Jean Dieudonné

O výuce základů analýzy

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 19 (1974), No. 3, 160--163

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/139694

vyučování

Upozorňujeme čtenáře na netradiční knihu J. Dieudonného „Calcul infinitésimal", která by mohla být dobrým příspěvkem do diskuse o výuce matematické analýzy na universitách. Místo obvyklé recenze uveřejňujeme předmluvu k této knize, která vyšla v r. 1968 v nakladatelství Hermann v Paříži.

Redakce

O výuce základů analýzy

Jean Dieudonné, Nice

„Dnešní studenti nedovedou již počítat". To je výtka, kterou dnes často slyšíme od fyziků a inženýrů na adresu výuky matematiky, a je třeba souhlasit s tím, že tato stížnost je oprávněná. Pohled na studenta druhého nebo třetího ročníku přírodovědecké fakulty, který se deset minut moří, aby provedl substituci anebo integraci per partes, přivádí nás téměř k zuřivosti, zejména když tento student (jak se někdy stává) koření svou neznalost a neobratnost domýšlivým a neužitečným žargonem, který si nedokázal dostatečně osvojit.

Je potřeba stále opakovat, že neexistuje „moderní matematika" v protikladu k „matematice klasické", ale prostě matematika, která bez hlubšího přerušení pokračuje v matematice dřívějších let a která se zabývá především řešením velkých úkolů odkázaných nám našimi předchůdci. Proto zavedla a rozvíjí mnoho nových abstraktních pojmů. Tyto pojmy – tím, že osvětlily podstatu problému a vyloučily zbytečné detaily – umožnily postoupit mílovými kroky do oblastí, které byly považovány před necelými padesáti lety za nepřístupné. Matematici, kteří dělají abstrakci jen pro lásku k abstrakci, jsou většinou špatní.

Důležitým důsledkem tohoto vývoje bylo „očištění" (k němuž došlo právě díky těmto novým pojmům) ve výuce základů matematiky, hlavně v algebře a geometrii. Tradice zahrnula totiž výuku matematiky hloupostmi a postupy zcela neužitečnými, ba dokonce škodlivými. Podstata „klasické" matematiky zůstala ovšem nedotčena a základem moderní analýzy je stále ten podivuhodný nástroj, ukovaný matematiky posledních tří století: infinitezimální počet. Zanedbat jej a ponořit se rovnou do nejmodernější funkcionální analýzy znamená stavět na písku a směřovat přímo k jalovosti a tlachání.

Až do letošního roku (kniha vyšla v r. 1968) se dalo těžko obejít toto úskalí. Na jedné straně středoškolské vyučování zůstává v rukou mandarínů již osmdesát let odtržených od živé matematiky a rozjímajících výhradně nad svým pupkem, a na druhé straně vysokoškolská výuka moderní analýzy musí „navazovat" na výzkum, aby na něj účinně připravila studenty. Přitom student se měl seznámit s klasickým infinitezimálním počtem v jediné přednášce a dobře zvládnout jeho metody. Zkušenost brzy ukázala, že to bylo nedostačující, a zavedená náhražka „matematické metody fyziky", přednášená často matematiky dbajícími více o rigoróznost než o efektivnost, vedla na četných fakultách pouze k abstraktnímu vyučování analýzy, jež kladlo důraz více na principy než na počítání.

Nové osnovy rozvrhující úvodní část studia do dvou let poskytují svědomitému studentu spolehlivý základ techniky počítání, jenž mu pak umožní osvojit si abstraktnější pojmy bez nebezpečí papouškování. Do osnov zahrnujeme zejména ve druhém roce podstatné části klasické analýzy, které mohou a musí být vyloženy bez přemíry abstraktní přípravy, např. teorii analytických funkcí a diferenciální rovnice. Kniha je věnována především těmto základním metodám za předpokladu, že se v prvním roce přednášejí základy diferenciálního a integrálního počtu.

Než se pokusíme přistoupit k moderní analýze, je třeba umět počítat. Ale co to znamená „počítat“? Jsou dva druhy „počítání“, které si často pleteme. Je „algebraické počítání“, jež lze až přespříliš zjednodušeně charakterizovat tím, že má za cíl dospívat k rovnostem. Prototypem jsou zde vzorce pro řešení rovnic („closed formulas“, jak říkají Anglosasové), které jistým způsobem fascinují uživatele matematiky. Kolikrát jsem měl co dělat s inženýrem nebo fyzikem, pro nějž matematika byla mechanickou snůškou vzorců dávajících řešení!

V analýze máme též vzorce, často velmi důležité, např. formule Cauchyho a Fourierův rozvoj. Ale v tom není, podle mého soudu, podstata infinitezimálního počtu. Fyzikové správně zdůrazňují, že pro ně věta nemá význam, jestliže nevede nakonec k možnosti spočítat numericky čísla nebo funkce, které vyšetřují. „Existenční věty“ ryzích matematiků, které nesplňují tyto podmínky, je nezajímají.

Kdo říká „numerické počítání“, ten praví: *aproximace*. Reálné číslo známe, je-li znám postup, jak je přibližně vypočítat (s přiblížením, jež matematik si přeje mít libovolně malým, zatímco uživatel se spokojí s odhadem mnohem hrubším). Připomeňme si, že vysokoškolská výuka matematiky v počátečním stadiu je společná jak pro budoucí fyziky a chemiky, tak pro matematiky; a tento zřetel zdůrazňuji zvlášť ve své knize: nepředkládám učebnici numerické matematiky (ta tvoří speciální předmět), ale dbám o to, abych nezavedl žádný matematický pojem, který nejsem schopen numericky vypočítat, a abych na každém kroku ukázal teoretické prostředky, jež vedou k takovému výpočtu, je-li ho třeba. Ryzí matematikové by se mýlili, kdyby pohrdali touto „přízemností“ infinitezimálního počtu. Abychom získali cit pro analýzu nezbytný v nejabstraktnějších úvahách, je třeba se naučit rozlišovat, co je „velké“ a co „malé“, co je převažující a co zanedbatelné. Infinitezimální počet, jak je pojat v této knize, učí zacházet spíše s *nerovnostmi* než s rovnostmi, což lze shrnout do tří slov: *majorer*, *minorer*, *approcher*.

To, že jsem se rozhodl pro toto hledisko, nikterak neznamená, že jsem usiloval obětovat přesnost přístupnosti nebo že jsem redukoval infinitezimální počet na řadu předpisů. Máme vychovávat myslící bytosti a ne roboty, vést studenta, aby rozuměl tomu, co dělá, a neučit ho mechanickým postupům. Mít smysl pro analýzu znamená mít intuitivní představu operací infinitezimálního počtu. Tu získáme pouze jeho používáním a četnými konkrétními příklady. Zárukou, že jsme opravdu dospěli do tohoto stadia, je to, že umíme formulovat přesné definice pojmů, jichž užíváme a s nimiž provádíme správné důkazy, které jsou konec konců vždy jen „formulováním“ intuice.

Fyzikové se často posmívají ryzímu matematikovi, že chce vždy vše dokazovat a zabývá se přílišnými jemnůstkami, i když jde jen o „evidentní“ výsledky. Nemají vždy nepravdu a začátečník má zájem přijímat věrohodné výsledky a nezatěžovat si mysl jemnými důkazy, čímž si usnadní chápání nových a nikoli již „zřejmých“

pojmů. Neváhal jsem proto uvést bez důkazu některé základní věty z analýzy nebo upozornit studenty, že mohou při prvním čtení upustit od znalosti některých dlouhých nebo poněkud složitějších důkazů (vytištěných petitem). (Všechny potřebné výsledky jsou dokázány v knize J. DIEUDONNÉ: *Fondements de l'Analyse moderne*, Paris, 1965.)

Na nebezpečný terén se však odvažují fyzikové tehdy, když jsou ochotni přijímat jako „evidentní" to, co vůbec zřejmé není, a když zapomínají, že naše „intuice" je nástroj velmi hrubý, který nás případ od případu může velmi klamat. Abychom ukázali klamnost „evidentních" výsledků přijímaných bez diskuse, není třeba sáhnout po funkcích tak nestvůrných, jako jsou spojité funkce bez derivace. „Rungeho jev" (kap. IX, dodatek) ukazuje, že klasický postup interpolace pomocí polynomů může být divergentní pro analytické funkce tak „výtečné", jak si jen lze přát. Existují funkce analytické pro $|z| < 1$, spojité v kruhu $|z| \leqq 1$, které zobrazují kružnici $|z| = 1$ v Peanovu křivku vyplňující celý čtverec.

„Uhlířská víra" má tedy svá nebezpečí. Známe velkou pečlivost seriózních experimentátorů, kterou věnují tomu, aby se ujistili o správnosti měření a vystříhali se klamných interpretací. Ovládat správně matematiku vyžaduje stejnou pečlivost, a nemyslím, že je pedagogické, navykat si na přesnou práci v určitých oblastech a dovolovat si přitom (nebo dokonce podporovat) nedbalost, nejasnost a polovičatost v druhých.

Nemusel jsem se ovšem držet otrocky osnov a zdůrazňoval jsem zvláště to, co se mi zdálo nejužitečnější pro studenta, který končí úvodní kurs s úmyslem připravovat se k získání akademických hodností ve fyzice nebo v matematice (čisté, resp. aplikované). Proto jsem se nezmiňoval o násobných integrálech a diferenciálních formách. Ostatně jsem řekl jinde, co si myslím o „stokesomanii" některých svých kolegů, a to, co se přednáší v prvním roce, zdá se mi zcela postačující; usilovat o další prohlubování na tomto stupni je jalové. Přidal jsem naopak nové problémy infinitezimálního počtu, které osnovy výslovně neuvádějí nebo které jako hlubší výuka diferenciálních rovnic jsou uvedeny příliš pozdě ve specializovaném studiu. Zhruba řečeno v této knize jde o analýzu funkcí jedné proměnné, reálné nebo komplexní. (V teorii funkcí komplexní proměnné sklouzáváme ovšem poněkud do „dvoudimenzionálních problémů" a právě to ji činí obtížnější než elementární teorii funkcí jedné reálné proměnné. Pokud se však nezabýváme analytickými funkcemi z hlediska harmonických funkcí, zůstává jejich teorie s „cestami" a „smyčkami" v podstatě jednodimenzionální.) Všichni matematikové vědí, že přechod od jedné proměnné k více proměnným je náhlým „skokem", který je provázen značnými obtížemi a vyžaduje zcela nové metody. Přitom analýza jedné proměnné je důležitým aparátem pro obecnější úlohy. Považoval jsem za zcela vhodné, aby k tomuto „zvratu" došlo na konci úvodní části studia.

Počet vyučovacích hodin nedovoluje probrat ve druhém ročníku celý obsah knihy. Učitel, který ji bude používat, musí vybírat. Lze doufat, že jednoho dne středoškolská výuka odloží do historického skladiště zkamenělou matematiku, na níž se dnes vyžívá, a že získaný čas s prospěchem využije k tomu, aby do tří posledních tříd gymnasia přešla značná část látky, jež se dnes vyučuje v prvním roce na vysoké škole. (Pokusy Papyho v Belgii ukazují, že rozumnou středoškolskou výukou se může – u žáků dobře připravovaných od 6. třídy – přistoupit v předposledním ročníku gymnasia k integrálnímu počtu, aniž se setkáme s psychologickými překážkami.) Potom čtyři první kapitoly této knihy, které jsou při dnešních osnovách vyučování v prvním ročníku pouze obvykle vynechávanými doplňky zmíněné látky, bychom mohli s výhodou zařadit do úvodního kursu a zbytek by mohl být probrán ve druhém roce vysokoškolského studia. Student, který si látku dobře osvojí, bude podle mého soudu dobře připraven, aby použil svých matematických znalostí buď ke konkrétním úkolům, nebo aby si navykl na vyšší abstraktní úroveň a mohl se specializovat v čisté matematice.

Pro knihu jsem užil velmi pečlivý záznam přednášek, který pořídila pí C. LASSALLEOVÁ, asistentka na přírodovědecké fakultě v Nice; pomohla mi velmi ochotně také s korekturou. Je mi potěšením, že jí mohu poděkovat na tomto místě.

Přeložili M. Jasný a K. Žitný

Příloha:

Názvy kapitol knihy Jean Dieudonné: *Calcul infinitésimal*, Hermann - Paris, 1968.

1. Odhady shora a zdola (majorer, minorer).
2. Aproximace kořenů rovnice.
3. Asymptotické rozvoje.
4. Integrály závislé na parametru.
5. Stejnoměrná aproximace.
6. Analytické funkce.
7. Teorie Cauchyho.
8. Singulární body analytických funkcí. Rezidua.
9. Aplikace analytických funkcí na úlohy aproximace.
10. Konformní zobrazení.
11. Diferenciální rovnice.
12. Diferenciální rovnice lineární.
13. Diferenciální rovnice lineární druhého řádu.
14. Besselovy funkce.

Astronomie a astrofyzika v novém pojetí vyučování fyzice na gymnasiu

Vladimír Vanýsek, Praha

Nové poznatky o vesmíru a zejména o kosmickém prostoru v okolí Země se staly za posledních patnáct let běžnou součátí denních informací, které v nejrůznější formě – tiskem, rozhlasem a televizí – dostává občan moderního vyspělého státu. Způsob, jak tyto informace přijímá a jak dalece se stávají součástí jeho celkového rozhledu, závisí v podstatné míře nejen na objemu konkrétních vědomostí, ale i na tom, do jaké míry pochopí souvislosti mezi jednotlivými poznatky přírodních věd a fyziky zvláště.

Z příčin, které tkví spíše v tradičním pojetí astronomie, jsou astronomické a astrofyzikální partie fyziky dosud probírány v rámci fyziky jako zvláštní připojená disciplína. Astrofyzika se vykládá spíše faktograficky v posledním ročníku, ačkoli právě tam by matematický aparát i aplikace fyzikálních problémů byly na místě.

Zatím nelze jednoznačně říci, zda tento způsob výkladu je skutečně nevyhovující, je však jisté, že astronomii a zejména astrofyziku je nutno začlenit do výuky tak, aby lépe vynikla logická struktura fyzikálního poznávání kosmického prostoru a vesmíru vůbec.

Cílem astronomie na střední škole je ukázat na fyzikální podstatu světa v makroskopickém měřítku; lze toho dosáhnout především tím, že fyzikální poznatky osvojené v průběhu studia se ve výkladu astrofyziky budou skutečně používat.

Dosud se astronomie v gymnaziální fyzice člení na dva v podstatě uzavřené celky.

První dosti dobře navazuje na poznatky