Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

L'udovit Čápka
Brachystochrona

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 17 (1972), No. 1, 37--38

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/139645

Brachystochrona

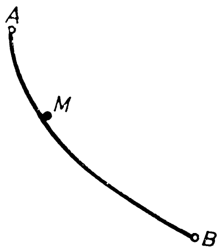
Slávny švajciarsky matematik J. BERNOULLI (1667—1748) pri skúmaní rozličných pohybov, ktoré riešil matematicky i konštrukčne, položil si raz takúto otázku:

Vo zvislej rovine dané sú dva rôzne body A, B (obr. 1). Treba určiť takú dráhu, po ktorej by hmotný bod M (prakticky napr. kovová guľôčka v žliabku) prešiel príťažlivosťou Zeme v najkratšom čase z polohy A do polohy B.

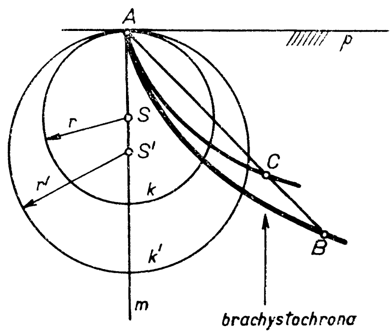
Na prvý pohľad by sa zdalo, že by to azda mohla byť priama dráha — úsečka. Je to síce najkratšia dráha, ale čas nebude najkratší. Guľôčka musí dostať hneď v prvom okamihu veľký rozbeh, čo sa pri priamom spojení bodov A, B nedosiahne. Taliansky fyzik GALILEO GALILEI sa domnieval, že by to mohla byť kruhová dráha.

Bernoulli túto dráhu zistil. Keď riešenie bolo hotové, bol zvedavý, aké stanovisko k tejto problematike zaujmú súdobí učenci, medzi nimi aj známy nemecký matematik LEIBNIZ. Preto obrátil sa na príležitostne v Lipsku vychádzajúce *Acta eruditorum*, a v r. 1696 zadal úlohu, ktorá začínala slovami: „*Problema nova, ad cuius solutionem mathematici invitantur*..." (Nový problém, na riešenie ktorého sa vyzývajú matematici.)

Potom čakal na riešenie zadaného problému, a to až rok. Úplné a presné riešenie však nedostal. Konkrétnu odpoveď podal sám, opäť v *Acta eruditorum* r. 1697, a to v dlhej odbornej úvahe. Uvedenú dráhu hmotného bodu po prvýkrát nazval linea brachystochrona (grécky: bráchystos — najkratší, chrónos — čas).



Obr. 1.



Obr. 2.

Bernoulli presne matematicky zdôvodnil trajektóriu brachystochrony a dokázal, že brachystochrona je časť ortocykloidy prostej. Popri matematickej formulácii podal Bernouilli i konštrukčný postup brachystochrony (obr. 2). Máme teda dva body A, B vo zvislej rovine. Body A, B spojíme úsečkou. Bodom A vedieme vodorovnú priamku p (ako pevná poloida). V polrovine pB vedieme bodom A kolmicu m. Zvolíme si ľubovoľnú kružnicu k so stredom S na kolmici m a idúcu bodom A. Pre bod A zostrojíme prostú ortocykloidu, ktorá pretne spojnicu AB napr. v bode C. Ak by cykloida prešla práve bodom B — čo je malá pravdepodobnosť — zostrojená ortocykloida by bola už hľadaná brachystochrona. Pomocou bodu C vieme však zostrojiť ortocykloidu, ktorá prejde bodom B. Konštrukcia závisí na veľkosti odvaľujúcej sa kružnice.

Úlohou je najsť polomer r' pre kružnicu k' so stredom S', ktorá sa opäť bude dotýkať priamky p v bode A a ortocykloida tohto bodu A prejde už potom presne bodom B. Požadovanú dĺžku polomeru r' najdeme zo vzťahu v úmere $AC : AB = r : r'$. $[r' = AB \,.\, r/AC]$. Konštrukciou príslušnej ortocykloidy nachádzame hľadanú krivku — Bernouilliho brachystochronu, po ktorej prejde hmotný bod v najkratšom čase z polohy A do polohy B.

Ak už poznáme princip a význam brachystochrony, nebude komplikovanou záležitosťou odpovedať na otázku: Aký svah potrebuje lyžiar alebo sánkar, aby sa dostal na kopci z polohy A do polohy B v najkratšom čase? Ak zakrivenie svahu od A do B bude mať profilovú krivku podľa brachystochrony, zbehnú lyže alebo sánky v najkratšom čase. Analogicky môžeme predvídať, že táto koncepcia platí aj pre lietadlo, ktoré by sa vo vzdušnom priestore malo dostať z polohy A do polohy B v najkratšom čase.

Ľudovít Čápka

*meta*OLYMPIÁDA

JAN VYŠÍN, Praha (za ÚVMO)

Je skutečnost dnes snad už obecně uznávaná, že je podstatný rozdíl mezi tím mít určité znalosti a umět je předávat někomu jinému, tj. úspěšně vyučovat. To platí o všech oborech, tedy i o matematice. V matematice je ovšem dnes situace trochu výjimečná. Ty tam jsou doby, kdy pro většinu lidí patřila jen znalost jistých matematických faktů tradičně k všeobecnému vzdělání — o jejich aplikování přitom vůbec nešlo. Naproti tomu v současnosti vyžaduje vědeckotechnický rozvoj společnosti stále větší a větší počet lidí, kteří mají tvořivou matematickou erudici, tj. kteří mají určitý matematický fond a dovedou ho také aplikovat. Tak vzniká jistý společenský tlak na školu, pedagogické pracovníky a zejména na učitele. Ocítáme se v situaci, která nás nutí opustit živelnost ve vyučování matematice, analyzovat vyučovací proces, na podkladě matematiky samé i její metodologie vytvářet a zkoušet nové vyučovací metody, zabývat se problémovým vyučováním, matematizací reálných situací — zkrátka zefektivnit výuku matematice, nespoléhat se na subjektivní zkušenost učitelovu, ale řešit otázky vyučování matematice vědečtěji a komplexněji ve spolupráci s odborníky v oblastech aplikací matematiky i pedagogy a psychology. Z těchto impulsů vznikla v posledních letech nová matematická disciplína zvaná didaktika matematiky nebo lépe teorie vyučování matematice. Význam této mladé vědecké disciplíny roste s rostoucím počtem závažných didaktických prací; teorie vyučování matematice získává postupně i oficielní uznání, které se projevuje např. přiznáváním vědeckých hodností v tomto oboru. Učitele škol všech stupňů a všech druhů, kteří nechtějí beznadějně zaostávat, nutí nová situace k tomu, aby se seznamovali s novým obsahem školské