

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Blanka Vojtášková

Projekt CSMP

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 22 (1977), No. 2, 102--106

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139891>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1977

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

části obsahu matematického kursu ještě jinou funkci než jen přímý vliv na uvedené složky všeobecného matematického vzdělání. K „dimenzi obsahové“ (I, II) a k „dimenzi schopností“ (III, IV) přistupuje totiž ještě „dimenze spojitosti a intenzity“ (V). Míní se tím spojitost a intenzita nejen jako didaktické kategorie, ale jako vlastnosti obsahové.

Vysvětlení: Spojité je takové probírání tématu, které navazuje na předchozí přípravu (třeba víceletou); když je situace zralá, téma se explicitě vyloží a dále se pak využije. Jako příklad uvádí prof. Härtig probírání limity.\*)

Dále se uvádějí některé prostředky pro *intenzifikaci vyučování*; jsou to zejména bohatost přípravného úlohového materiálu a aplikací, posílení studií obdobných pojmů a postupů, protipříkladů, posílení heuristické stránky historickými poznámkami, sestavováním přehledů, formulacemi v různých dlcích apod.

V závěru svého článku uvádí prof. Härtig čtyři ukázky, jak se pomocí zavedeného „souřadnicového systému“ může řešit otázka  $A^*$  „a priori“.

Matematická indukce náleží do (IId). Mohla by se zařadit do nižších ročníků, ale schází příkladový materiál. Lze však uvést množinově kombinatoricky pojmy faktoriál, kombinační čísla (rozšíření (I)) se získá pro (IIa), (III) a zároveň jako dlouhodobou přípravu pravděpodobnosti (V), (I). Použije-li se však místo toho úlohy z teorie grafů a topologie, vyvolá se tím i změna kursu geometrie. Vhodná technika indukčních důkazů přispívá k syntaktickému myšlení (IIc); přitom korektní postup vyžaduje vyšší úroveň jazykově logického myšlení; s tím paralelně probíhá rozvíjení

\*) U nás nazýváme takovou strukturu výuky systémem propedeutik.

představivosti (III). Tím však ještě nejsou všechny aspekty vyčerpány.

Druhá ukázka se týká analýzy matematického dokazování pomocí uvedeného systému souřadnic. Třetí ukázka je věnována diskusi tří variant probírání modulární aritmetiky: výklad se může založit buď na kongruencích, nebo na zbytkových třídách, nebo zbytcích, anebo se mohou probírat tyto varianty paralelně. Ukazuje se, které ze složek se při těchto variantách posilují, které se zeslabují. Konečně čtvrtá poznámka se týká rozvíjení citu pro jednoduchost důkazu, citu pro jeho závažnost v matematickém kursu.

Očekáváme reakci čtenářů na námět prof. Härtiga.

## Projekt CSMP\*)

*Blanka Kussová*

Comprehensive School Mathematics Program (dále jen CSMP) patří v současné době mezi nejvýznamnější a též nejrozšířenější americké výzkumné projekty, zabývající se vyučováním matematiky na všeobecných středních školách. Cílem projektu je vypracování učebních osnov z matematiky pro žáky 5–18leté a příprava příslušných učebních textů a metodických průvodců.

Práce probíhá na dvou úrovních:

- a) Intenzivně se pracuje na základním programu výuky žáků 1.–6. tříd, který je nazýván *CSMP Elementary Program* a jehož první část se již prověřuje

\*) Pokračování tohoto článku otiskneme v příštím čísle.

v celonárodním měřítku (experimentální vzorek zahrnoval v r. 1975 na 20 000 dětí).

- b) Připravuje se a testuje speciální program výuky pro nadané žáky 7.–12. tříd, tzv. *Elements of Mathematics Program* (dále jen EMP). Experimentální výukou podle EMP prochází ročně asi 1250 studentů.

Oba zmíněné dílčí projekty nejsou však navzájem nezávislé. V další etapě, kdy se bude základní program CSMP rozšiřovat do všech 12 tříd střední školy, budou se podstatně využívat zkušenosti s výukou EMP i experimentální učební texty. Předpokládá se ovšem, že vlastní EMP zůstane zachován – v té či oné formě – právě pro 10–15 % studentů s vyhraněným zájmem o matematiku.

Oba programy vycházejí ze základních pojmů moderní matematiky a jejich pomoci, jakožto důležitých sjednocujících elementů, se probírají ty partie matematiky, které se považují za nezbytné k pochopení vlastní povahy matematiky a jejích nejrozmanitějších aplikací. Nové poznatky se žákům předkládají způsobem, který ve vhodném poměru v sobě zahrnuje klasickou výuku řízenou učitelem a – na což se klade značný důraz – samostatné studium žáků podle předem připravených učebních textů. Cílem experimentu je vyučovat matematiku způsobem zajímavým, přístupným a orientovaným k aplikacím v nejrůznějších oblastech reálného světa.

CSMP pracuje pod záštitou Státního ústavu pro vzdělání, ředitelem projektu je prof. B. KAUFMAN. Kromě stálých pracovníků CSMP je do výzkumné práce na programech zapojena řada vynikajících amerických matematiků, kteří tvoří poradní sbor, profesorů vysokých škol, dále

metodických pracovníků a učitelů podílejících se přímo na experimentální výuce. Spolupráce týmu se zahraničím se realizuje přes skupinu 12 externích spolupracovníků; zvláště významné jsou kontakty s belgickým modernizačním centrem. Profesorka FRÉDERIQUE PAPYOVÁ je ředitelkou CSMP pro výzkum a její práce v metodice matematiky podstatně ovlivnily učební plány CSMP pro nejmladší žáky.

V této části článku si podrobněji všimněme dílčího projektu pro žáky 1.–6. tříd.

### CSMP Elementary Program

Program pro základní školu (dále jen EP) byl vypracován na základě několika zásad, jež prostupují celý projekt a vzájemně se prolínají. Mezi nejdůležitější z nich patří:

- (Z1) Matematika není souborem několika na sobě nezávislých disciplín, ale tvoří jednotný celek a jako celek se má žákům předkládat.
- (Z2) Hodiny matematiky musí být zajímavé, mít v tomto smyslu provokující charakter a poskytovat žákům intelektuální a estetické zážitky.
- (Z3) Svět dětí je dvojitý – svět skutečný a svět dětské fantazie. Místo pouhého „znásilňování“ dětí světem dospělých, osvojují si žáci nové poznatky studiem nejrůznějších situací z obou „světů“.
- (Z4) Již od nejnižších tříd se žáci seznamují s mnohem širším arzenálem matematických zkušeností, než jsou běžné aritmetické dovednosti.
- (Z5) Matematika je povinná pro všechny děti; proto její výuka musí být realizována takovým způsobem, aby umožnila všem, i těm nejslabším, vysoce aktivní účast na vyučování.

Jak se výše uvedené zásady promítají do učebních osnov programu a jeho organizace, bude patrné z následujících odstavců, kde si podrobněji všimneme obou těchto složek.

## Cíle a prostředky EP

Učivo EP zahrnuje

- a) základní početní výkony (zavádějí se obvyklé číselné struktury a operace na nich, žáci se brzy seznamují s celými, racionálními a desetinnými čísly);
- b) základní geometrické pojmy (na základě vlastních praktických zkušeností se žáci seznamují s elementy kombinatorické a metrické geometrie, afinní geometrie a měření v eukleidovské a „taxi“ metrice);
- c) úvod do pravděpodobnosti, statistiky a kombinatoriky (formou her, hádanek, křížovek se rozvíjejí další aritmetické a geometrické dovednosti, žáci se seznamují s metodami třídění dat, statistické analýzy a se základy teorie grafů).

Náročné cíle programu se dosahují pomocí vhodných vyučovacích metod a s využitím tří *neverbálních jazyků*, které sjednocují základní matematické ideje zmíněných oblastí učiva a přibližují je i těm nejmladším žákům. K zavedení těchto jazyků přivedl autor rozbor obtíží, jež provázejí začátky výuky matematice. Přemíra nových pojmů totiž často staví nepřekonatelnou bariéru mezi učivem a dítětem, které ještě zápolí s vlastním vyjadřováním. Nově vytvořené jazyky, které jsou jednoduché a nejsou slovní, umožňují žákům pochopit podstatu učiva přímo, bez obtížné terminologie, a aplikovat ji způsobem tvořivým a efektivním.

Nejjednodušším z nich je *jazyk provázek a čar* (zprvu se skutečně používají provázky, později barevné čáry). Tento jazyk slouží ke klasifikaci objektů, ke shromažďování a třídění dat důležitých pro řešení daného problému, podstatně využívá pojmu množina.

*Jazyk šipek* je rovněž obrázkový, modeluje základní pojmy týkající se srovnávání množin, operací s množinami; zachycují se jím relace, funkce a používá se též k popisu některých početních výkonů (např. „přičítání k“). Oba jazyky bez slovních poskytnou řadu informací o studovaném problému.

Posledním užívaným jazykem je *jazyk Papyho minicomputeru*, tj. papírového počítadla, které se skládá z barevných čtverců, na něž se pokládají kameny z dámy. Minicomputer je založen na kombinaci dvojkové a desítkové soustavy. Modeluje strukturu našeho pozičního systému a je vhodný k výuce sčítání, odčítání, násobení a dělení „malými“ čísly. Jeho předností je to, že umožňuje dětem zacházet tvůrčím způsobem i s relativně velkými čísly dříve, než proniknou dostatečně hluboko do podstaty pozičního systému.

Způsob, jímž se děti seznamují s novými poznatky EP, je založen na *pedagogické situaci* (pedagogy of situations). Vychází se z nejrůznějších příběhů, her, zajímavých problémů apod., jejichž obtížnost vzrůstá s věkem dětí, od zcela jednoduchých historek ze světa dětské fantazie až po nesnadné situace reálného světa. Tyto situace se ve třídě diskutují, žáci se zapojují do řady praktických činností souvisejících s výchozí situací a dále aplikují nové poznatky získané těmito činnostmi, a to opět v rámci jednoduchých smyšlených příběhů, resp. problémů z reality. Zkušenosti s vyučováním matematice, jež podstatně využívá „pedagogiky situací“, ukazují, že poznatky, které si žáci osvojili touto

metodou, jsou trvalé, a že je žáci dovedou aplikovat tvůrčím způsobem. Dalším cenným přínosem je skutečnost, že uvedený způsob výuky umožňuje zapojit do práce třídy všechny děti, i ty nejslabší, jimž právě nedostatečná zběhlost v numerickém počítání často brání v aktivní účasti ve vyučování.

Na závěr této části ještě poznamenejme, že přijetí zásady (Z1) programu CSMP pro základní školy vylučuje přísné rozdělení obsahu výuky matematice na disjunktivní složky, a tedy i požadavky detailního ovládnutí jednotlivých dílčích celků před přechodem k novým partiím. Učební osnovy jsou koncipovány *spirálovým způsobem*, takže žáci jsou během celého programu ve stálém kontaktu se všemi základními matematickými pojmy a idejemi aritmetiky, geometrie, pravděpodobnosti, statistiky i kombinatoriky.

### Vyučovací metody

Na základě dlouholeté experimentální činnosti CSMP dospělo k závěru, že neexistuje žádný jednotný postup, žádná jednotná metoda práce s *celou třídou*, které by zaručovaly vysoce efektivní způsob výuky pro *všechny* děti. Ukázalo se, že optimální je takový projekt, který dává široké možnosti jak pro účast všech dětí na výuce, tak pro práci ve skupinách, a rovněž pro individuální studium. Zde je zapotřebí ihned zdůraznit, že ve výuce matematiky se důsledně sledují dva cíle – nejen naučit žáky novým poznatkům a jejich aplikaci, ale též (což se považuje za neméně důležité) naučit je práci s textem, tj. „umění učit se.“

Individualizace učení se v EP dosahuje pravidelným používáním pracovních sešitů a listů, jež jsou odstupňovány podle obtížnosti (stupeň 1–3). Předpokládá se, že

každému sešitu a k němu příslušným pracovním textům se žáci věnují 2–4 týdny. Spirálové pojetí učebních osnov se promítá do týdenního plánu práce tak, že v každém dni je hodina matematiky věnována jiné oblasti matematiky (např. pořadí geometrii, početním hrám a algoritmům, pravděpodobnosti, numerickým vztahům) a v jednom dni samostatné práce žáků se sešity a listy. Proto si v nich každý žák může pracovat svým tempem a podle svých schopností, aniž by přitom ztratil kontakt s postupem výuky ve třídě. Všechny děti začínají s materiály prvního stupně obtížnosti, které jsou nejsnazší, a jak ukazují výsledky experimentů, zvládnutelné všemi žáky. Odhaduje se, že v průměrné třídě by asi dvě třetiny žáků měly úspěšně ovládnout sešity 2. stupně a asi třetina i stupeň třetí.

Kromě učebnic, pracovních sešitů a listů se při výuce matematiky používá celé řady instruktivních materiálů. Mezi nejvýznamnější patří *Stories by Frederique* (autorkou je prof. Papyová), knížечky pro žáky 5–14leté, které je seznamují přístupnou a zábavnou formou s některými matematickými pojmy a idejemi. Jsou nezávislou částí EP a mohou být používány i žáky, kteří se neučí podle CSMP (pro nejmenší děti, které ještě neumějí číst, je řada z nich nahrána na magnetofonových páscích). V programu se používají jako vhodný motivující a ilustrující materiál. Poněvadž je každý příběh doprovázen grafickým komentářem v neverbálních jazycích, využívají se příběhy zejména v nejnižších třídách k seznámení s těmito jazyky a způsobem jejich používání.

Sbíрку „Stories“ doplňuje tzv. *Knihovna CSMP*, což je soubor příběhů, v nichž se kombinuje duch „Stories“ s řadou specifických činností vyskytujících se v pracovních sešitech.

Rovněž nejrůznější názorné pomůcky oživují vyučování matematice. Patří sem především čtvercové sítě, Papyho mini-computer a ve vyšších třídách (od čtvrté!) též kapesní počítače jakožto účinný prostředek k řešení problémových situací a k rozvoji aritmetického myšlení i dovedností.

### Organizace experimentu

Škola, která se rozhodne participovat na CSMP, jmenuje koordinátora pro výzkum (obvykle to je jeden z inspektorů), který se zúčastní dvoutýdenní letní školy pořádané CSMP. Zde je seznámen se základními idejemi a pedagogickými metodami uplatňovanými v projektu. Na základě získaných zkušeností pak řídí *školení učitelů*, kteří budou podle EP sami vyučovat. V průběhu školního roku pomáhá koordinátor učitelům v přípravě na hodiny a koná inspekce v experimentálních tří-

dách. Další forma prověřování úspěšnosti experimentu se realizuje přes speciální testy CSMP. Rovněž učebnice, pracovní listy a sešity jsou pro experiment zajišťovány přímo z CSMP. Za zmínku zde stojí ještě *komentáře pro učitele*. Jsou velice podrobné, rozpracované až na jednotlivé vyučovací hodiny. Každá hodina je přitom rozvedena do nejmenších detailů – až k předpokládaným dialogům učitele a žáků. Jsou tam dále uvedeny seznamy potřebných pomůcek pro učitele a žáky, správná řešení úloh z příslušných pracovních listů. Komentáře obsahují též upravené programy pro slabší žáky.

Jak již bylo řečeno, podle 1. části programu pro základní školy (1.–3. třídy) se v současné době učí asi 20 000 dětí. Část druhá – pro 4. až 6. třídu – je ve stadiu experimentálního ověřování. Mimoto se pracuje na rozšíření EP pro všech 12 tříd a na modifikaci první části EP pro mentálně zaostalé děti.

---

## jubilea & zprávy

### K NEDOŽITÝM DVAASEMDESÁTINÁM KONRÁDA HOFMANA

Dne 23. srpna 1976 zemřel náhle KONRÁD HOFMAN. Československá fyzika tak ztratila člověka, který svým působením zasvětil celý život experimentální fyzice a výchově mladých fyziků.

Narodil se v Píchu, okr. Klatovy, 26. 11. 1904. Po studii na reálném gymnáziu v Sušici studoval velmi úspěšně na přírodovědecké fakultě Univerzity Karlovy v Praze. Po absolvování univerzity v r. 1929 nastoupil jako asistent na ČVUT v Praze. Pak působil jako středoškolský profesor na Jirsíkově gymnáziu v Českých Budějovicích a potom na reálných gymnáziích ve Zvolenu, Bánské Bystrici, Prievidze a na učitelském ústavu v Bánské Štiavnici. Po osvobození v r. 1945 se vrátil na reálné gymnázium do Č. Budějovic. Od r. 1950 pracoval jako odborný asistent na Vyšší pedagogické škole v Č. Budějovicích. Po vzniku Pedagogického institutu a Pedagogické fakulty na tomto pracovišti setrval až do r. 1973, kdy odešel do důchodu. V letech 1964–1969 zde odpovědně zastával funkci vedoucího katedry fyziky – základů průmyslové výroby.