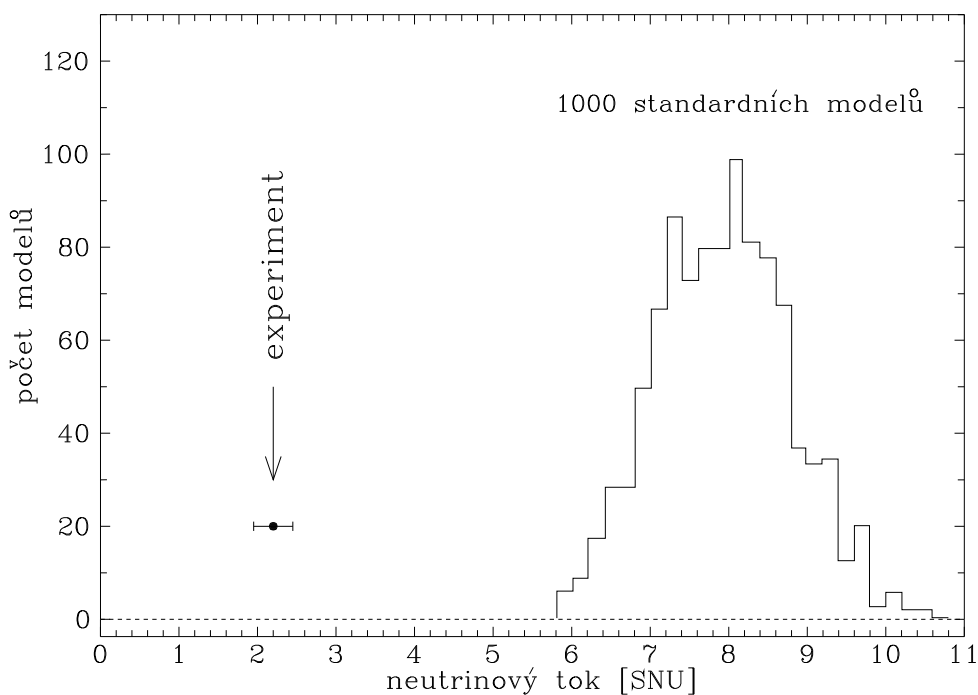
Nejistota teoretických hodnot

Aby teoretičtí fyzikové vypočítali v rámci zkoumaného modelu numerickou hodnotu určité fyzikální veličiny, potřebují často vstupní parametry, jejichž číselné hodnoty nejsou přesně známy. Zpravidla stačí počítat se středními hodnotami těchto parametrů, ale někdy je třeba zahrnout i jejich neurčitost.

Ilustrativním příkladem je simulační výpočet toku slunečních neutrin, který provedli [14] v roce 1993 významný astrofyzik John Bahcall a nositel Nobelovy ceny Hans Bethe. V té době ještě nebylo jasné, je-li soustavně pozorovaný nedostatek slunečních neutrin způsoben nedokonalostí standardního modelu Slunce či novou fyzikou nad rámec standardního modelu elektroslabých interakcí. Autoři vypočítali metodou Monte Carlo předpovědi 1000 slunečních modelů, přičemž vstupní hodnota každé fyzikální veličiny byla náhodně vybrána z normálního rozdělení se střední hodnotou a směrodatnou odchylkou odpovídající této veličině. Vstupními parametry byly např. účinné průřezy jaderných reakcí, složení a věk Slunce atd. Pro radiochemický neutrinový detektor nositele Nobelovy ceny R. Davise, Jr. [15] předpovídá sluneční model s nejlepšími středními hodnotami vstupních parametrů tok neutrin z přeměny $^8\text{B} \rightarrow ^8\text{Be} + e^+ + \nu_e$ asi 8 SNU (1 SNU = 1 záchyt neutrina za sekundu v 10^{36} atomech terčíku). Jak je patrné z obr. 4, žádný z tisíce vypočtených slunečních modelů nevedl k neutrinovému toku menšímu než 5,8 SNU, zatímco pozorovaná hodnota byla $2,2 \pm 0,2$ SNU. Neurčitost teoretické předpovědi, způsobená nepřesností vstupních parametrů výpočtu, proto nemohla být příčinou rozporu mezi teorií a experimentem³⁾.

Vstupní parametry teoretických výpočtů lze též testovat v přídavných experimentech. To se nám podařilo při zkoumání [5], zda změřené spektrum záření β ^{241}Pu neukazuje na existenci hypotetických těžkých neutrin. Ke správné interpretaci bylo třeba vypočítat, jak průchod částic β tenkou plutoniou vrstvou ovlivní tvar spektra.

³⁾ Dnes víme, že příčinou jsou neutrinové oscilace, které brilantně předpověděl Bruno Pontecorvo již v roce 1957. Jejich objev, prokázaný nezávisle oscilacemi neutrin ze Slunce, atmosféry, urychlovačů i reaktorů, je ukázkou mistrného využití současné techniky.



Obr. 4. Porovnání experimentálního toku slunečních neutrin z přeměny ${}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be} + e^+ + \nu_e$ s 1000 teoretickými předpověďmi vypočtenými metodou Monte Carlo podle standardního slunečního modelu. Při výpočtech [14] byly vzaty v úvahu nejen střední hodnoty vstupních fyzikálních veličin, ale i jejich nejistoty vyjádřené směrodatnými odchylkami.

Data však byla k dispozici jen pro vrstvu uranovou. Přídavným experimentem jsme ověřili, že náš přepočten dat z uranu k plutoniu je dostatečně přesný. I když náš model nemohl popsat detaily skutečných radioaktivních zdrojů, umožnil nám reprodukovat i nízkoenergetickou část spektra β ${}^{241}\text{Pu}$ až do 2 keV, což je v jaderné spektroskopii výjimkou.

5. Závěr

Úkolem vědeckých experimentů je ověřovat teoretické představy a pozorovat nové jevy. Je-li však experiment nekvalitní, nezachrání jej ani rozsáhlé statistické zpracování naměřených dat. Nicméně díky rychlosti počítačů a možnosti pracovat s téměř libovolně rozsáhlými datovými soubory mohou matematické metody zkvalitnit jak návrh experimentu, tak i zpracování naměřených údajů. Mohou též dát odpověď na důležitou otázku, zda měření skutečně proběhlo za neproměnných podmínek. Čím důkladněji můžeme ověřit originální experimentální data, tím důvěryhodnější bude výsledek. Pro soubor se systematickými chybami však máme zpravidla jen důvtip a zkušenost experimentátorů. V rozsáhlých experimentech se osvědčuje zpracování

naměřených dat alespoň dvěma nezávislými skupinami, které spolu diskutují až jednotlivé dílčí výsledky. Opakovaná měření téhož fyzikálního jevu různými způsoby zůstávají nejspolehlivější metodou jeho důkladného prozkoumání.

Poděkování. Děkuji RNDr. MILOŠI RYŠAVÉMU, CSc., za mnohaletou spolupráci při zpracování experimentálních dat. Tento článek vznikl za podpory GA ČR (grant č. 202/06/0002) a IRP AV0Z1048050.

L i t e r a t u r a

- [1] 16th Indian-Summer School of Physics, Sept 8–13, 2004, Prague, <http://rafael.ujf.cas.cz/school04/>
- [2] ANGRİK, J. et al.: *KATRIN Design Report 2004*. Report NPI ASCR Řež, EXP-01/2005, <http://bibliotek.fzk.de/zb/berichte/FZKA7090.pdf>
- [3] DRAGON, O.: *Internal conversion-electron spectroscopy*. Advances in Electronics and Electron Physics, Vol. 60, p. 1–94, Academic Press, New York 1983.
- [4] DRAGON, O. et al.: *Improved methods of measurement and analysis of conversion electron and β -particle spectra*. Appl. Radiat. Isotopes 52 (2000), 387.
- [5] DRAGON, O. et al.: *Search for an admixture of heavy neutrinos in the β -decay of ^{241}Pu* . J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 25 (1999), 1839.
- [6] DRAGON, O., BRABEC, V., FEIFRLÍK, V., KUKLÍK, A., DUDA, F.: *Cycle measurement of internal conversion electron spectra using an iron magnetic spectrometer*. Nucl. Instrum. Meth. 116 (1974), 459.
- [7] VÉGH, J., KÁDÁR, I., RICZ, S., SULIK, B., VARGA, D., SZÉKELY, G.: *A reliability test of measured spectra*. Nucl. Instrum. Meth. A281 (1989), 605.
- [8] DRAGON, O., RYŠAVÝ, M., ŠPALEK, A.: *Statistical tests of invariability of the measurement conditions in the β -ray spectroscopy*. Nucl. Instrum. Meth. A391 (1997), 345.
- [9] EIDELMAN, S. et al.: *Review of Particle Physics*. Phys. Lett. B592 (2004), 1, <http://pdg.lbl.gov>
- [10] DRAGON, O., RIBORDY, CL., HUBER, O.: *Internal conversion of the s-electrons in the low-Z region (320 keV transition in ^{51}Cr)*. Nucl. Phys. A124 (1969), 337.
- [11] ŠTĚPÁNEK, V., KUČERA, J.: *Nejistoty výsledků fyzikálních a chemických měření*. Chem. Listy 90 (1996), 70.
- [12] AHMAD, Q. R. et al.: *Direct evidence for neutrino flavour transformation from neutral-current interactions in the Sudbury neutrino observatory*. Phys. Rev. Lett. 89 (2002), 011301.
- [13] ANSELMANN, P. et al.: *First results from the ^{51}Cr neutrino source experiment with the GALLEX detektor*. Phys. Lett. B342 (1995), 440.
- [14] BAHCALL, J. N., BETHE, H. A.: *Do solar-neutrino experiments imply new physics?* Phys. Rev. D47 (1993), 1.
- [15] DRAGON, O., RYŠAVÝ, M.: *Nobelova cena dvěma zakladatelům neutrinové astronomie*. PMFA 48 (2003), 1.