

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Zdeněk Moravec

Potřeba teorie při vývoji a stavbě velkých energetických zařízení

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 25 (1980), No. 5, 241--249

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139791>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1980

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Potřeba teorie při vývoji a stavbě velkých energetických zařízení*)

Zdeněk Moravec, Praha

Každé technické dílo – stroj, zařízení – je podmíněno potřebou společnosti, která je vlastně objednává. Činnost zařízení a jeho parametry vyplývají jednak z této potřeby, jednak z možností realizace v daných podmínkách. Skloubení obou těchto stránek je mnohdy dosti obtížné.

Konečným záměrem je nejen vybudování příslušného zařízení, ale i jeho provoz s řadou důležitých aspektů, jako je ekonomie, životnost apod. Značně důležité jsou i druhotné efekty, které doprovázejí základní činnost zařízení, zejména ovlivňování okolí zplodinami, hlukem apod.

Celý cyklus, od příslušné objednávky až do skončení života zařízení, souvisí úzce s prací inženýra.

Nutno si stále uvědomovat ohromný rozsah potřebných znalostí a činností, které na každém stupni realizace doprovázejí příslušné technické zařízení. Syntetický přístup inženýra je zde mimořádně důležitý. Výsledek příslušných činností ovšem silně závisí na úrovni znalostí příslušné dílčí problematiky. Mimořádně významná je i optimalizace práce daného zařízení a jeho využití pro potřeby společnosti.

Před druhou světovou válkou rozvíjela se technika hlavně s využíváním konstrukčního citu, zvyklostí a zkušeností se základními znalostmi fyziky, aplikovanými pro technické potřeby.

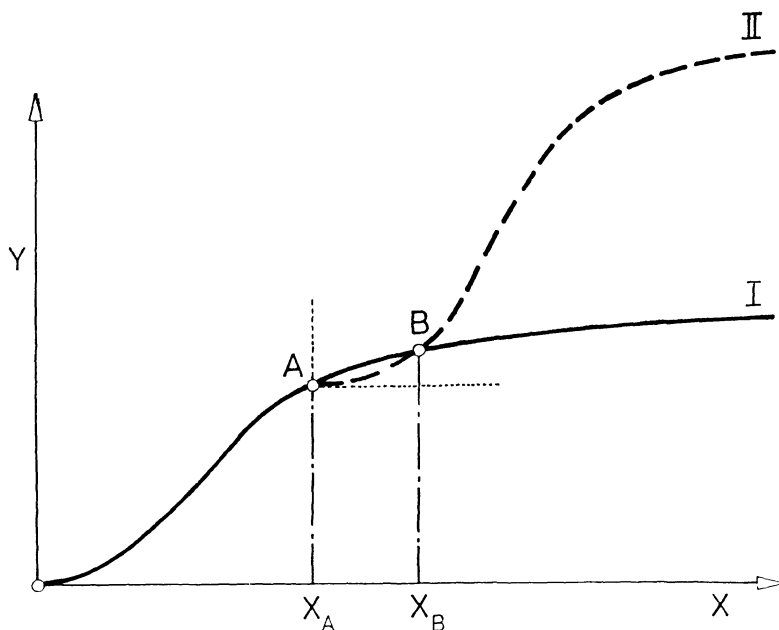
Po druhé světové válce vidíme prudký rozvoj techniky a zvyšování základních parametrů strojů i budování zařízení zcela nových. Mnohem více se využívají fyzikální zákonitosti. Přitom má mimořádný význam jejich matematický popis, který umožňuje zevšeobecnování různých dějů, např. možnost extrapolace i do oblastí dosud praxí neověřených. Složitost problematiky u náročných zařízení je velká, takže je potřeba počítat vždy s činností experimentální. Je však nutno hledat souvislosti mezi řešením teoretickým a výsledky experimentů. Experiment sám, bez teoretického zpracování, resp. bez podpory teorie při výběru a rozsahu experimentů, by obvykle byl jen neúčinným množstvím informací. Jsou však oblasti techniky, kde se fyzikální základ prakticky nerozšiřuje a matematická řešení stále složitějších případů tvoří rozvoj technických

*) Referát na „15. celostátní konferenci o matematice na VŠTEZ“ Srní, září 1979.

disciplín. I v těchto oblastech je konstruktérský cit nesmírně důležitý, musí ovšem být fundovaně vypěstován a podporován teoretickými i experimentálními pracemi.

Pro realizaci každého zařízení jsou potřebné určité znalosti, které si označíme Y . Ty se získávají prací v jistém čase X . Charakter závislosti Y na X může být naznačen čarou I (obr. 1). Zpočátku je vždy potřeba relativně dlouhé doby pro malý přírůstek znalostí (novost problému), pak je prudký nárůst znalostí v závislosti na čase (rozvoj problému) a potom konečně malý přírůstek znalostí v závislosti na čase (útlum problému).

Označme si tedy čáru I jako přístup k řešení technických úkolů obvyklých před skončením druhé světové války. Hodnotou X_A můžeme označit první poválečná léta. Zde začal kvalitativně nový přístup k řešení technických problémů, založený na rozvoji teorie aplikované pro technické účely (křivka II). Křivky I a II mají obdobný charakter, jen počátek křivky II je posunutý, leží na čáře I, neboť se nutně vychází ze znalostí Y_A . Mezi X_B a X_A se dosahuje větší znalosti Y , při přístupu práce podle I. Zvyšování parametrů strojů v období $\langle X_A X_B \rangle$ může zajistit přístup podle I. Přesto je nutné v tomto období usilovat o nový přístup II, ačkoliv ten zdánlivě nic nepřináší. Později však, jak je vidět jasně i z diagramu, je přístup II jediné možný pro zajištění stavby nových náročných strojů.



Obr. 1.

I když tedy někdy práce na využití teorie pro stavbu strojů má menší bezprostřední přínos než přístup konvenční, je třeba si uvědomit, že zásadní pokrok ve stavbě strojů je v důsledném využívání teorie, samozřejmě orientované pro potřebu stavby strojů. Jestliže neaplikujeme přístup II pro parametry strojů vyžadující znalosti Y , ležící výše než přísluší čáře I, pak žádaných parametrů buď vůbec nedosáhneme, nebo jich dosáhneme s neúměrnými těžkostmi a při stavbě nového zařízení budeme mít stále základní nejasnosti a nejistoty v řešení. Přístup k řešení II vyžaduje tedy cílevědomou výzkumnou

práci, ovšem takovou, aby se bezprostředně promítala do řešených zařízení a dále zajišťovala potřebné informace i pro období vzdálenější, upozorňovala i na nutnost kvalitativních změn a přístupů pro nová náročná řešení.

Chtěl jsem tím naznačit, že pro technicky náročná zařízení – a k nim velká energetická zařízení jistě patří – jsou nutné stále se rozšiřující výzkumné znalosti. Ty vycházejí z teoretického základu fyziky s plným uplatněním matematiky, která neslouží jen k popisu zákonitostí, ale aktivně se uplatňuje při koncepci i vývoji zařízení.

Je nutné se zaměřovat na fyzikálně matematické modely různých technicky potřebných jevů a zkoumat zjednodušující fyzikální a matematické předpoklady. Složitost technických úkolů je obvykle tak velká, že jsme nuceni volit modely značně zjednodušené. Významnou roli hraje i čas, ve kterém musí být úloha zpracována, mají-li výsledky být aplikovány na řešení technického díla.

Za velká energetická zařízení jistě můžeme považovat základní zařízení v elektrárnách – turbíny, kotle, napájecí čerpadla, ventilátory apod., jakož i zařízení s velkou spotřebou elektrické energie – turbokompresory, pece apod.

Není možné u všech těchto zařízení probírat všechny aspekty, které upozorňují na potřebu teorie při jejich koncepci, konstrukci, technologii provozu apod.

Uvedu jen několik příkladů, ze kterých vyplyne nutnost podstatného zvýšení teoretických znalostí inženýrů v poválečném období.

Tak např. výkony parních turbín těsně po druhé světové válce byly maximálně 40 MW. Nyní se montuje v elektrárně Mělník turbína 500 MW. Ve výrobních záměrech jsou turbíny ještě větších výkonností. Průtok páry u nových velkých turbín je nepoměrně větší než dříve. Nelze jen mechanicky zvětšovat rozměry strojů při nezměněných aerodynamických i termodynamických parametrech.

U moderních velkých turbín se nutně pracuje s vysokými rychlostmi páry i vysokými obvodovými rychlostmi oběžných kol. V poválečných letech byly obvodové rychlosti do 350 m/s, zatímco nyní je to již 550 m/s a v nepříliš vzdálené době to bude 600 m/s. Síly od průtoku páry i síly odstředivé způsobují pak vysoké namáhání materiálu, a to nejen v oblasti konstantního zatížení, ale i vlivem časově proměnných jevů při průtoku.

Jedním ze základních elementů lopatkových strojů jsou jejich lopatkové systémy. Jejich řešení např. u turbín bylo dříve velmi jednoduché. Předpokládalo se proudění v kanále a rozhodující byla výrobní jednoduchost. Tak např. lopatková mříž rovnotlakého typu, obvyklá u rotorových lopatek, byla podle obr. 2.

Na obtékání profilů mříže se nahlíželo jako na průtok tekutiny kanálem. Při návrhu se hodnotila velikost vepsaných kružnic o průměru d a návrhář se snažil, aby podél délky l se průměr d neměnil nebo aby jeho změna byla v mezích plynoucích ze zkušenosti.

Hmotnost protékající tekutiny se v kanálu přirozeně neměnila, takže střední rychlost v určitém místě \bar{w}_i byla dána vztahem

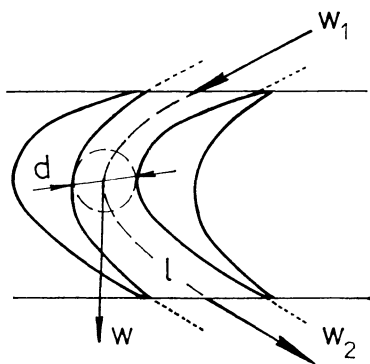
$$\bar{w}_i = \frac{k_{\text{konst.}}}{\rho_i d_i},$$

kde ρ_i je hustota ve sledovaném místě, kterou bylo možno určit za předpokladu jisté expanze páry.

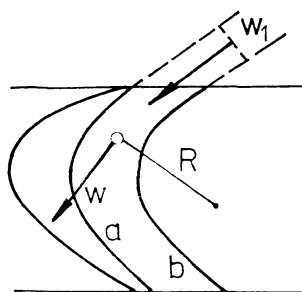
Uvědomme si toto jednoduché matematické zpracování, které v mnoha případech dostačovalo ještě před 30–35 lety.

Další zcela pochopitelný stupeň přesnějšího poznání byla snaha dozvědět se více o rozložení rychlostí v kanále, zvláště pak na površích a a b profilu (obr. 3). Tam totiž může dojít k „utržení“ proudu od stěn se všemi nepříjemnostmi, které z toho plynou, jako je změna odchýlení proudu, zvětšení ztrát apod.

Vycházelo se zde opět z představy kanálu a řešila se rovnováha proudových elementů pohybujících se po odhadnutých proudnicích, tj. při znalosti křivosti v jednotlivých jejich bodech podle obr. 3.



Obr. 2.



Obr. 3.

Základní matematické zpracování vyplývalo z rovnice

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dR} = \frac{w^2}{R},$$

kde p značí tlak a R poloměr křivosti proudnice. Souvislost mezi rychlostí a tlakem se uvažovala velmi zjednodušeně aplikací Bernoulliho rovnice

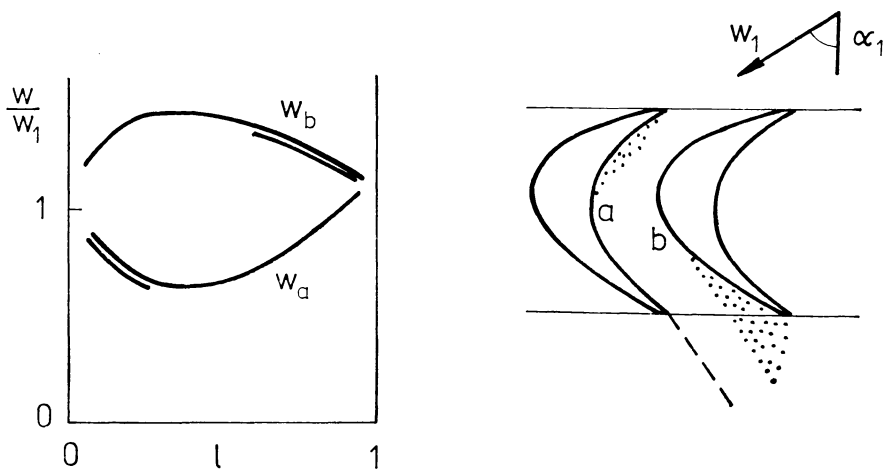
$$\frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} = \text{konst.}$$

Respektovala se někdy za cenu dalších předpokladů i změna hustoty tekutiny podél proudnice. Při řešení bylo třeba odhadnout i fiktivní kanál před lopatkovou mříží a na ní. Tento odhad, zvláště na vstupu do lopatkové mříže, je velice nespolehlivý.

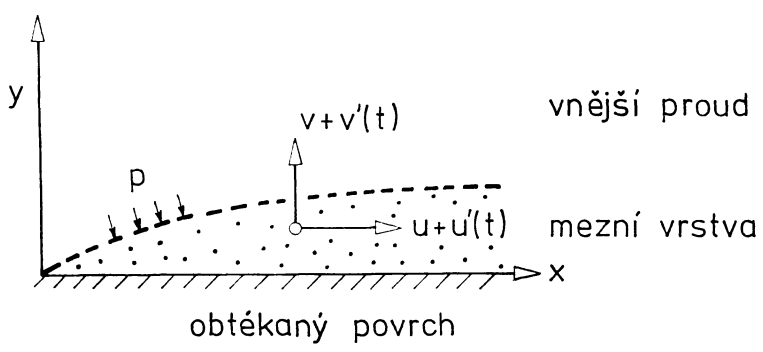
Řešením se stanovily rychlosti na površích w_a , w_b , takže bylo možno podél délky l posoudit jejich průběh, např. podle obr. 4.

Z průběhů těchto rychlostí je možné posoudit, zda se proud od obtékaných povrchů utrhne či ne. Odpověď dostaneme řešením mezní vrstvy. Utržení proudu může nastat při neúměrném poklesu rychlosti. Na našem obrázku jsou to oblasti označené dvojčtou čarou. Zda se to stane, vyplývá z teorie mezní vrstvy, jejíž řešení má ve vnitřní aerodynamice zásadní význam.

Pro ilustraci uvedme alespoň základní typ rovnice pro zjednodušený přístup. Na obr. 5 je v souřadném systému x, y naznačena oblast vnějšího proudu a mezní vrstvy. Tlak p z vnějšího proudu se vtiskuje do mezní vrstvy. Rychlosti v mezní vrstvě, resp. i ve vnějším proudu, jsou dány příslušnými složkami časově neproměnnými, tj. u a v a složkami na čase závislými, tj. u' a v' . Uvažujeme nestlačitelné proudění. Platí v zásadě dvě rovnice.



Obr. 4.



Obr. 5.

1. Rovnice kontinuity

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0.$$

2. Navierova-Stokesova rovnice, např. v Reynoldsově vyjádření při zavedení průměrných zjednodušení

$$\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y}.$$

Tlak $p(x)$ na hranici mezní vrstvy známe z řešení hlavního proudu.

Při laminární mezní vrstvě je člen

$$-\frac{\overline{\partial u'v'}}{\partial y}$$

nulový, systém rovnic je uzavřený a řešení je čistě matematická záležitost. U turbulentní mezní vrstvy je však tento člen nenulový a je předmětem stálého zájmu, který se týká jeho fyzikálního vyjasňování. Zde jde o určité matematicko-experimentální formulace, i když s platností omezenou na určitou oblast.

Podle toho je potom celá řada metod pro výpočet turbulentní mezní vrstvy. Mimořádný zájem je věnován kritériím přechodů těchto dvou typů mezních vrstev a tzv. trhání proudu.

Představa proudění v kanálech a uvedené jednoduché řešení hlavního proudu nedovoluje posoudit chování lopatkových mříží zvláště v oblasti náběžných částí a pro případ nenominálních vstupních úhlů α_1 , které běžně u turbínových stupňů nastávají. Mimoto nelze řešit lopatkové mříže jiných typů, kde představa kanálů je na první pohled již zcela iluzorní. Jsou to např. špičkové řezy posledními stupni turbínových lopatek.

Široce se uplatňuje představa potenciálního proudění, kde se využívá teorie funkcí komplexní proměnné, která byla matematicky zpracována již mnohem dříve, než se ukázala užitečnost aplikací na tento technický problém. Nejdříve se využívalo konformní zobrazení válce na lopatkovou mříž, dále pak přímo rozložení singularit (vírů a zdrojů, tj. izolovaných singulárních bodů) tak, aby nulová proudnice byla obrysem profilů. Zde se významně uplatnily a uplatňují pro rozložení singularit nekonečné řady různých typů, i když pro praktické řešení se používá jen několik prvních členů. Je tedy znalost teorie posloupností a řad pro inženýry velmi důležitá.

Rozvoj těchto metod velmi urychlily počítače, neboť tyto úlohy vedou téměř vždy na řešení velkých soustav algebraických rovnic. Tyto teoretické práce ukázaly nevhodnost tvaru dosavadních profilů a jednoznačně prosadily profily nových tvarů i zásadní nový přístup k řešení lopatkových mříží jako soustavy profilů obtékaných vnějším proudem. Rozvoj teorie potenciálního proudění a mezní vrstvy umožňuje řešit návrhy lopatkové mříže s předepsaným rozložením rychlostí, které zajišťuje co nejmenší ztráty při průtoku, resp. předepsané vlastnosti. Rozložení rychlostí by mělo být takové, aby nenastalo utržení proudu od povrchu. To lze hodnotit řešením rovnic mezní vrstvy, např. výpočtem tzv. tvarového parametru H . Překročil-li se jistá jeho hodnota, nastane utržení proudu.

Je tedy nutné volit takové rozložení rychlostí, při kterém se nedosáhne této kritické hodnoty parametru H . Např. podél délky l je možno volit hodnoty H a tím také rychlost různým způsobem, jak je naznačeno na obr. 6. Ve všech naznačených případech je vstupní i výstupní H stejné a trhání proudu na l nenastane. Přitom jistě budou rozdíly v proudění i ztrátách.

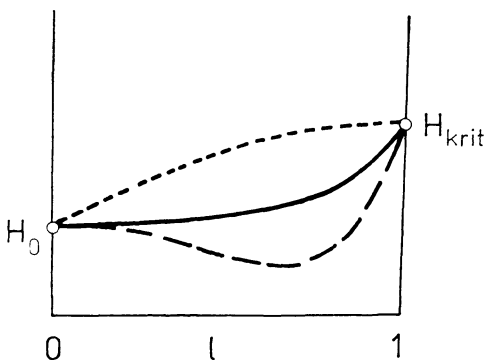
Je tedy možno uvažovat o optimálním průběhu H vzhledem k minimálním ztrátám. Variační počet v těchto úlohách poskytuje vhodný matematický aparát pro řešení této technicky velmi významné optimalizační úlohy. Využití variačního počtu je

však v technice širší. Lze tedy stanovit vhodný průběh rychlostí a vypočítat tvar profilů v mříži. Přitom je však nutno kontrolovat některé další technicky významné parametry, jako je plocha profilu, momenty setrvačnosti apod. Pro různé vstupní a výstupní podmínky je kromě toho možné navrhnout lopatkovou mříž s nízkými ztrátami, resp. vytvořit rodinu mříží s dobrými vlastnostmi. Experimentálně lze pak ověřit několik členů této rodiny a překlenout tak nejasnosti při volbě různých konstant, které se ve výpočtech vyskytují a není je možno čistě teoreticky stanovit.

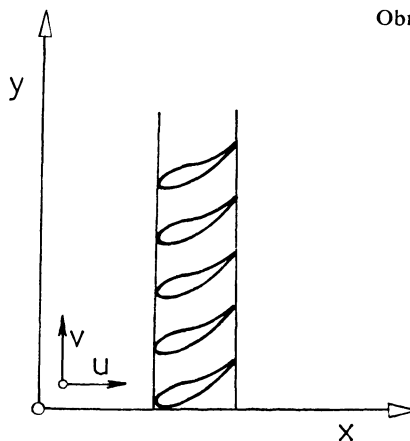
Kdybychom neměli teoretické řešení a chtěli bychom stejný výsledek získat pouze experimentálně, museli bychom počítat s nesmírným počtem experimentů, tedy i velmi velikými náklady. Přitom bychom stěží dosáhli výsledků, které umožňuje teoreticko-experimentální řešení.

Je nutno upozornit, že vazba mezi teorií a experimentem musí být vždy velmi těsná. Teorie ovlivňuje výběr a organizaci experimentů, dovoluje jejich hodnocení a získání obecně platných výsledků. Experiment velmi pomáhá teoretickému řešení při zavádění fyzikálně zdůvodněných zjednodušení i hodnocení významnosti různých parametrů.

Obr. 6.



Obr. 7.



Pokračujme však dále v úvahách o lopatkových mřížích.

Zvyšující se parametry strojů vedou k tomu, že je nutná stále větší přeměna energie v objemové jednotce stroje. To vede ke zvětšování rychlostí průtoku v lopatkových strojích. Při takových rychlostech se uplatňuje výrazně stlačitelnost tekutiny. V lopatkových systémech nastávají složitá proudová pole s rázovými vlnami. Konfigurace těchto vln výrazně ovlivní ztráty při průtoku, jakož i vývoj mezních vrstev, zejména při jejich interakci s rázovými vlnami, kde nastávají opět další přídavné ztráty při trhání proudů od stěn. I když předpokládáme jen nevířivé proudění, je matematický model stlačitelného proudění podstatně složitější.

Na obr. 7 je naznačena přímá lopatková mříž v souřadném systému x, y . Vektor rychlosti je dán složkami u a v .

Potenciál rychlosti je $\phi(x, y)$.

Proudové pole je popsáno parciální diferenciální rovnicí potenciálu rychlosti

$$\underbrace{\left(1 - \frac{u^2}{a^2}\right)}_{a_{11}} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \underbrace{\frac{2uv}{a^2}}_{a_{12}} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} + \underbrace{\left(1 - \frac{v^2}{a^2}\right)}_{a_{22}} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0,$$

kde $a(x, y)$ jsou velikosti místní rychlosti zvuku.

Tato rovnice je lineární, druhého řádu s proměnnými koeficienty typu hyperbolického, parabolického a eliptického; podle toho je $(a_{11}a_{22} - a_{12}^2) \cong 0$.

Uvědomíme-li si, že tato rovnice může měnit typ uvnitř uvažované oblasti, která je velmi složitá i se složitými okrajovými podmínkami, vidíme, že řešení takového okrajového problému nutně přesahuje matematické znalosti běžných inženýrů.

Je samozřejmé, že budeme vždy usilovat především o analytické řešení, neboť to dá nejvíce informací. Můžeme např. hodnotit významnost různých veličin apod. Ve většině praktických případů nelze však takové řešení získat dostupnými metodami. Je nutné potom aplikovat metody numerické s využitím výpočetní techniky. Počítače umožňují řešit stále složitější případy.

Vidíme, jak je důležitá matematická formulace úlohy, rozsah přípustných zjednodušení a v neposlední řadě znalosti numerické matematiky a programování. Ty nejen umožňují teoretické řešení, ale i přesnost výpočtů, nutný čas pro výpočet, potřebnou kapacitu počítače apod.

Obtěkání lopatkových mříží proudem nezávislým na čase je z hlediska práce lopatkového stupně značné zjednodušení. Ve skutečnosti se proudové pole mění s časem. Tím vznikají časově proměnné síly, kterými proud působí na lopatky. Dochází k dynamickému namáhání lopatek. Také hluk stroje má základní příčinu v časově proměnných tlacích. Jestliže je řešení dříve uvedené parciální diferenciální rovnice pro potenciální funkci $\phi(x, y)$ složité, pak zavedení časové závislosti této funkce problém podstatně komplikuje. Pro dosažení prakticky použitelného řešení jsme nuceni přijmout velmi značná zjednodušení. Přitom se obvykle úloha převede na systém obyčejných lineárních diferenciálních rovnic druhého řádu s proměnnými koeficienty. Jsou to zvláště rovnice Besselovy, resp. rovnice podobného typu.

Prvořadý význam mají periodické časové změny, pro jejichž specifikaci a rozbor se nutně uplatňuje Fourierova analýza. Velmi důležité a někdy rozhodující jsou však i složky náhodné, při jejichž popisu se mnohdy uplatňují statistické matematické postupy. Při řešení časově proměnných sil se často užívá tzv. kvazistacionárního přístupu, tedy velkého zjednodušení úlohy. Časový interval jedné změny — např. vstupního proudového pole do lopatek — se rozdělí na úseky, ve kterých se předpokládá časově neproměnné proudění. Tímto postupem získáme amplitudy sil pro jednotlivé harmonické frekvence F_s . Výsledky kvazistacionárního řešení je třeba přijímat velmi kriticky, protože amplitudy sil odpovídající skutečnému nestacionárnímu proudění se mohou od nich výrazně lišit.

Tento případ jsem vybral pro další úvahu. Je totiž velmi důležité, co budeme nazývat teoretickým řešením a jaká zjednodušení pro takové řešení přijmeme. Můžeme někdy slyšet, že teoretické řešení nepotvrdilo experiment, a že je tedy s ním v zásadním rozporu

Experiment dobře provedený, reprodukovatelný, s udáním nepřesností, jistě prověřuje všechny naše technické i teoretické úvahy a výsledky. Teorie vystihující zásadní souvislosti nemůže být v rozporu se skutečností, která je definována výsledky experimentů. Může ovšem neúplně respektovat fyzikální děje, je-li fyzikálně matematický model příliš zjednodušený.

Na příkladu jistých turbínových lopatkových mříží jsem se pokusil ukázat, jak se za posledních 30–35 let zvětšila potřeba teorie. Není to způsobeno formální snahou vyjasnit některé zajímavé jevy při proudění, ale je to vynuceno tvrdou potřebou, jak to vyžaduje stavba náročných parních turbín. Bez tohoto přístupu by nebylo možné uveřejněná zařízení realizovat.

I z tohoto neúplného přehledu je vidět, že se potřeba matematiky mimořádně zvýšila. Na začátku sledovaného období stačila znalost základních algebraických operací. Průběhem krátkých 30 let se ukázala potřeba široké znalosti matematiky a též schopnosti dovádět řešení v krátkém čase až do závěrečné realizace, tj. do návrhu konkrétních lopatkových mříží, resp. posuzování jejich vlastností.

Všimněme si jen, že v našem rozboru byla jmenována celá řada matematických oborů. Jsou to obyčejné diferenciální rovnice, parciální diferenciální rovnice, komplexní proměnná, posloupnosti, řady, soustavy algebraických rovnic, matematické zpracování vektorových polí, variační počet, některé speciální diferenciální rovnice a speciální funkce (např. Besselovy), matematická statistika a jiné. Velmi důležité místo při řešení mají metody numerické matematiky, programování a výpočetní technika.

Podobným způsobem by bylo možné analyzovat vývoj dalších výpočetních metod. Jsou to např. problémy dynamiky lopatek a jiných částí strojů a zařízení i celých soustrojí, dále pevnost, pružnost, spolehlivost apod. I zde jsou specifické oblasti matematiky, které se při teoretických řešeních nutně používají. Na těchto příkladech i ve všech dalších případech by bylo jednoduché prokázat prudký rozvoj teorie, která je nezbytná a používaná při stavbě energetických zařízení. Teoretické přístupy se nutně musí uplatňovat i v otázkách používaných materiálů i výrobních technologií. Též při provozu zařízení, v problematice regulace a automatizace se stále se zvyšující náročností aplikace nových fyzikálních principů a přirozeně též příslušných postupů matematických.

Závěrem je možné konstatovat, že teorie je pro stavbu energetických zařízení nejen důležitá, ale zcela nezbytná, neboť by bez ní nebylo možné realizovat stroje, u nichž se stále zvyšují parametry. Je přirozené, že teorie řeší řadu problémů a ovlivňuje praxi, ale i naopak – z praktických potřeb vzniká celá řada podnětů pro teoretické řešení. Přitom tyto praktické potřeby mají jistý stabilizující vliv na teoretické řešení.