

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Karel Havlíček

O zacházení s matematikou

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 9 (1964), No. 5, 299--301

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139497>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1964

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

# VYUČOVÁNÍ MATEMATICE A FYZICE

## O ZACHÁZENÍ S MATEMATIKOU

KAREL HAVLÍČEK, Praha

Ve švýcarském časopise *Elemente der Mathematik* vyšly v posledních letech některé články L. LOCHER-ERNSTA\*), jednoho ze zakladatelů uvedeného časopisu, které by mohly zajímat naše čtenáře, protože dosti úzce souvisí s otázkami vyučování matematice. Týká se to hlavně druhého z uvedených článků, jehož myšlenek si zde všimneme.

Z článku se dovídáme, že ke konci roku 1961 americká Národní rada učitelů matematiky (National Council of Teachers of Mathematics) vydala spis „The Revolution in School Mathematics, a Challenge for Administrators and Teachers“, který se mi prozatím nepodařilo opatřit. Podle L. Locher-Ernsta jsou podkladem revoluce ve vyučování matematice hlavně tři jevy:

1. Velký rozmach tvůrčí činnosti v matematice ve 20. století; základní myšlenky byly položeny už ve století 19. a teď se teprve podrobně propracovávají.
2. Automatizace nutná v průmyslu.
3. Rozmach elektronických počítačích strojů a vůbec samočinných počítačů.

To vše dokazuje, že musíme vychovávat mnohem větší počet matematiků než dříve a matematiku vůbec široce *popularizovat* (mnou podtrženo) a že také musíme hluboce změnit obsah i metody vyučování matematice. Všimněme si návrhů L. Locher-Ernsta.

V aritmetice a algebře doporučuje klást větší váhu na rekurzivní počítání, vyučovat intenzivněji teorii celých čísel, ve vyšších ročnících středních škol (našich SVVŠ) se nebát uvést i příklady Booleovy algebry s aplikacemi v teorii množin a formální logice. Na základě toho v každém případě vyložit aspoň principy elektronických počítačích strojů.

V geometrii doporučuje budit cit pro prostorové formy. Toho se dosahuje rýsováním. Naše učitele deskriptivní geometrie bude zajímat, že na základě rýsování konkrétních konstrukcí se pak má dospět k hlavním věcem z projektivní geometrie (kolineace!) a důsledně užívat i principu duality. To by se mohlo dít bez zvláštních a hlubokých teorií, neboť vyučování by se mělo zaměřit spíše na speciální případy.

Kromě toho autor doporučuje zavést do škol úvod do matematické statistiky

---

\*) L. LOCHER-ERNST: Von der Gedankenlosigkeit in der Behandlung der Mathematik. *Elemente der Mathematik* 16 (1961), 97, 121; 17 (1962), 1. L. LOCHER-ERNST: Neue Gestaltungen in der Behandlung der Mathematik. *Tamtěž* 17 (1962), 25.

(to už v našich osnovách máme) a začátky matematického zeměpisu (kartografie) se zřetelem k letecké dopravě.

Pokud jde o logickou stránku důkazů, doporučuje autor vést důkazy na jednotlivých příkladech a nesnažit se dosahovat přísně vědecké formy za účelem vybudování teorií. Píše doslova (druhý z citovaných článků na str. 27): „Čím více je učitel vskutku vyzrálým matematikem, tím více ví, že je nesmysl začínat axiomatikou. Axiomatika přichází nakonec jako poslední schéma, když už náplň jsme vskutku vychutnali“. Končí pak zajímavou větou, která prozrazuje uvědomělého učitele: „Ve vyučování má ostatně otázka „Jak?“ přednost před otázkou „Co?“, takže pouhým poukázáním na výběr látky je ještě velmi málo řečeno“.

Sledujeme-li předcházející článek téhož autora (v naší poznámce pod čarou uveden jako první), poznáváme, že k přetvoření (revoluci) vyučování matematice nevedly jej jen ty tři body, které jsme zde uvedli. Nacházíme tu zajímavé postřehy, týkající se dvojí „relativizace“ ve vývoji matematiky právě v posledním období. L. Locher-Ernst nejdřív konstatuje, že až do 19. století platily matematické výsledky jako bezpodmínečné pravdy. Z toho vyrůstalo vyučování matematice, které prodělala na školách ještě při nejmenším dnešní generace padesátníků. S rozvojem axiomatiky došlo však k podstatným změnám. Axiomy již neplatily jako nezměnitelné pravdy, ale jako více či méně užitečné pevně stanovené předpoklady, opírající se často o zkušenost. Za pravdivé byly pak považovány výroky, které odtud vycházely na základě správného rozhodování. S obměnou axiomů měnily se ovšem i tyto pravdy jako jejich důsledky. To byl první stupeň „relativizace“ matematiky. Druhý stupeň se týkal obdobného vývoje samotných metod rozhodování správnosti a logiky, jež sama byla postavena na axiomatický základ. Je přirozené, že všechny tyto změny musí mít za následek i hluboké změny ve vyučování, ale tato záležitost je dosud velmi málo promyšlena.

Je jisté, že všechny tyto změny musíme mít na zřeteli při úvahách o reformování výuky matematiky. Nelze ovšem přitom vytvořit ostrou hranici mezi abstraktní matematikou a starou klasickou matematikou. Myslím, že je nutno v tom směru souhlasit s L. Locher-Ernstem, že nemá smysl vytvářet na středních školách logicky ucelené teorie. Bylo by zřejmě užitečnější k formálnímu logickému myšlení dojít z konkrétních příkladů. Ve 20. století se stále více vyvinuje v matematice teorie celých struktur a formální souvislosti byly vyzdviženy často do popředí. Ve vyučování je důležité nepřehánět tento jev. Nelze dopustit, aby v očích žáků i sebeduchapnější logické struktury, které samy o sobě jsou jako mechanismy k různým účelům velmi dobře použitelné, nevedly k bezmyšlenkovitému aplikování. Pak by byla matematika v očích žáků degradována na pouhou automatiku. Tak např. dualita v projektivní rovině sama může v sobě skrývat takové nebezpečí. Rozumíme-li proměnnými bodové či přímkové projektivní souřadnice, je z hlediska logiky málo důležité; tato „struktura“ obrázku je vždycky táž, ale „konkrétní rozdíly mezi bodovými a přímkovými poli patří však bezpochyby také ke geometrii“. Nelze pomíjet rozdíly v různých realizacích identických struktur. Odtud také nadpis prvního z obou shora citovaných

článků, kde se autor obává, aby vyzdvížení formálních struktur do popředí nevedlo k potlačení psychologické stránky každého jednotlivého matematika. Psychologická stránka se ovšem uplatňuje i ve vyučování. V tom smyslu je teze uvedených článků v nápadném souhlasu s pracemi, na něž jsem díky A. URBANOVÍ upozornil v tomto časopise v ročníku 8 (1963), a s mým diskusním rozbohem v *Matematice ve škole* 11 (1960) 53, 107 a 12 (1962), 464.

Výše uvedený příklad užívání principu duality v projektivní rovině dobře ukazuje psychologické momenty ve výuce. Bodové soustavy si lépe představujeme než přímkové, což se uplatňuje hlavně u pouček složitějších. Je to zřejmě tím, že s bodovými množinami jsme daleko více navyklí (dynamický stereotyp!) pracovat než s množinami přímek. U obecnějších struktur je to ovšem mnohem závažnější. Upozorňuji v tom smyslu aspoň na dvě zásadní formy téhož obsahu v matematice, na paralelu mezi aritmetikou a geometrií; algebraická nebo analytická věta matematická se dá často se stejným obsahem formulovat geometricky a obráceně, jak výstižně řekl už T. LEVI-CIVITA; dobře jsou známa u nás i slova akademika E. ČECHA, že v tomto smyslu převládá dnes v matematice geometrizace aritmetiky proti aritmetizaci geometrie, která byla v popředí při zrodu analytické geometrie. Jako příklad může tu sloužit i tak jednoduchá věc, jako rozlišení kružnice od elipsy, jemuž v algebře odpovídá rozlišení příslušných kvadratických forem. Ovšem kružnici od elipsy rozoznává dobře i pes, jak bylo objektivně zjištěno pokusy I. P. PAVLOVA; to znamená, že určité matematické vnímání existuje už v I. signální soustavě. To je mimo diskusi a není to věc názoru jednotlivých metodiků. Diskutabilní pouze je, zdali je možné toho ve výuce použít či nikoli. Nevidím důvodu, proč bychom toho nevyužívali. Je třeba počítat s tím, že dva systémy logicky ekvivalentní mohou být psychologicky naprosto různorodé.

Výuce matematiky by zřejmě vůbec prospělo, kdybychom žákům ukazovali, jak matematika vyrůstá přímo ze života a tím se i dále rozvíjí. Zajímavý je tu postřeh L. Locher-Ernsta, že naivní otázka, co se vůbec dá v matematice ještě nového objevit, když už příslušné problémy řešíme přes dva tisíce let, svědčí o nějaké chybě ve výuce matematiky a v příslušné výchově. Zajímavé totiž je, že tuto otázku kladou nejen široké kruhy, ale často i inženýři, ekonomové a jiní odborníci, kteří přece určitým vyšším stupněm matematického školení prošli. Je vidět, že i v tomto směru je na celém světě třeba upravit metody vyučování a že se tu nabízí mnoho příležitostí k popularizační práci v matematice.

### **Ozón v ovzduší**

dělá potíže obyvatelům Los Angeles, protože tam je jeho koncentrace o dva řády větší než jinde. Ozón tam vzniká z výfukových plynů motorových vozidel vlivem slunečního ultrafialového záření.

*Ivan Soudek*