

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Eugene L. Lawler

Velký matematický sputnik roku 1979

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 27 (1982), No. 1, 39--47

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139589>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1982

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

# Velký matematický sputnik roku 1979\*)

Eugene L. Lawler, Berkeley

*Ve čtvrtém čísle loňského ročníku Pokroků jsme otiskli překlad článku L. Lovasze o elipsoidové metodě lineárního programování. Nyní se znovu vracíme k této závažné problematice článkem, pro jehož otištění máme tři dobré důvody: nový článek má podstatně elementárnější úroveň a tím je přístupný nejširšímu okruhu čtenářů, dále pojednává o tématu v širších souvislostech; v neposlední řadě si pak všímá zajímavého aspektu: jakou cestou se významný matematický výsledek dostává do povědomí matematické a nakonec i laické veřejnosti a jak zábavně se mohou věci vyvinout, když se iniciativy chopí profesionální novináři na Západě.*

Redakce PMFA

## I

Pod titulkem „Sovětský objev otřásl světem matematiky“ na první straně ohlásil list New York Times ze 7. listopadu 1979 událost, kterou by jeho čtenáři mohli snadno pokládat za stejně důležitou, jako bylo vypuštění Sputniku. „Překvapující objev neznámého sovětského matematika“, píše Times, „otřásl světem matematiky a počítačové analýzy... Nehledě na hluboký teoretický význam, nový objev může být využit pro předpovídání počasí, složité procesy v průmyslu, rafinování petroleje, plánování pracovních sil ve velkých závodech...“ Navíc, sdělil tento časopis důvěrně, „ruským objevem by mohla být nakonec dotčena i teorie (tajných) kódů a tato skutečnost má zřejmou důležitost pro zpravodajské služby kdekoliv na světě“. Člověk by mohl téměř slyšet zvonění na poplach v úřadovnách CIA a NSA.

V Anglii přišel s touto senzací o tři dny později Guardian pod titulkem „Sovětská odpověď na ‚problém obchodního cestujícího‘“. Ve snaze zdůraznit lidskou stránku věci, Guardian říká:

„Mladý sovětský matematik, zřejmě zcela neznámý předním světovým odborníkům, našel odpověď na jeden z nejzáhadnějších problémů týkajících se komputerových výpočtů.“

„Byl natolik neznámý, že si jeho objevu nikdo v matematickém světě po 10 měsících nepovšiml, ačkoliv se na problému již léta pracovalo.“

„Tohoto zřejmého průlomu dosáhl L. G. Čačijan a publikoval jej v sovětském časopise Doklady letos v lednu. Málo lidí na Západě čte tento časopis a způsobily to teprve pověsti o objevu, které kolovaly na jedné konferenci v Německu, že kdokoliv v celém matematickém světě začal vůbec tušit, že někdo přišel s odpovědí na otázku, která je v obchodním podnikání známa jako ‚Problém obchodního cestujícího‘.“

\*) EUGENE L. LAWLER: *The Great Mathematical Sputnik of 1979*. The Sciences, September 1980, pp. 12–15 a 34–35. Redakce použila úpravy článku, ve které byl přetištěn v The Mathematical Intelligencer, Vol. 2, No. 4, 1980, pp. 190–198. PŘELOŽIL O. KOWALSKI.

© The New York Academy of Sciences 1979.

Tak se stalo, že čtenáři Timesu a Guardianu a mnoha dalších deníků se dověděli o ruském matematickém sputniku. Ale co to byl tento nový sputnik? Sputnik z roku 1957 byl prostě hrozen do vesmíru, fakt, který mohl kdokoliv pochopit. Co to však byl sputnik roku 1979? Matematický vzorec? Jestliže jej nějaký matematik nahodil na tabuli, jaký smysl to mohlo mít pro obyčejného smrtníka? Článek v Timesu byl tak zkomolený a zbavený veškerého technického obsahu a článek v Guardianu tak vulgarizující, že dokonce profesionální matematikové byli zmatení a v rozpacích.

V tomto článku se pokusím vyložit ruský objev a uvést jej na pravou míru. Současně jako osoba, které se připisuje objev ruského objevu („na ruskou práci soustředil pozornost dr. Eugene Lawler z Kalifornské univerzity v Berkeley“), jsem ve výhodném postavení, abych mohl vyprávět o tom, jak se výsledky neznámého ruského matematika dostaly z málo čteného odborného časopisu v Moskvě na stránky předních světových listů vycházejících v angličtině. Tato historka může čtenáři připomenout dětskou hru na telefon, ve které se zpráva šeptaná z ucha do ucha postupně mění až má nakonec zábavně málo společného s originální verzí.

## II

Moje vlastní role v tomto příběhu není tak docela hrdinská a dá se snadno vysvětlit. Konference, o které se psalo v Guardianu, se konala v Oberwolfachu, krásném městečku ve Schwarzwaldu blízko švýcarských hranic. V tomto idylickém prostředí udržují Němci konferenční středisko, které se stalo ohniskem pro znovuoživení německé matematiky po II. světové válce. V květnu 1979 jsem byl jedním z hrstky specialistů v operačním výzkumu, ekonometrice, matematické informatice a aplikované matematice, kteří se shromáždili, aby jednali o „matematickém programování“.

Velká část důležité práce na každém vědeckém setkání se odehrává mimo oficiální zasedání. Setkání v Oberwolfachu jsou určena k tomu, aby se umožnily neformální výměny názorů, a k tomu slouží pohodlné klubovny, dobře vybavené ledničkami s pivem a rýnským vínem. Při jednom posezení předvedl profesor Rainer Burkhard z Kolína nad Rýnem velmi rozmazanou xeroxovou kopii jedné ruské práce, kterou mu několik dní předtím poslal známý z Polské akademie věd ve Varšavě. Burkhard se zeptal, zdali někdo něco slyšel o této práci. Přiznám se, že si přesně nepamatuji jeho slova pronesená v tomto důležitém okamžiku, ale myslím, že zněla podobně jako „Slyšel někdo něco o tomhle?“.

Nikdo v naší skupince o práci nevěděl. Ale jeden z nás uměl rusky. Přeložil nám nápis „Polynomiální algoritmus pro lineární programování“ a kousky textu. Nikdo z nás neměl nejmenší pochybnosti o tom, o jakou práci jde. Pochybnosti byly jen o tom, zdali jsou ruské výsledky správně. A v článku byly uvedeny pouze věty bez důkazů.

Proč jsme pochybovali o správnosti ruských výsledků? Především jsme věděli, že v roce 1973 jeden brazilský matematik oznámil řešení stejného problému během mezinárodního sympozia na Stanfordově univerzitě. Při jeho přednášce bylo nabito, ale stěží někdo z posluchačů pochopil hlavu nebo patu z toho, co říkal. Potom se uzavíraly sázky o to, zdali „brazilský“ důkaz obstojí při pečlivém přezkoumání. Stále ještě toužebně očekávám šek na jeden dolar, který jsem vyhrál na jednom prominentním teoretikovi v sázce v poměru deset ku jedné.

Podobné sázky byly uzavírány v Oberwolfachu. Ale nikdo z naší společnosti nevypadal na to, že by dobrovolně věnoval čas a úsilí potřebné na přezkoumání Rusových tvrzení a na podání důkazů. Každý z nás měl svou vlastní vědeckou problematiku a málokdo z nás – upřímně řečeno – se cítil doma v té matematice, která byla použita v práci.

Po konferenci jsem se vrátil do Amsterdamu, kde jsem v té době pobýval. Šťastnou náhodou jeden host z Československa, Milan Vlach, uměl rusky. Společně jsme pořídili volný překlad práce. Poslal jsem kopie dvěma tuctům lidí ve Spojených státech s nadějí, že alespoň jeden z nich bude ochoten vynaložit námahu a napsat kompetentní posudek. Oč mi ovšem šlo, bylo přimět někoho jiného, aby se ujal nevděčné práce, zatímco já jsem pokračoval ve svém vlastním výzkumu.

Vůbec jsem nemohl vědět, zdali někdo v USA již ruský článek nečetl. Časopis Doklady, ve kterém vyšel, lze stěží považovat za neznámý. „Doklady“ znamenají jednoduše „přednášky“ a přednášky, o které šlo, byly Doklady Akademie věd SSSR. Ve skutečnosti však časopis došel do Matematické knihovny v Berkeley teprve několik dní poté, co jsem článek viděl v Oberwolfachu. Tedy ani ten nejvášnivější čtenář ruských časopisů v USA nemohl objevit Chačijanův článek přede mnou.

Když jsem se v červenci vrátil do Berkeley, stále ještě jsem neměl žádnou odpověď na své dotazy. Ovšem dva maďarští matematikové, Peter Gacs z university v Rochesteru a Laslo Lovasz z univerzity v Szegedu náhodou ve stejném měsíci navštívili sousední Stanford. Za několik dní stihli přezkontrolovat ruskou práci a provést důkazy. Následujícího měsíce v Montrealu veřejně prohlásili práci za správnou, a to na repríze téhož mezinárodního sympozia, na němž před šesti lety vznikl falešný poplach.

### III

Veřejné odhalení Chačijanových výsledků se konalo 4. října v úvodním článku časopisu Science News: „Lineární programování: závažný nový algoritmus“. Článek začínal květnatou předmlouvou popisující abstraktní matematiku jako „druh snění“. Ale přes některé nepřesné a zavádějící ilustrace bylo vylíčení v podstatě správné a nijak vážně nezkreslilo význam objevu.

Povzbuzena článkem v Science News, Gina B. Kolatová začala chystat stať pro časopis Science. Kolatová se připravovala na svůj článek dobře, a aby se dověděla informace o pozadí, hovořila s řadou matematiků včetně Ronalda Grahama z Bellových laboratoří, Lovasze a mne. Článek byl v podstatě přesný a dobře vyvážený. Můžeme se pouze domýšlet, jak se stalo, že byl pak zcela chybně interpretován. Ovšemže obsahoval poněkud rozbředlý odstavec, ve kterém se píše: „Chačijanův výsledek... je svázán s tím, co je považováno za největší neřešený problém v matematické informatice... s problémem obchodního cestujícího“. (Zde jsem části textu vypustil úmyslně, abych ukázal, jak lze radikálně změnit smysl.) Co bylo nanejvýš významné, článek vyšel pod titulkem „Matematikové žasnou nad ruským objevem“.

Vědečtí zpravodajové od novin jsou pilnějšími čtenáři časopisu Science než matematikové časopisu Doklady. A jestliže autoritativní publikace jako je Science řekne, že matematikové „žasnou“ nad ruským objevem, každý novinář větrí senzaci. To, co následovalo, bylo téměř stejně nevyhnutelné, jako že pod linkou vyhrazenou vědeckému zpravodajství bude následovat úvodní odstavec. Článek v Guardianu, dodaný jeho dopisova-

telem z Washingtonu, se zdál být založen pouze na velmi nedbalém čtení článku ze Science. Londýnský Telegraph to vše přetiskl a navíc poznamenal, že v komunistických zemích je málo obchodních cestujících. (Této poslední poznámce pak list Chicago Tribune věnoval komentář.)

Článek v Times se zdál být založen na jistých neotřesitelných představách jeho autora, Malcolma W. Brownea. Browne navštívil George Dantziga ze Stanfordovy university, velkého průkopníka a autoritu v oboru lineárního programování, a snažil se ho přimět k různým doznáním. Dantzigova verze tohoto interviewu stojí za zopakování.

„Jak je to s problémem obchodního cestujícího?“ zeptal se Browne. „Je-li zde nějaká souvislost, nevidím ji“, řekl Dantzig. („Ruský objev nabízí způsob, jak řešit třídu problémů souvisejících s problémem obchodního cestujícího,“ referoval Browne.) „Jak je to s kryptografií?“ zeptal se Browne. „Je-li zde nějaká souvislost, nevidím ji,“ odpověděl Dantzig. („Teorie kódů by mohla být nakonec ovlivněna“ referoval Browne.) „Je ruská metoda praktická?“ ptal se Browne. „Ne“ řekl Dantzig. („Matematikové popisují objev ... jako metodu, s jejíž pomocí mohou počítače vyřešit třídu velmi obtížných problémů, k nimž se dosud přistupovalo ‚strefovací‘ metodou,“ referoval Browne.)

Science se zasílá 130.000 členům Amerického sdružení pro povznesení vědy (American Association for the Advancement of Science). Ihned po uveřejnění článku začal můj telefon zvonit a stejně tak u Dantziga, Gacse, Grahama a téměř u každého, o kom byla v článku zmínka. Lovasz, který byl již zpět v Maďarsku, byl toho všeho ušetřen a ovšem také Chačijan, který byl stále ještě poměrně za větrem v Moskvě. Když se objevil článek v Times, záplava dotazů, jak se dalo očekávat, vzrostla, a jak se dalo též očekávat, dostala zcela jiný ráz. Jeden volající mě žádal o vysvětlení, jak pro všechno na světě Rusové dovolili, aby se tak důležité tajemství dostalo přes hranice. Právník z Beverly Hills se ptal, zdali nejnovější vývoj může ovlivnit právní postavení některých přistěhovalců. Grahama přizvali k rozhlasové debatě a ptali se ho, zdali je pravda, že ruský objev změní život každého muže, ženy a dítěte v Americe.

Když se ohlásil časopis Time, měl jsem obavy. Půjde o článek pro první stranu? Má se snad Chačijan stát mužem roku? Ale ne. Nebylo těžké přesvědčit člověka z Time, že celá historka již poněkud odkvetla a že by snad Time měl odmítnout. Otázka na rozloučenou byla, mohu-li doporučit nějakou dobrou knihu o lineárním programování.

#### IV

Co udělal Chačijan? Navrhl nový pozoruhodný algoritmus neboli výpočetní postup pro řešení úloh lineárního programování. A jak ví každý moderní M.B.A.\*, lineární programování má nesčetné aplikace v ekonomickém modelování a v plánování obchodních transakcí. Používá se pro přidělování prostředků, plánování výroby, rozvrhování pracovních sil, investování do cenných papírů, pro formování obchodních (a vojenských) strategií. Mnohostrannost a ekonomický dopad lineárního programování v současném průmyslovém světě jsou skutečně nesmírné.

Abychom pochopili, jak velké obchodní společnosti užívají lineárního programování k dosažení minimálních nákladů nebo maximálních zisků, uveďme si jednu aplikaci pro

---

\* ) Master of Business Administration. (Pozn. překl.)

spotřebitele: nakupování potravin v obchodním domě. Chceme, aby nás nákup potravin stál co nejméně, ale současně žádáme, aby v potravinách byly obsaženy všechny živiny nutné pro zdraví.

Nejprve se musíme rozhodnout, jaké požadavky budeme klást na naši každodenní výživu: tolik a tolik kalorií, tolik bílkovin, tuků a uhlohydrátů, tolik jednotek různých vitamínů a nerostných látek atd. Předpokládejme, že se rozhodneme pro 30 takových složek výživy a určíme denní dávku každé z nich. Potom navštívíme obchodní dům, ve kterém je na výběr (řekněme) 1000 různých druhů potravin. U každé potraviny si poznamenejme cenu a obsah každé z 30 uvažovaných složek výživy na jednotku. Když skončíme, dostali jsme tabulku s 31 000 čísly.

Naše číselná tabulka nám dává vstupní data pro úlohu lineárního programování s 1 000 „rozhodovacími proměnnými“ znamenajícími odpovídající počty jednotek nakupovaných druhů potravin a 30 „omezujících podmínek“ určených našimi požadavky na výživu. Každá omezující podmínka je lineární, protože přirovnává jednoduše součet 1000 proměnných vynásobených příslušnými koeficienty z naší číselné tabulky k jedné ze 30 konstant (určujících celkovou požadovanou denní dávku některé živiny). V naší úloze vystupuje též lineární „účelová funkce“, která vznikne sečtením našich 1000 proměnných vynásobených koeficienty, které znamenají ceny jednotlivých druhů potravin. „Optimální“ řešení úlohy lineárního programování dává minimum účelové funkce, tj. umožňuje nám nejlevnější možný nákup potravin při splnění omezujících podmínek na správnou výživu. Výsledný jídelníček nemusí být právě chutný a může obsahovat (řekněme) chlebičky pomazané podzemnicovým olejem, salát z hořčičných výhonků a podmáslí. Ale není žádné pochyby o tom, že bude „racionální“ a „optimální“ v modelu, který jsme zvolili.

Úloha lineárního programování podobná naší, s 1000 proměnnými a 30 omezujícími podmínkami, není podle dnešních měřítek nijak rozsáhlá. Zcela běžně jsou formulovány úlohy mnohem většího rozsahu i složitosti a i ty jsou zcela úspěšně řešeny pomocí „simplexové“ metody objevené Georgem Dantzigem.

Simplexová metoda se dá znázornit geometricky. Představme si prostor, jehož dimenze je určena počtem proměnných; v naší úloze o nejlevnějším jídelníčku by dimenze byla rovna 1000. (Není skutečně žádné kouzlo umět pracovat v prostorech vysoké dimenze. Matematikové se příliš nesnaží je geometricky znázorňovat a většinou se spokojí s kreslením sugestivních trojrozměrných nebo dokonce jen dvojrozměrných náčrtků.) V tomto prostoru si představme mnohostěn (vícerozměrný mnohoúhelník), jehož ploché strany nebo „stěny“ jsou určeny lineárními omezujícími podmínkami úlohy a jehož „vrcholy“ odpovídají možným řešením. Výpočet simplexovou metodou probíhá tak, že přecházíme od jednoho vrcholu tohoto mnohostěnu k dalšímu, za neustálého zlepšování hodnoty řešení, až nakonec dojdeme k vrcholu, který odpovídá optimálnímu řešení.

Výpočetní metoda navržená Chačijanem je zcela odlišná, ale dá se rovněž geometricky popsat v prostoru stejně velké dimenze. V daném kroku výpočetního postupu je známo, že optimální řešení leží uvnitř jistého vícerozměrného elipsoidu. Vyzkoušíme střed elipsoidu, zdali nedává optimální řešení. Jestliže ne, můžeme rozříznout elipsoid na dvě části (vícerozměrnou) rovinou určenou jednou z omezujících podmínek úlohy. Optimální řešení pak leží v jednom z „poloelipsoidů“, které vzniknou rozříznutím.

Příslušný poloelipsoid je důmyslně obklopen menším elipsoidem a postup se opakuje. Elipsoidy se neustále zmenšují, až nakonec střed jednoho z nich dává optimální řešení.

## V

Abychom pochopili, proč je nový algoritmus tak významný, musíme si nejprve říci, jak aplikovaní matematikové a odborníci v matematické informatice měří efektivnost výpočtů.

Jedním z obvyklých postupů je určení počtu výpočtových kroků (a tedy celkový čas), který bude určitý algoritmus vyžadovat v nejhorším možném případě mezi všemi úlohami dané velikosti. Jestliže v nejhorších případech celkový čas neroste rychleji než jistá polynomiální funkce proměnné charakterizující velikost úlohy, algoritmus se nazývá „polynomiálně omezený“. (Polynomiální funkcí může být například některá pevná mocnina.) Je jednoduchou matematickou skutečností, že polynomiální algoritmus je (v nejhorších případech) lepší než nepolynomiální algoritmus, pokud je úloha dostatečně rozsáhlá. Je také empirickou skutečností, že polynomiální algoritmy jsou i v praxi velmi účinné a obvykle lepší než nepolynomiální algoritmy. Již asi patnáct let teoretičtí informatikové i programátoři uznávají, že polynomiální algoritmy jsou, celkem vzato, „dobré“ a „účinné“ algoritmy.

Předpokládejme nyní, že nás zajímají jen takové úlohy lineárního programování, v nichž koeficienty jsou celá čísla a nikoliv zlomky, a předpokládejme, že za míru velikosti úlohy vezmeme celkový počet cifer ve všech koeficientech, např. celkový počet cifer v tabulce 31 000 čísel v úloze o jídelníčku. Za těchto základních předpokladů není simplexová metoda polynomiálně omezená. V roce 1967 Victor Klee z Washingtonské univerzity a George Minty z Indiany vymysleli „patologickou“ třídu úloh lineárního programování, pro které nejčastěji používaná verze simplexové metody musí vykonat zcela nedohlednou posloupnost výpočtových kroků, než se dojde k optimálnímu řešení.

Elipsoidová metoda je polynomiálně omezená. Ale znamená to, že je lepší než simplexová metoda? Chování elipsoidové metody v nejhorších případech je skutečně lepší, ale průměrný nebo typický celkový čas je určitě podstatně horší. Dantzig odhadl, že výpočty, které se běžně řeší simplexovou metodou za půl hodiny, by si vyžádaly při řešení novou metodou padesát miliónů let. Některé předběžné výpočetní experimenty potvrdily tyto pesimistické předpovědi a také naznačily některé technické potíže jako „numerickou nestabilitu“. Tato poslední vada může být odstraněna, jestliže se počítá s mimořádnou přesností s čísly, které mají (řekněme) stovky až tisíce cifer za desetinnou čárkou. Ale to je léčebná procedura, která je téměř horší než sama nemoc.

Je možné, že nový algoritmus bude modifikován a zlepšen do té míry, že se stane praktickou výpočetní metodou. Ale to je záležitost mnoha dalších výzkumů. A než k tomu dojde, je docela možné, že někdo najde způsob, jak modifikovat simplexovou metodu tak, aby se také stala polynomiálně omezenou.

## VI

Abychom lépe porozuměli tomu, co list Times nazval „hlubokým teoretickým významem“ Chačijanova výsledku, jeho údajnou souvislostí s „problémem obchodního

cestujícího“ a jak „nakonec může být ovlivněna i teorie kódů“, je zapotřebí trochu více informací o pozadí. Je pro mne neodolatelným pokušením začít citací z úvodních odstavců mé vlastní učebnice, *Combinatorial Optimization*:

„Kombinatorická analýza je matematické studium rozmístování, seskupování, uspořádání nebo výběru diskretních objektů z nějaké množiny, která je obvykle konečná. Tradičně se kombinatorici zabývali otázkami existence nebo určení počtu. To jest, existuje určitý typ rozmístění? Nebo kolik takových rozmístění existuje?“ ... „Teprve nedávno začala růst důležitost nového směru kombinatorického výzkumu. Otázkou již není „existuje rozmístění?“ ani „kolik rozmístění existuje?“, ale spíše „jaké je nejlepší rozmístění?“. Existence určitého typu rozmístění je obvykle nepochybná a počet možných rozmístění není podstatný. Vše, co nás zajímá, je nalezení optimálního rozmístění, ať již takové existuje jedno ze sta nebo jedno z prakticky nekonečného počtu možností.“

Specialisté v kombinatorické optimalizaci mají velkou zásobu oblíbených problémů, jejichž barvitě názvy spíše popírají jejich značnou technickou a ekonomickou důležitost. Tak je zde „problém čínské listonoše“, „problém rance“ a dokonce „problém homosexuálního manželství“. Vytrvalým favoritem je však problém obchodního cestujícího, snad pro své šalebně jednoduché znění: Obchodní cestující musí navštívit několik měst. Má-li k dispozici silniční mapu nebo tabulku vzdáleností, jak najde trasu, která by mu umožnila navštívit každé z měst právě jednou a vrátit se domů s nejmenším celkovým počtem ujetých kilometrů?

V nedávné době začali být teoretičtí informatikové fascinováni otázkami výpočtové složitosti: Které problémy je snadné řešit? Které problémy jsou již svou podstatou obtížné? A proč tomu tak je? Soustředili se na zásobu problémů v kombinatorické optimalizaci: analyzovali a klasifikovali je podobným způsobem, jako se snaží fyzikové vnést pořádek do své sbírky atomových částic.

Velmi užitečný přístup ke klasifikaci problémů podle jejich výpočtové složitosti byl získán na základě teoretických výsledků Stephena Cooka z Toronta počátkem 70. let a některých myšlenek Richarda Karpa z Berkeley. (V podstatě tytéž výsledky byly nezávisle získány matematikem ruského původu L. A. Levinem z M. I. T.) Při tomto přístupu jsou problémy, které se dají řešit v polynomiálně omezeném čase, zařazeny do třídy označené symbolem P. Definuje se jiná třída problémů označovaná symbolem NP („nedeterministicky polynomiální“). Zhruba řečeno, problémy z třídy NP jsou ty, u nichž lze v polynomiálně omezeném čase dokázat správnost řešení, pokud dovedeme takové řešení *uhodnout*. Každý problém z třídy P patří tedy do třídy NP.

Nebylo dokázáno, že by existoval problém ležící v NP a nepatřící do P, ale je známo, že v NP existují velmi speciální problémy, kterým se říká NP-úplné. Jestliže by se některý NP-úplný problém dal řešit v polynomiálně omezeném čase, pak by se *všechny* problémy z NP daly řešit v polynomiálně omezeném čase. O jedné ze speciálních verzí problému obchodního cestujícího se ví, že je to NP-úplný problém. Tedy existence polynomiálně omezeného algoritmu pro řešení problému obchodního cestujícího by měla za následek rovnost  $P = NP$ .

Problém rovnosti  $P = NP$  lze zcela rozumně pokládat za největší otevřený problém



v současné matematické informatice. Je to skutečně nevyzpytatelný problém; do jeho řešení se pustila řada badatelů, kteří to pak v podstatě s prázdnýma rukama vzdali. Problém přitáhl dokonce pozornost odborníků v matematické logice, z nichž někteří hloubali o souvislostech mezi relací  $P = NP$  a axiomatickou výstavbu samotné matematiky.

Ačkoliv nikdo nebyl schopen dokázat, že  $P$  není rovno  $NP$ , téměř všichni teoretici informatikové tomu věří a jistý počet dalších okolností hovoří ve prospěch této hypotézy. Velká část současného výzkumu, počítaje v to výzkum v kryptografii, je založena na předpokladu, že některé problémy z třídy  $NP$  je obtížné prakticky řešit.

Problém kryptografie záleží v zakódování zpráv takovým způsobem, aby bylo pro nezasvěceného neobyčejně obtížné a časově náročné odhalit zakódovaný text. Teoretici informatikové vypracovali řadu nových návrhů na kódovací systémy, které mohou úspěšně plnit svou funkci i v případě, že princip bude veřejně znám. Jeden dobře známý návrh je založen na předpokladu, že problém rozkladu velkých čísel na prvočísla, patřící do  $NP$ , je velmi obtížný (rozumí se i pro nejmodernější počítače, pozn. překl.). Další systémy jsou založeny na předpokladu o velké obtížnosti řešení jiných problémů z  $NP$ .

## VII

Je třeba zdůraznit, že Chačijan neobjevil polynomiálně omezený algoritmus pro řešení problému obchodního cestujícího. Kdyby to byl učinil, jak to tvrdil Guardian a naznačoval list Times, účinek by byl zničující. Kdyby bylo dokázáno  $P = NP$ , možnost, se kterou téměř žádný teoretik nepočítá, nesčetné odborné práce by se okamžitě staly mrtvými cáry papíru. Teorie výpočtové složitosti by se musela od začátku do konce revidovat. Jedna z menších potíží by byla ta, že rozličné systémy pro kódování dat by se ukázaly nespolehlivými. A kdyby se takový polynomiálně omezený algoritmus ukázal účinným i v praxi, ekonomický dopad by docela dobře mohl být ještě větší než u simplexové metody.

Co udělal Chačijan, byla odpověď na mnohem menší problém v teorii výpočtové složitosti. O lineárním programování bylo známo, že je to problém z  $NP$ . Nebylo ukázáno, že by to byl  $NP$ -úplný problém, a jsou některé důvody předpokládat, že ani být nemůže. Někteří vědci včetně mne se domnívali, že lineární programování je snad problém střední obtížnosti, ne sice v  $P$ , ale ani ne  $NP$ -úplný. Chačijan zařadil lineární programování do třídy  $P$  a tím rozřešil předešlou otázku.

Ale zůstává zde ještě otázka, jaká míra uznání přísluší Chačijanovi za tento menší výsledek. Zdá se, že elipsoidový algoritmus byl vymyšlen třemi jinými Rusy, D. B. Judinem, A. Z. Němirovským a N. Z. Šorem v kontextu obecnějších problémů, než je lineární programování. V r. 1976 Judin a Němirovskij výslovně doporučili použití elipsoidové metody v lineárním programování. V práci z r. 1977 (o které se Chačijan nezmiňuje) Šor vypracoval téměř přesně ty formule, kterých používá Chačijan. Co Chačijan učinil, byl poslední krok v argumentaci nutný k tomu, aby se obdržel výsledek o polynomiální omezenosti algoritmu. Pro tento podíl dalších vědců na objevu (a respektující skutečnost, že Chačijan je spíše arménského než ruského původu) by snad elipsoidová metoda měla být spíše uváděna jako „sovětská“ metoda.

## VIII

11. listopadu pod titulkem „Sovětský matematik již není neznámý“ referovaly Times že Chačijan byl nalezen. Moskevský dopisovatel Times uvádí, že je to „klidný, přátelský mladý muž“, „kandidát věd“, který se zabývá výzkumem ve výpočetním centru sovětské Akademie věd. Chačijan prý řekl, že byl „poněkud překvapen“ nadšenou odezvou, kterou měla jeho práce na Západě. „Všechna ta sláva na něj spadla zcela nečekaně,“ řekl údajně jeho „učitel a rádce“ G. S. Pospělov.

Dalo by se říci, že Chačijan a Pospělov se prostě jen nevyznají v západní žurnalistice tak, jako se vyznají v matematice.

Skutečně, matematik, který snad nebyl dosud obeznámen s tím, jak funguje (západní) tisk, mohl na postupu listu Times získat něco jako vyšší vzdělání. Poté co 7. listopadu vyšel první článek Malcolma Brownea, matematikové telefonovali do Timesů, psali dopisy příslušným redaktorům a reportérům a pozvali zástupce Times na seminář o elipsoidové metodě v IBM a v New Yorku. Ale noviny otiskly ještě tři další články, z nichž poslední opakoval chyby prvního tím, že opět uvedl: „Metoda p. Chačijana se pokládá za schopnou nabídnout nový přístup k lineárnímu programování na počítačích tak, aby se daly řešit tzv. problémy obchodního cestujícího.“

Teprve mnohem později, 21. března, otiskl list Times dementi. Ale toto dementi bylo tak umně sestrojené, že by je neinformovaná osoba mohla pokládat za pouhou aktualizaci. V šestém odstavci článek připouštěl, že Times se mylily, když spojovaly Chačijanovu práci s problémem obchodního cestujícího. Ale hlavní titulek zněl „Ruské řešení podrobeno zkoumání“ a podtitulek „Američané, kteří studovali Chačijanovu metodu lineárního programování vyslovují pochybnosti“. Vypadalo to, jako by sám Chačijan přeháněl důležitost své práce a západní matematikové ho museli odkázat do příslušných mezí. První věta tento dojem ještě zdůraznila: „Američtí matematikové, kteří studovali novou sovětskou metodu pro řešení obtížné třídy počítačových problémů známých jako problémy lineárního programování, tvrdí, že úspěch ohlášený loňského listopadu, i když je důležitý, má daleko k původně vykreslenému výsledku“.

S tím může každý jedině souhlasit a dodat s povzdechem: „původně vykreslenému... v novinách“.

---

Nejmizernějšími pedagogy jsou... školští řemeslníci, kteří taktak ovládají svou látku a drží se učebně knížky, aby desetkrát za hodinu nešlápli vedle; lidé, kteří kdysi odříkali své nevyhnutelné státnice a pak tedy šli učit tomu, co už zapoměli, ačkoliv by stejně dobře mohli přijímat dopisy u poštovního okénka nebo být oficiály zádušního úřadu. Jejich vyučování záleží v tom, že tabule musí být čistě umyta, žáci tiši jako kameny a jednou za čas musejí dostat pumu, kuli, pecku nebo jak se tomu dnes říká, ne ve jménu vědy, ale ve jménu školní kázně.

Profesor odborník v dobrém slova smyslu, ten, který svou látku miluje a sám si ji stále myšlenkově zpracovává a rozšiřuje, který si své hodiny pečlivě připravuje, který svou nauku považuje za tak krásnou a životu potřebnou, že poctivě a horoucně hledí žákům z ní podat to nejcennější a ideově nejvyšší, je dobrý a dokonalý pedagog, i kdyby koktal a byl prchlý jako švec; a pravím, žáci ho budou milovat a poslouchat jako božího slova.

*Karel Čapek*