Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Recense

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 5 (1960), No. 5, 625--[628]

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/139856

RECENSE

The Foundations of Mathematics

EVERT W. BETH

(*Základy matematiky*) North-Holland Publishing Company, Amsterdam, str. XVI, 741. Vyšlo ve sbírce *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics* (Logické studie a základy matematiky).

Kniha vznikla sloučením dvou spisů autorových, které vyšly dříve: *Wijsbegeerte der wiskunde* (Filosofie matematiky), Antverpy 1948 a *Les fondements logiques des mathématiques* (Logické základy matematiky), Paříž 1950 a 2. vyd. 1955. V takto vzniklém široce založeném díle podává autor nejen rozsáhlý výklad hlavních problémů, metod a výsledků v bádání o základech matematiky, ale zabývá se také podrobně otázkami z matematické logiky a filosofií, pokud souvisí s otázkami týkajícími se základů matematiky. Konečně dlužno vítat, že kniha obsahuje velké množství historických poznámek; jsou připojeny všude tam, kde se dá očekávat, že se takto objasní vznik současných problémů a idejí.

Podám nejprve aspoň v hlavních rysech obsah knihy Bethovy. Oddíl první se zabývá historickým pozadím bádání o základech matematiky. Zde je pojednáno o vlivu Aristotelovy metodologie vědy, s níž se autor vypořádává. Také podán historický vývoj symbolické logiky a formalisované axiomatiky. Oddíl druhý pojednává o elementárních axiomatikách. Nejprve objasněn pojem deduktivní vědy a pak pojednáno o axiomatice z obecného hlediska. V dalším promluveno o rozšíření soustavy přirozených čísel na soustavu čísel racionálních a konečně reálných a o různých teoriích čísel přirozených (podrobněji probrána jenom teorie Dedekindova). Konečně podána axiomatisace algebry, elementární geometrie a topologie a pak teorie Booleových algeber. V této druhé části nemohlo být dosaženo úplnosti. Podány jen ukázky, z nichž některé zvoleny buď pro jejich historický význam nebo důležité postavení v moderní matematice, jiné pak, poněvadž jich bude použito v dalších kapitolách. V třetím oddílu se axiomatiky formalisují. To činí nutným pojednat o symbolické logice. Pak následuje výklad o Hilbertově teorii důkazu. Čtvrtý oddíl má nadpis *Neelementární metamatematika*. Pojednáno tu o syntaxi a sémantice. V pátém oddílu pojednáno o existenci v matematice. Mluví se tu o logicismu, cantorismu (pojetí, které je základem Cantorovy teorie množin), intuicionismu a nominalismu. V kapitole o cantorismu uvedeny různé axiomatisace teorie množin. Nejobšírněji je však probrán intuicionismus, ačkoli Beth výslovně tvrdí, že se k němu nehlásí; patrně však vzhledem k holandskému původu Brouwera, zakladatele tohoto směru. Oddíl šestý jedná o paradoxech a to velmi obšírně. Podány tu paradoxy logiky a teorie množin a probírán jejich výklad. Oddíl sedmý se zabývá použitím teorie množin a topologie v metamatematice. Mluví se tu zejména o teorémech úplnosti pro logické systémy. Oddíl osmý pojednává o rekursivních funkcích, množinách a predikátech. Probrány tu nejdůležitější známé výsledky týkající se problému rozhodování. V posledním, devátém oddílu jsou obsaženy závěrečné poznámky. Zabývá se opět filosofickou stránkou bádání o základech, nyní z moderního hlediska (metamatematikou, filosofií matematiky a vztahem k obecné filosofii).

Zmíním se o metodě, které užil autor při spisování své knihy. Zde se osvědčila metoda analytická. Odporovalo by totiž plánu knihy, kdyby byl užil metody syntetické, tj. kdyby byl podal systematické odvození matematických teorií a vycházel přitom z předem určených principů. Plán knihy spíše vyžaduje zabývat se těmi problémy, jimiž byli matematici vedeni, aby sestupovali stále hlouběji k základům své vědy a rozvíjeli metody vhodné k použití při úvahách tohoto druhu. Nadto, kdyby autor vycházel z předem daných principů, mohl by se filosoficky založený čtenář právem ptát, proč užil principů, jež by málokdo byl ochoten přijmout bez předchozího zkoumání a proč při svém postupu užívá metod, které mnohdy nejsou jen tak beze všeho nasnadě.

Pouze analytická metoda má tu výhodu, že odpovídá na otázky toho druhu v okamžiku, kdy se naskytnou. Ukazuje se, že běžný výklad matematických věd je často nepřesný z logického hlediska, že snahy vyplnit mezery nejvíce zřejmé často odhalují nové nesnáze a konečně, že metody určené k tomu, aby se zabývaly těmito problémy, urovnávají cestu k hlubšímu náhledu do povahy matematického myšlení.

Čtenář shledá, že autor postupuje, aby se tak řeklo, podle „metody postupných aproximací". Vychází ze střední úrovně logické přesnosti a při dalším postupu ji dále zvyšuje. Za těchto okolností by bylo skoro nemožné zachovat v celé knize naprostou jednotu terminologie a označování; autor se také nepokouší podat vyčerpávající výklad každého předmětu, o němž jedná, nebo podat nejpřesnější výsledky, jichž bylo v nějakém směru dosaženo. Kniha je sepsána tak, že každý oddíl, ba i mnohé kapitoly, tvoří samy o sobě dobrý úvod k nějaké celkem dosti samostatné části bádání o základech matematiky. Rozšířit své vědomosti může pak čtenář pomocí připojené bibliografie. Ovšem je hlavní zásluhou knihy Bethovy a také jistě cílem, který si autor klade, že se čtenář může dát vést autorem dobře informovaným a originálním do všech oborů vědy tak rozsáhlé různorodé jako jsou základy matematiky.

Spis Bethův obsahuje mnoho příkladů v textu a mimoto 88 cvičení. Ovšem jak se to nyní stalo obvyklým, mnohá z těchto cvičení slouží spíše k doplnění textu, takže pro průměrného čtenáře jsou příliš nesnadná.

Beth napsal již dříve spis, který má titul *Dewijsbegeerte der wiskunde van Parmenides tot Bolzano* (Filosofie matematiky od Parmenida k Bolzanovi), Antverpy 1944. Zájem o Bolzana se projevuje však i v recensované knize celou řadou citací. V odstavci, kde se mluví o Platonově teorii idejí (str. 14, 28) se zmiňuje o Bolzanově interpretaci vět obsahujících časová určení (*Wissenschaftslehre* II, str. 15). Když mluví o výkladu paradoxů u řeckých filosofů (str. 20—25, 30), poukazuje na Bolzanův výklad paradoxu „lháře" (*Wissenschaftslehre* III, str. 487—490). Při kritice Kantovy metodologie matematiky (str. 46, 50) zmiňuje se Beth o Bolzanových názorech na Kanta, přičemž poukazuje na Bolzanův spis *Beiträge zu einer begründeteren Darstellung der Mathematik I*, Praha 1810. V předhistorii matematické logiky (odst. 22) uvádí Beth, že předpokladem pro rozvoj logiky v matematickém směru byl rozvoj ryzí matematiky, který nastal asi v létech 1820—1847, z něhož pak vzniklo formálnější pojetí matematických metod. Mezi spisy charakteristickými pro tento nový směr rozvoje matematického myšlení uvádí (str. 58): B. Bolzano, *Paradoxien des Unendlichen* (asi z r. 1848, vyšly r. 1851). V úvodu (odst. 105, str. 353) ke kapitole o logicismu (13) píše Beth: Filosof Husserl[1]) ve svých *Logische Untersuchungen* (1900) vzdal se psychologistických doktrin hájených ve *Philosophie der Arithmetik* (1891) a přihlásil se k platonismu blízkému názorům Bolzanovým a Lotzovým. V úvodu (odst. 111 str. 365) ke kapitole o cantorismu (14) říká Beth, že pojem nekonečna se vyskytuje již u řeckých filosofů, avšak problém počítatelnosti nekonečna byl nadhozen Galileem a Bolzanem, Cantor pak byl první, který podal uspokojivé řešení. V historických poznámkách (odst. 167) k paradoxům je podotčeno (str. 493), že paradox nekonečna uvedený Bolzanem byl rozřešen částečně Bolzanem samým, částečně Cantorem. Oddíl IX, Závěrečné poznámky, obsahuje konečně tyto zmínky o Bolzanovi. (Str. 617) Bolzano (*Paradoxien* § 13), Dedekind, oba časní představitelé moderních tendencí ve filosofii matematiky, užívají ve svých důkazech existence nekonečna tak zvaný *regressus ad infinitum* (který např. existencialista J. P. Sartre zavrhuje). (Str. 641): Při prvních zdařilých pokusech, které se zabývají základy matematiky, byla zřejmá tendence odvozovat matematickou existenci z platonovských pojmů; tato tendence se jeví jak v myšlénkách Bolzanových a Cantorových, tak v dílech Fregových a Russellových.

K tomu bych ještě dodal: K Ch. Guilminovi (1837) a J. Bertrandovi (1851), kteří jsou (na str. 101) uvedeni jako předchůdci zakladatelů teorie reálných čísel, bychom mohli připojit vším právem B. Bolzana (*Rein analytischer Beweis* ..., 1817; dokonaleji v dosud neuveřejněné rukopisné práci z let asi 1830—1835; srv. moje pojednání: Časopis čes., 81, 1956, str. 391—395, Časopis mezin., 7 (82), 1957, str. 553—567, Historiko-matematičeskije issledovanija, 11, 1958, str. 515—532.) Bolzana však možno považovat za předchůdce, nebo dokonce za jednoho ze zakladatelů matematické logiky (*Wissenschaftslehre II* 1837, str. 113; v lepší formulaci v neuveřejněné rukopisné práci z let asi 1830—1835; srv. moje pojednání v Časopise čes. 83, 1958, str. 230—232, v Časopise mezinár. 8 (83), 1958, str. 197—202). Tam zavádí pojem výrokové funkce a uvádí definici logické konsekvence, kterýžto pojem byl znovu objeven Tarským (1936) (srv. Beth str. 183).

Karel Rychlík

[1]) Edmund Husserl, nar. 1859 v Prostějově, byl nakonec profesorem filosofie na universitě ve Freiburgu, kde zemřel 1938.

Z dějin elementární matematiky

Dr. František Balada

Státní pedagogické nakladatelství, Praha 1959, str. 238, cena váz. Kčs 12,50.

Po dlouhé době dostává se opět do rukou našim čtenářům kniha z dějin matematiky. Je to kniha brněnského autora dr. F. Balady „Z dějin matematiky". A lze předem říci, že je to kniha dobrá, zajímavá i poučná.

Profesor Balada podjal se nesnadného úkolu na necelých 200 stránkách zachytit historický vývoj elementární matematiky, přesněji řečeno té její části, která se učí na jedenáctiletce. Navíc obsahuje kniha stručný dvacetistránkový přehled dějin české a slovenské matematiky a matematiky ruské a sovětské od 18. století.

Přestože je kniha určena především jako pomůcka pro učitele — je také doporučena ministerstvem školství jako pomocná kniha pro školy všeobecně vzdělávací — přečte si ji s užitkem i vysokoškolský student matematiky. Vždyť při velkém důrazu kladeném na universitě na logickou stránku matematiky vzniká nutně ve studentech dojem o neměnnosti matematických pojmů, nadhodnocuje se formalismus a pod. Baladova kniha ukazuje velmi přesvědčivě vznik a vývoj základních pojmů aritmetiky, algebry i elementární geometrie, vznik symboliky, ukazuje i význam matematického formalismu nikoli jako čehosi jednou provždy daného, nýbrž jako nezbytného nástroje a prostředku umožňujícího v určitých historických etapách podstatné urychlení vývoje celých matematických disciplin. Stručně shrnuto připomíná nám, abychom nepodceňovali historickou, vývojovou stránku matematiky, abychom jí věnovali ve vyučování na všech stupních tu pozornost, která jí náleží.

První kapitola obsahuje velmi stručnou periodisaci dějin matematiky. Autor rozděluje vývoj matematiky na tři údobí. V prvním údobí, zhruba až do konce 16. století, charakterizuje autor matematiku jako nauku o číslech, veličinách a geometrických útvarech. Matematika jako nauka o změnách veličin a geometrických transformacích zahrnuje druhé období, 17. a 18. století. V posledním období, od 19. století, je matematika vědou o kvantitativních vztazích a prostorových formách skutečného světa v celé jejich obecnosti. S touto hrubou periodizací lze plně souhlasit. Celá kapitola však vzhledem k veliké stručnosti — na 25 stránkách přehled více než dvou tisíciletí vývoje matematiky — přirozeně trpí některými schematickými a nicneříkajícími formulacemi.

Jádro knihy tvoří II., III. a IV. kapitola, které pojednávají o dějinách aritmetiky, algebry a geometrie.

Vývoj aritmetiky je popisován od prvních početních představ až po nástin axiomatizace aritmetiky v kapitole druhé. Oprávněnou pozornost věnuje autor číselným soustavám, způsobu zápisu čísel a ukazuje konkrétně nesmírný historický pokrok, kterým byla poziční soustava proti obrazové symbolice či zápisu čísel pomocí písmen abecedy. Opravdu pěkně se autorovi podařila stať o aritmetických úkonech. Neobyčejně živě působí nástin různých algoritmů sčítání, násobení a dělení. Zde je třeba upozornit na jednu přednost Baladova výkladu. Nebojí se přímo ocitovat delší úryvky starých autorů, což účinně přibližuje obtíže, jimiž si vývoj matematiky razil cestu vpřed. Obdobně jsou podány i „klasické středověké problémy", trojčlenka a úměry.

Kapitola věnovaná algebře je zahájena historickým průřezem o počítání s písmeny. Samostatný paragraf se opět zabývá symbolikou, zvláště vývojem znamének aritmetických operací. Paragraf o záporných číslech názorně ukazuje překážky, jež bránily proniknutí záporných čísel do algebry i uznání jejich objektivní existence. Po výkladu o mocninách a odmocninách následuje opět klasický problém — historie rovnic. Přestože je tato tématika, zvláště pokud jde o příklady na slovní úlohy, i v běžných školních sbornících úloh značně vyčerpaná, podařilo se autorovi vybrat z bohatého materiálu nové a neotřelé rovnice. Z hlediak numerických výpočtů je zajímavá stať o logaritmech. I když vůbec v celé knize věnuje autor určitou pozornost numerickým výpočtům, přesto se domnívám, že nebyly zdaleka vyčerpány všechny možnosti, které poskytuje historický materiál z nejrůznějších disciplin.

Značně velký rozsah je ve srovnání s předchozími kapitolami věnován geometrii a zde zvláště mnoho místa Euklidovým „Základům". Postupně je probíráno měření délek a úhlů, mnohoúhelníky, kružnice, podobnost a stejnolehlost, obsahy a objemy, stereometrie. Kladem je velký výběr příkladů a ukázek konstruktivních úloh ze starých učebnic praktické geometrie, ačkoliv opět vzhledem k předchozím kapitolám se mi zdá jejich počet nepřiměřeně vyšší. Velmi málo místa je naproti tomu věnonáno trigonometrii, ačkoli zde právě byla příležitost k ukázkám z numerických výpočtů. Zatím však chybí i zmínka o tabulkách geometrických funkcí. Určitou kompenzací jsou však zajímavé poznámky z historie měření, při nichž se používalo goniometrických funkcí, např. měření délky poledníku apod.

Průběžně v celé knize jsou velmi časté ukázky z naší české a slovenské matematiky, i matematiky ruské a sovětské. Proto lze pátou a šestou kapitolu (přehled dějin české a slovenské matematiky a matematiky ruské a sovětské) považovat spíše za shrnutí a přehledy jmen. Zde mám jen dvě drobné poznámky. Zdá se mi poněkud ochuzena část věnovaná významu JČMF, ačkoli jí autor knihy věnoval již dříve samostatný článek.*) Dále Vydrovy knihy „Počátkové aritmetiky" uvádí autor Vydrovy žáky, jimž po oslepnutí diktoval neuvádí ale naproti tomu Vydrova nástupce prof. Janderu, jehož zásluhou vůbec kniha po Vydrově smrti vyšla.

Výborným doplněním knihy jsou mapky a zvláště obrázky ze starých matematických knih a různé schemata. Bylo by si jen přát, aby v příštím vydání byly tyto přílohy ještě rozhojněny.

Závěrem upozorňuji na několik drobných nedostatků, jež se vloudily do knihy. Na str. 228 má být S. N. (nikoli C. N.) Bernštejn; na str. 202 je Euler švýcarský matematik, na str. 77 Euler ruský matematik švýcarského původu; neobratně formulována je na str. 195 souvislost principu Cavalieriho s jeho nemocí; nevhodná je rovněž formulace na str. 128 o tom, že poznatek, že úsečka je nejkratší spojnici dvou bodů, je živočichům vrozen.

Tyto drobné připomínky ani některé z předchozích kritických poznámek nemohou samozřejmě nikterak snížit kladný přínos s. dr. Balady. Naopak, je přímo podivuhodné, kolik bohatého materiálu se mu na tak omezený tiskový rozsah podařilo do knihy vtěsnat. Nepochybuji o tom, ze Baladova kniha bude podnětem i pro naše historiky matematických věd. Dovoluji si proto také dát závěrem jeden podnět. Bylo by vhodné vypracovat samostatnou brožuru, jež by obsahovala výhradně ukázky z prací minulých matematiků. Cosi jako antologie z historie elementární matematiky. Byla by to jistě další cenná pomoc našim učitelům matematiky.

M. Fuka

---

*) Viz: Matematika ve škole, 8, 1957, str. 451—468 a Matematičeskoje prosveščenije, 4, 1959, str. 95—110.

Pokroky matematiky, fysiky a astronomie. — Ročník 5. — Vydává Jednota československých matematiků a fysiků v Nakladatelství ČSAV, Praha II, Vodičkova ul. 40. — Redakce: Katedra matematiky a deskr. geometrie na fakultě elektrotechnické ČVÚT, Praha II, Na Bojišti 3, tel. 23-66-66. Vychází 6× ročně. — Cena jednotlivého čísla Kčs 6,—, roční předplatné Kčs 36,—, Rbl. 15,60, $ 3,90, £ 1,7,10. — Tiskne Knihtisk, n. p., závod 05, Praha 8, tř. Rudé armády 171. — Administrace: Poštovní novinový úřad, Jindřišská 14, Praha 3. Rozšiřuje Poštovní novinová služba, objednávky přijímá také každý poštovní úřad nebo doručovatel.

Rukopis odevzdán do tiskárny v červnu 1960, číslo vyšlo v září 1960.

A-14*01371