

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Růžena Jelínková
Indukované elektrické pole

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 17 (1972), No. 6, 341--348

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139524>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1972

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

VYUČOVÁNÍ MATEMATICE A FYZICE

INDUKOVANÉ ELEKTRICKÉ POLE

RŮŽENA JELÍNKOVÁ, Praha

ÚVOD

Jevy související s elektrickým a magnetickým polem byly objeveny a také vykládány odděleně. Teprve r. 1820 byla OERSTEDEM nezvratně prokázána souvislost elektrických a magnetických jevů. O vytvoření jediné teorie obou jevů se ještě téhož roku pokusil AMPÈRE. Podle Ampèra neexistuje zvláštní teorie elektřiny a magnetismu, ale pouze teorie elektřiny, která se dělí na elektrostatiku, tj. nauku o elektrických nábojích v klidu, a elektrodynamiku, tj. nauku o elektrických nábojích v pohybu (elektrických proudech). Jevy magnetické zařazoval do elektrodynamiky. Tyto Ampèrovy názory byly potvrzeny teorií relativity, která magnetické jevy vysvětluje jako relativistické efekty projevující se v okolí nábojů, které se v dané vztažné soustavě pohybují.

Na základě takto pojatého výkladu elektrického a magnetického pole lze hlouběji pochopit i jev potvrzující těsnou souvislost obou polí – elektromagnetickou indukci. V naší literatuře se výkladem elektromagnetické indukce na základě teorie relativity zabýval prof. Z. HORÁK ([1], [2], [3], [4], [8]). Ze zahraniční literatury lze uvést FEYNMANA ([5]), OREARA ([6]) nebo PURCELLA ([7]).

Úkolem tohoto článku je ukázat, jak lze ve výkladu elektromagnetické indukce na gymnasiu zavést pojem indukované elektrické pole.

1. VÝKLAD JEVU ELEKTROMAGNETICKÉ INDUKCE NA ZÁKLADĚ POJMU INDUKOVANÉ ELEKTRICKÉ POLE

Jev elektromagnetické indukce může nastat v podstatě dvěma způsoby:

1. relativním pohybem náboje a magnetického pole,
2. zrychleným pohybem náboje.

V každém případě elektromagnetické indukce se uplatní buď jeden z těchto způsobů, nebo oba současně. Oba základní způsoby lze snadno realizovat experimentálně: první nastane při relativním pohybu vodiče a magnetického pole, druhý např. při

změně velikosti primárního proudu.*) Pro oba platí týž kvantitativní zákon – Faradayův zákon elektromagnetické indukce – a v obou případech dochází ke vzniku indukovaného elektrického pole. Indukovaná elektrická pole jsou v obou případech vírová, ale fyzikální podstata jejich vzniku je různá. Podrobné vyšetřování těchto polí pro kvazistacionární případy je v knize [1], str. 508. Uvedeme základní myšlenky postupu v této knize a v článku [8].

Uvažujeme elektrické pole jediné částice s elektrickým nábojem. Vzhledem k tomu, že pro elektrická i pro magnetická pole platí princip superpozice a vzhledem k tomu, že v úvahách uijeme pouze aditivní operace, platí výsledky získané pro jednu částici i pro soubor nabitých částic.

Označíme S inerciální vztažnou soustavu spojenou s magnetickým polem o indukcii \mathbf{B} . Na částici s nábojem q , která se pohybuje v soustavě S rychlostí \mathbf{u} , působí síla

$$(1) \quad \mathbf{F} = q(\mathbf{u} \times \mathbf{B}).$$

Dá se dokázat ([1], str. 509), že vztah (1) platí dosti přesně i pro relativní pohyb částic s nábojem vzhledem ke zdroji magnetického pole

$$(2) \quad \mathbf{F} = q(\mathbf{u}_r \times \mathbf{B}),$$

kde $\mathbf{u}_r \ll c$ je relativní rychlost částice vzhledem ke zdroji magnetického pole. Podle (2) působí magnetické pole i na náboj, který je v dané vztažné soustavě v klidu, pokud je $\mathbf{u}_r \neq 0$. Síla \mathbf{F} působí podle (2) na částici s nábojem nezávisle na rychlosti, kterou se tato částice v uvažované vztažné soustavě S pohybuje. Síla \mathbf{F} má tedy charakter síly, kterou působí na částici elektrické pole. Proto působení síly \mathbf{F} považujeme za působení elektrického pole, indukovaného pohybem zdroje magnetického pole ve vztažné soustavě S . Pro intenzitu \mathbf{E}_{ip} tohoto pole platí

$$(3) \quad \mathbf{E}_{ip} = \frac{\mathbf{F}}{q} = \mathbf{u}_r \times \mathbf{B}.$$

Při vyšetřování indukovaného elektrického pole vznikajícího zrychleným pohybem náboje vyjdeme z relativistického vztahu mezi setrvačnou hmotností a energií a z obecného principu relativity.

V inerciální vztažné soustavě S je v klidu částice P s nábojem Q , která vzbuzuje elektrostatické pole. Částice p s nábojem q , která se pohybuje v elektrostatickém poli částice Q , má konstantní celkovou energii W rovnou součtu kinetické a potenciální energie

$$(4) \quad W = W_k + W_p = \text{konst.}$$

*) Změna proudu ve vodiči představuje vlastně změnu rychlosti nositelů nábojů.

Pro energii W_k platí relativistický vztah

$$(5) \quad W_k = mc^2 - m_0c^2$$

(m_0 je klidová hmotnost částice p).

Ze (4) a (5) plyne pro hmotnost částice p :

$$m = m_0 + \frac{W_k}{c^2} = m_0 + \frac{W}{c^2} - \frac{W_p}{c^2}.$$

Označme 0m hmotnost částice p v místě, kde $W_p = 0$

$$(6) \quad {}^0m = m_0 + \frac{W}{c^2}.$$

Potom m lze psát

$$m = {}^0m - \frac{W_p}{c^2}.$$

Hmotnost m částice p v elektrostatickém poli částice P se tedy liší od hmotnosti 0m , kterou by tato částice měla, kdybychom částici P vzdálili do nekonečna a její pole by vymizelo. Rozdíl ($m - {}^0m$) odpovídá setrvačné hmotnosti částice p , která je ekvivalentní její elektrostatické energii vzaté s opačným znaménkem

$$m - {}^0m = -\frac{W_p}{c^2} = -\frac{q\varphi}{c^2},$$

kde φ je potenciál elektrostatického pole částice P s nábojem Q .

V neinerciální vztažené soustavě \tilde{S} , která má vzhledem k inerciální soustavě S zrychlení \mathbf{a} , podléhá částice p setrvačné síle

$$\tilde{\mathbf{F}} = -m\mathbf{a} = -{}^0m\mathbf{a} + \frac{q\varphi}{c^2}\mathbf{a}.$$

Síla \mathbf{F} se liší od setrvačné síly působící na částici mimo pole o vektor

$$\tilde{\mathbf{F}}_{ia} = \frac{q\varphi}{c^2}\mathbf{a}$$

Náboj Q má v soustavě \tilde{S} zrychlení $\dot{\mathbf{v}} = -\mathbf{a}$. Zrychleným pohybem náboje Q v soustavě \tilde{S} vzniká tedy síla $\tilde{\mathbf{F}}_{ia}$, která nezávisí na rychlosti náboje q a její účinek je ekvivalentní s účinkem elektrického pole o intenzitě

$$(7) \quad \tilde{\mathbf{E}}_{ia} = -\frac{\varphi}{c^2}\dot{\mathbf{v}}.$$

Z obecného principu relativity, který požaduje rovnocennost všech vztažných soustav včetně soustav neinerciálních, plyne, že pole $\tilde{\mathbf{E}}_{ia}$ vznikající zrychleným pohybem náboje Q v \tilde{S} musí vznikat v každé (tedy i v inerciální) soustavě, v níž má náboj Q zrychlení $\dot{\mathbf{v}}$. Pole $\tilde{\mathbf{E}}_{ia}$ nazýváme akcelerační indukované pole.

Poznámka: Uvažovali jsme potenciální energii W_p elektrostatického pole náboje Q . V soustavě \tilde{S} má však náboj Q nenulové zrychlení a jeho energie se mění.

Uvažujeme-li pomalý pohyb náboje, tj. případ spojitých kondukčních kvazistacionárních proudů (uzavřených), změna energie je nepodstatná a elektrické pole jimi vzbuzené můžeme s dostatečnou přesností vypočítat podle rovnice (7). V případě rychle proměnných nestacionárních proudů vzniká ovšem kromě pole (7) ještě další akcelerační pole radiální, které ruší radiální složku pole (7), takže výsledné akcelerační pole je transverzální.

Indukovaná elektrická pole o intenzitách \mathbf{E}_{ip} a \mathbf{E}_{ia} působí tedy na částice s nábojem nezávisle na jejich rychlosti v dané vztažné soustavě. Na rozdíl od elektrostatického pole jsou to však pole vírová, neboť lze snadno dokázat ([1], str. 512), že pro jejich intenzity platí

$$(8) \quad \text{rot } \mathbf{E}_{ip} = - \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right)_p; \quad \text{rot } \mathbf{E}_{ia} = - \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t_a} \right)_a.$$

Pohybuje-li se částice s elektrickým nábojem v časově proměnném magnetickém poli (např. mění-li se velikost primárního proudu a současně vzájemná poloha primárního a sekundárního obvodu), indukuje se výsledné pole o intenzitě \mathbf{E}_i

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_{ip} + \mathbf{E}_{ia}$$

a přitom platí

$$(9) \quad \text{rot } \mathbf{E}_i = - \frac{d\mathbf{B}}{dt},$$

kde

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt} = \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right)_p + \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right)_a.$$

Vztah (9) vyjadřuje Faradayův zákon elektromagnetické indukce.

2. INDUKOVANÉ ELEKTRICKÉ POLE VE ŠKOLSKÉ FYZICE

Podle předchozího článku je třeba při zavádění pojmu indukované elektrické pole mít na gymnasiu na zřeteli, že toto pole může vznikat dvěma různými fyzikálními procesy. Výklad mechanismu vzniku elektrického pole o intenzitě \mathbf{E}_{ip} je jednodušší, neboť vychází ze silového působení magnetického pole na částici s nábojem pohybu-

jící se v inerciální vztažné soustavě S , které žáci z předchozího učiva znají. Naproti tomu vznik elektrického pole o intenzitě E_{ia} je podstatně složitější a nelze ho bez hlubších znalostí teorie relativity ve školské fyzice vysvětlovat.

O působení elektrického pole s intenzitou E_{ip} lze mluvit pouze ve vztažné soustavě, která je spojena s pohybujícím se nábojem. Zatímco ve vztažné soustavě, ve které je magnetické pole v klidu a vzhledem k níž se náboj pohybuje, lze mluvit pouze o silovém působení magnetického pole.

Při zavádění indukovaného elektrického pole na gymnasiu jsou tedy možné dva postupy:

(1) Pozorujeme a popisujeme všechny jevy v jedné vztažné soustavě. Potom je nutné, jak to dělá např. Feynman ([5], 6. díl, str. 54), rozlišovat dva různé případy elektromagnetické indukce, které se řídí tímž Faradayovým zákonem, ale jejichž vysvětlení je různé. V případě „pohybu vodiče v magnetickém poli“ vzniká indukované elektromotorické napětí silovým působením magnetického pole na pohybující se náboje [$F = q(\mathbf{u} \times \mathbf{B})$]. V případě „změny magnetické indukce \mathbf{B} pole v okolí vodiče“ vzniká indukované elektrické pole (\mathbf{E}), které je příčinou vzniku indukovaného EMN*). Jestliže se vodič pohybuje v měnícím se magnetickém poli, vzniká indukované EMN působením síly $F = q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})$ neboli současným působením magnetického pole (\mathbf{B}) i elektrického pole (\mathbf{E}).

Při tomto postupu žákům pouze sdělíme, že existuje jednotný výklad obou případů elektromagnetické indukce na základě teorie relativity.

(2) Předpokládáme, že žáci znají základní charakteristiku působení polí na elektrické náboje: silové účinky elektrického pole na náboj nezávisí na rychlosti náboje ($F = qE$), zatímco magnetické pole působí pouze na pohybující se náboj [$F = q(\mathbf{u} \times \mathbf{B})$]. Dále předpokládáme, že žáci jsou zvyklí popisovat týž fyzikální jev ve dvou různých vztažných soustavách.

Uvažujeme uzavřený elektrický obvod, jehož jedna část (vodič) je pohyblivá. Označme S vztažnou soustavu spojenou s magnetickým polem, S' vztažnou soustavu spojenou s vodičem. Za uvedených předpokladů lze ve vztažné soustavě S' vysvětlit vznik indukovaného proudu skutečností, že na volné elektrony, jejichž střední rychlost ve vodiči je nulová, působí elektrické pole indukované vzájemným pohybem vodiče a magnetického pole. Přitom výsledek silového působení tohoto pole v soustavě S' na volné náboje ve vodiči je totožný s působením magnetického pole na tytéž náboje ve vztažné soustavě S .

Při vysvětlení vzniku indukovaného proudu ve vodičích, které jsou v klidu v soustavě S , spojené s proměnným magnetickým polem, vyjdeme z konkrétního pokusu. Ukážeme, že změna magnetické indukce \mathbf{B} pole uvnitř nehybné cívky spojené s galvanometrem vyvolá indukovaný proud. Jeho vznik je, analogicky s případem vzájemného relativního pohybu vodiče a magnetického pole, podmíněn vznikem indukova-

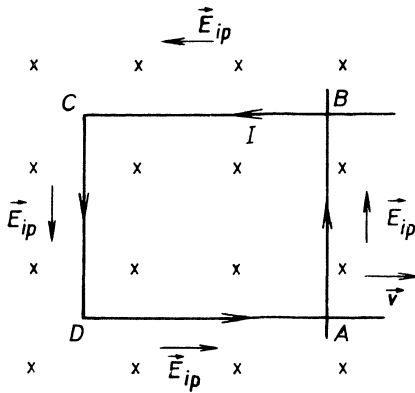
*) EMN — zkratka pro elektromotorické napětí

ného elektrického pole. Mechanismus vzniku indukovaného pole v tomto případě nevysvětlujeme, pouze sdělíme, že vysvětlení podává teorie relativity.*)

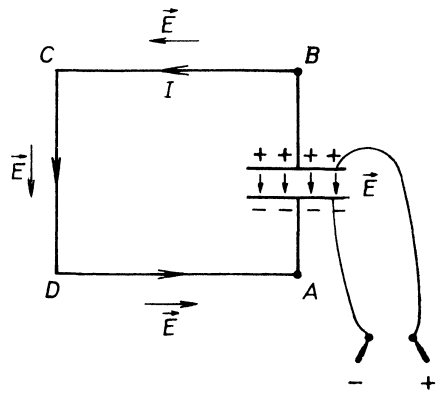
Vírový charakter indukovaného elektrického pole vysvětlíme v postupu (1) i (2) pro případ indukovaného proudu v uzavřeném obvodu.

Při postupu (1) lze vyjít z rozboru pokusu, při němž se nehybná kruhová vodivá smyčka umístí do homogenního magnetického pole, jehož \mathbf{B} se s časem mění. Uvažujeme, jakého tvaru mohou být siločáry indukovaného elektrického pole, aby smyčkou procházel indukovaný proud. Při průchodu indukovaného proudu jsou náboje neustále udržovány v pohybu podél vodiče. Musí na ně tedy působit elektrické pole, jehož intenzita má podél celé smyčky nenulovou tečnou složku. Takovou podmínku zřejmě splňuje elektrické pole, jehož siločáry jsou zakřiveny podél smyčky a jsou tedy uzavřené. Touto úvahou dospějeme k jednomu možnému tvaru siločar indukovaného elektrického pole. Potom sdělíme, že lze teoreticky i experimentálně dokázat uzavřenost siločar jako obecnou vlastnost indukovaného elektrického pole.

V postupu (2) lze vyjít z rozboru pokusu, při němž se lehká vodivá příčka pohybuje po dvou vodivých kolejničkách umístěných v homogenním magnetickém poli (obr. 1). Aby si žáci uvědomili rozdíl mezi vírovým indukovaným elektrickým polem (\mathbf{E}_{ip}) a zřídlovým stacionárním elektrickým polem (\mathbf{E}), uijeme srovnání \mathbf{E}_{ip} v obr. 1 a \mathbf{E} v následujícím pokuse. Místo pohyblivé vodivé příčky AB umístíme mezi svorky AB deskový kondenzátor (obr. 2). Na jeho deskách udržujeme stálý rozdíl potenciálů (např. připojením k indukční elektrice) tak, aby částí obvodu $BCDA$ procházel



Obr. 1.

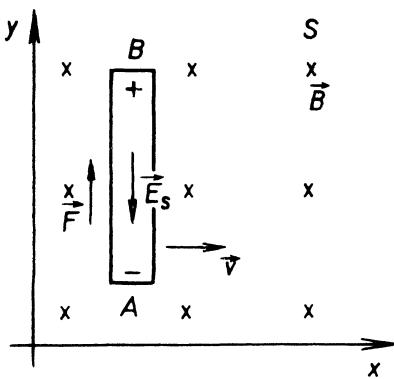


Obr. 2.

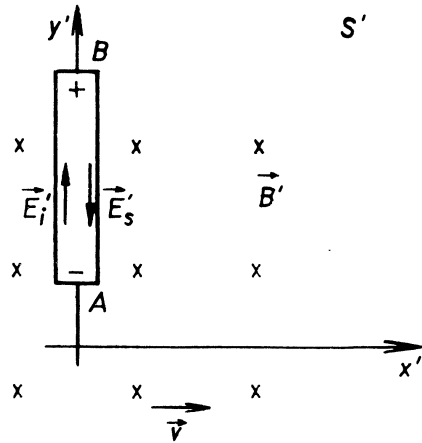
*) Pokud žáci znají Einsteinův vztah $W = mc^2$, můžeme alespoň naznačit podle předešlého postupu, že hmotnost částice s nábojem v elektrickém poli se liší od její hmotnosti v místech, kde je nulové (je-li zdroj pole nekonečně daleko). Proto na ni v neinerciální soustavě působí jiná setrvačná síla než v případě bez elektrostatického pole. Tato změna setrvačné síly je projevem akceleračního indukovaného pole vzbuzeného zrychleným pohybem náboje v pozorovací soustavě.

ustálený proud. Orientace vektoru \mathbf{E}_{ip} (obr. 1) v nehybné části obvodu ($BCDA$) je souhlasná s orientací vektoru intenzity stacionárního pole \mathbf{E} (obr. 2). V pohybující se příčce AB je však intenzita \mathbf{E}_{ip} opačně orientována než intenzita \mathbf{E} mezi deskami kondenzátoru v obr. 2. V případě stacionárního elektrického pole tedy siločáry začínají a končí na deskách kondenzátoru, kdežto siločáry indukovaného elektrického pole pokračují vnitřkem pohybující se příčky AB , a jsou tedy uzavřené. Je to v soulase s tím, že podél celého obvodu je hustota náboje nulová, a elektrické siločáry nemohou tedy nikde začínat ani končit.

Zvlášť je třeba analyzovat vznik indukovaného elektrického pole v případě *otevřeného obvodu*. Vyjděme z jednoduchého případu přímého vodiče posunujícího se rovnoměrně v homogenním magnetickém poli (obr. 3, 4).



Obr. 3.



Obr. 4.

K popisu jevu použijeme jednak vztažné soustavy $S(x, y)$ spojené s magnetickým polem (obr. 3), jednak vztažné soustavy $S'(x', y')$ spojené s pohybujícím se vodičem AB (obr. 4).

V soustavě S na každý volný náboj q v pohybujícím se vodiči AB působí v homogenním magnetickém poli (\mathbf{B}) síla

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{u} \times \mathbf{B})$$

ve směru osy y (neboli na volné elektrony působí síla opačné orientace). Tím dojde k přesunování elektronů ke konci A a na konci B vzniká nadbytek kladného náboje. Uvnitř tyče se tak vytváří elektrostatické pole (\mathbf{E}_s). Při rovnoměrném posunování tyče nastane ustálený stav v okamžiku, kdy platí

$$\mathbf{F} = -q\mathbf{E}_s ;$$

pak ustane přesun nábojů v tyči a uvnitř i vně tyče je elektrostatické pole.

V soustavě S' pro malé rychlosti \mathbf{v} lze předpokládat, že \mathbf{B}' je stejné jako \mathbf{B} v soustavě S . Pozorovatel v soustavě S by zjistil, že na náboje působí síla \mathbf{F}' a volné elektrony se opět posunují ke konci A . Přesun však nemohl být způsoben silovým působením magnetického pole, neboť v S' jsou náboje v klidu (když neuvažujeme jejich neuspořádaný pohyb). Sílu \mathbf{F}' lze vysvětlit jedině tak, že při pohybu soustavy S' dochází k vytvoření elektrického pole, jehož intenzita \mathbf{E}_{ip} má stejnou orientaci jako síla \mathbf{F}' . Toto pole se nazývá indukované elektrické pole. I v soustavě S' však dochází přesunem elektronů k vytvoření elektrostatického pole o intenzitě \mathbf{E}'_s . V ustáleném stavu, kdy ustane přesun elektronů, platí

$$\mathbf{E}'_s = -\mathbf{E}_{ip},$$

takže uvnitř vodiče AB je výsledné elektrické pole nulové.

Při současném způsobu výkladu elektromagnetické indukce na gymnasiu se zpravidla používá pouze popisu v soustavě S a vznikající elektrostatické pole se zaměňuje s indukovaným elektrickým polem.

Literatura

- [1] HORÁK, Z. - KRUPKA, F.: *Fyzika*, SNTL, Praha 1966
- [2] HORÁK, Z.: Elektromagnetické a gravitační pole, *Elektrotechnický obzor*, 52 (1962), č. 10, str. 505—508
- [3] HORÁK, Z.: Heaviside field, *Elektrotechnický obzor*, 57 (1968), č. 7, str. 356—363
- [4] HORÁK, Z.: K modernizaci výuky elektromagnetismu, *PMFA*, 16 (1971), č. 3
- [5] FEYNMAN, R. P. - LEIGHTON, R. - MATTHEW, S.: *Fejnmanovskije lekciji po fizike*, ruský překlad, Moskva 1966
- [6] OREAR, J.: *Populjarnaja fizika* (překlad z 2. amerického vydání), Moskva 1969
- [7] PURCELL, E. M.: *Electricity and magnetism*, Berkeley Physics Course — Vol 2, Mc Graw-Hill, New York 1965
- [8] HORÁK, Z.: Relativistické pojetí elektromagnetismu ve výuce na vysokých školách, *Elektrotechnický obzor*, 60 (1971), č. 6, str. 287—293