

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

G. A. Kursanov

Einsteinovy filosofické názory na povahu geometrických pojmů

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 4 (1959), No. 5, 608--617

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139409>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1959

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

DISKUSE

EINSTEINOVY FILOSOFICKÉ NÁZORY NA POVAHU GEOMETRICKÝCH POJMŮ¹⁾

G. A. KURSANOV

Albert Einstein ve svých pracích stále zdůrazňoval, že geometrie má v teorii relativity mimořádně důležité místo. Nejvýrazněji vystupuje tato myšlenka v jeho přednášce „Geometrie a zkušenost“. Einstein zde říká, že bez odpovídající geometrie „by vůbec nebyl býval s to teorií relativity vybudovat.“²⁾ Einstein rozvádí tuto základní myšlenku dále: V souřadnicové soustavě, která rotuje vzhledem k jisté inerciální soustavě, neodpovídají zákony uložení (*Lagerungsgesetze*) tuhých těles vzhledem k Lorentzové kontrakci³⁾ euklidovské geometrii. Tato hluboká myšlenka umožnila Einsteinovi formulovat jednu z hlavních pouček teorie relativity: „... geometrie ... není ... za přítomnosti gravitačních polí euklidovská.“⁴⁾ To je také, obecně vzato, zcela logické: geometrie je věda o prostorových formách reálného světa; geometrie ukazuje vlastnosti prostoru jako existenční formy hmoty, zatím co teorie relativity je především nová fyzikálně-matematická teorie prostoru a času. Tím také jsou určeny místo a význam geometrie v teorii relativity, a proto je také obzvláště důležité rozumět správně povaze geometrie a geometrických pojmů a také jejich vztahům k fyzikálním vlastnostem reálného prostoru.

Einstein sám velmi dobře poznal důležitost noetických problémů v teorii relativity, především pak důležitost pojetí geometrie a geometrických pojmů

¹⁾ *Die philosophischen Anschauungen Einsteins über die Natur der geometrischen Begriffe*. Psáno pro *Deutsche Zeitschrift für Philosophie*. Otištěno tamtéž, roč. 7, 1959, č. 1.

²⁾ Albert Einstein, *Geometrie und Erfahrung*, Berlín 1921, str. 6.

³⁾ Jsou-li x, y, z prostorové souřadnice a t čas v jedné vztažné soustavě a x', y', z' prostorové souřadnice a t' čas v jiné vztažné soustavě, pohybující se vzhledem k první vztažné soustavě přímočaře a rovnoměrně rychlostí v , platí ve speciální teorii relativity pro přechod od jedné vztažné soustavy k druhé soustavě rovnice

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

(c je rychlost světla v prázdnu) a obráceně

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad y = y'; \quad z = z'; \quad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

To jsou známé Lorentzovy transformační rovnice. Prvním třem z nich, které představují zkrácování délky (ve směru pohybu), se říká také Lorentzova kontrakce, čtvrté rovnici, která popisuje zvolňování času, se říká také Lorentzova dilatace. *Pozn. překl.*

⁴⁾ Albert Einstein, *Grundzüge der Relativitätstheorie*, Braunschweig 1956, str. 39.

a jejich vztahů k fyzikální realitě. Dokazuje to význam, který přikládá novému pojetí prostoru (a času) ve své teorii, dále pak okolnost, že sám mnoho noetických problémů přímo nadhodil, což bylo u něj obvykle úvodem k zpracovávání specifických fyzikálních a matematických problémů. V práci „Základní rysy teorie relativity“, v níž podal své pojetí složité problematiky teorie relativity, položil tyto noetické otázky:

1. Vznik našich představ prostoru a času;
2. pojem fyzikálního tělesa, zejména pojem tuhého tělesa;
3. vztah zkušenosti k našim pojmům;
4. souvislost geometrických pojmů s našimi počítky a se zkušeností;
5. vztah euklidovské geometrie k fyzice a k přírodním objektům.⁵⁾

Einsteinovo řešení těchto noetických problémů tvoří filosofický základ pro výklad fyzikálního a matematického obsahu jeho teorie. Jeho přednáška „Geometrie a zkušenost“ je plna gnoseologických problémů, jejichž řešení je podkladem základních otázek teorie poznání, Einsteinem zde zkoumaných. Přitom přednosti a slabiny filosofických názorů Einsteinových určovaly nakonec silné a slabé stránky řešení oněch problémů jeho teorie, které souvisí s úlohou geometrie v této teorii; úloha geometrie je přitom podle Einsteina v teorii relativity mimořádně významná.

Pokládáme za důležité vyzdvihnout, že Einstein vytyčoval gnoseologické problémy teorie relativity vědomě. Jako velký učenec, který svými objevy zahájil novou vědeckou epochu, stojí v jistých mezích nutně na stanovisku vědeckého materialistického světového názoru. Avšak na rozdíl od převážné většiny vědců, jejichž přírodovědecké materialistické hledisko je spontánní, zastává Einstein materialistické stanovisko vědomě, především ve svém pojetí podstaty geometrie a jejího vztahu k fyzikální realitě. V tomto směru vykonal velmi mnoho vynikající tvůrčí práce.

Einsteinův světový názor byl však zároveň nepříznivě ovlivněn vládnoucími pozitivistickými názory, zejména Machovými a Poincaréovými, které jsou typické pro dnešní, mezi matematiky a fyziky kapitalistických zemí velmi rozšířený pozitivismus. Zde musíme upozornit na jednu důležitou okolnost: Mach a Poincaré měli na Einsteina proto takový vliv, že Einstein vysoce oceňoval mnoho jejich fyzikálních a matematických myšlenek a zejména také proto, že tyto myšlenky měly skutečně velký vědecký význam všeobecně i přímo pro teorii relativity. Je to na příklad Machova these o pohybu hmotného bodu vzhledem ke středu všech ostatních hmot vesmíru, nikoli však vzhledem k prostoru, jak o tom mluví Galileiho-Newtonova mechanika. Dále vyzvedává Einstein obzvláště význam Machovy myšlenky, že setrvačnost závisí na vzájemném působení těles, to jest myšlenku relativnosti všech setrvačných účinků. Tato myšlenka měla velký význam pro vývoj Einsteinovy ideje obecné teorie relativity. Pro teorii relativity byly dále důležité Poincaréovy práce, zejména jeho pojednání „O dynamice elektronu“, v němž Poincaré nezávisle na Einsteinovi a téměř současně s ním formuloval postulát relativity a v němž „Lorentzovy transformace“ (Poincaréův termín) uvažoval jako grupu ve čtyřrozměrném prostoru — pojetí, které později podrobně propracoval Minkowski.⁶⁾ Když Einstein propracovával myšlenku o souvislosti

⁵⁾ Tamtéž, obzvláště kapitola 1: *Raum und Zeit in der vorrelativistischen Physik*, zejména str. 1—5.

⁶⁾ H. Poincaré, *Sur la dynamique de l'électron*, Rendiconti del circolo Matematico di Palermo, sv. XXI, 1906, str. 129.

geometrie s fyzikou a se zkušeností, zdůrazňoval význam Poincaréových prací, v nichž se studovaly vztahy euklidovské a neeuklidovské geometrie k realitě. Poincaréovy názory na tyto problémy jsou skutečně cenné a jejich vliv na Einsteinovy ideje je proto zcela zákonitý, jak také Einstein sám ve své přednášce „Geometrie a zkušenost“ jasně říká. Einstein byl však zároveň nevyhnutelně pod vlivem pozitivistických názorů Machových a Poincaréových. Jeho světový názor je proto plný rozporů, složitý a částečně eklektický.

Tato rozporuplnost a složitost Einsteinových filosofických názorů se projevuje také v jeho názorech na povahu geometrických pojmů a v tom, jaký význam přikládal geometrii v jejím vztahu k fyzikální realitě. Pro teorii relativity je to vše — jak již bylo řečeno — zásadně důležité.

Pod vlivem pozitivistických názorů Machových a Poincaréových se Einstein často vyjadřoval idealisticky o geometrii a o geometrických pojmech a představách. Ve své knize „O speciální a obecné teorii relativity“ říká na příklad, že „pojem „pravdivý“ se nehodí pro výroky čistě geometrické, poněvadž slovem „pravdivý“ označujeme obvykle v poslední instanci souhlas s nějakým „reálným“ předmětem; geometrie se však nezabývá vztahy svých pojmů k předmětům zkušenosti, nýbrž logickými souvislostmi těchto pojmů samých.“⁷⁾ Je zřejmé, že Einsteinovy soudy jsou určovány duchem Machova pojetí vědy, podle kterého je úkolem vědy zkoumat zákony souvislosti počítků a představ a nikoli vlastnosti hmotných věcí. V práci „Geometrie a zkušenost“ vypracoval Einstein originální koncepci pro interpretaci geometrie, ve které se odráží všechna rozporuplnost jeho názorů a nepochybný vliv pozitivistických a částečně kantovských názorů na podstatu geometrických pojmů. Einstein postavil ostře proti sobě „axiomatickou geometrii“ a „praktickou geometrii“, přičemž se na axiomatickou geometrii díval jako na systém prázdných, bezobsažných formálně-logických schemat a kategorií, jež nemají žádného vztahu k realitě. Podle Einsteina „je „bodem“, „přímkou“ atd. nutno v axiomatické geometrii rozumět jen bezobsažná pojmová schemata.“ „*Axiomy geometrie* — říká Einstein — „*jsou volné výtvoř lidského ducha. Všechny ostatní geometrické věty jsou logické závěry z axiomů (jež třeba chápat jen nominalisticky).*“ Odtud pak dochází Einstein k této these, na první pohled paradoxní: „*Pokud se matematické věty vztahují ke skutečnosti, nejsou spolehlivé, a pokud jsou spolehlivé, nevztahují se na skutečnost.*“⁸⁾ Podle Einsteinových slov je tedy geometrie jako část matematiky zbavena všech cizích prvků, to jest jakéhokoli reálného obsahu.⁹⁾ Její pravdivost se tak redukuje na formálně-logický souhlas axiomů a závěrů z nich učiněných, což lze zjistit bez jakéhokoli vztahu k realitě.

Einsteinovy představy geometrických pojmů vycházejí z jeho obecných pozitivistických a kantovských pouček, které se v jeho pracích stále objevují. Einstein často říká, že „*pojmy jsou volné výtvoř lidského ducha*“ a že věda „*je výtvoř lidského ducha se všemi volně objevenými ideami a pojmy*“¹⁰⁾ atd.

⁷⁾ Albert Einstein, *Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie*, Braunschweig 1917, str. 2.

⁸⁾ Albert Einstein, *Geometrie und Erfahrung*, str. 5/3—4.

⁹⁾ Srovnej v tomto směru se zajímavým úvodem P. K. Raševského ke knize Д. Гилберт, Основания геометрии (ruský překlad díla D. Hilbert, *Grundlagen der Geometrie*, B. G. Teubner, Lipsko-Berlín 1930), OGIz, GITTL, Moskva-Leningrad 1948, překladatel P. K. Raševskij. Úvod P. K. Raševského vyšel jako článek P. K. Raševskij, *O dvou stránkách geometrie česky* v SOVĚTSKÁ VĚDA — MATEMATIKA — FYSIKA — ASTRONOMIE, III, 1953, č. 5. Pozn. překl.

¹⁰⁾ Albert Einstein, *Grundzüge der Relativitätstheorie*, str. 2, 5 a d.; dále Albert Einstein und Leopold Infeld, *Die Evolution der Physik*, Hamburg 1956, str. 193.

Nelze v této souvislosti přejít ani Einsteinovy typické machistické formulace, jako „zkušenosti dosažitelné (erlebbare) předměty skutečnosti“, nebo vymezení fyzikálních těles jako „relativně konstantních zážitkových komplexů (Erlebniskomplexe)“, které zůstaly bohužel i v posledním vydání jeho knihy „Základní rysy teorie relativity“.¹¹⁾

To vše bezesporně dosvědčuje, že Einstein pod vlivem pozitivistických a kantovských idejí, zejména pak pod vlivem Machových a Poincaréových názorů byl zastáncem řady idealistických thesís. Přesto myslíme, že to nejsou tyto pozitivistické a kantovské názory o povaze geometrických pojmů, nýbrž materialistické názory, které měly rozhodující úlohu při vypracovávání celého pozitivního obsahu Einsteinovy teorie.¹²⁾

To je také potvrzováno jeho povšechným gnoseologickým stanoviskem, zejména jeho názory na povahu geometrických pojmů.

Einstein samozřejmě vůbec nepochyboval o reálnosti vnějšího světa, kterou fysik studuje takovou, jaká je. Z tohoto hlediska rozhodoval nakonec ve všech otázkách své teorie, která revolucionisovala moderní fysiku. V tomto ohledu jsou obzvláště důležité Einsteinovy úvahy v jeho díle „Základní rysy teorie relativity“, v němž zcela jasně a vědomě klade zcela určité filosofické, noetické otázky. Staví se proti kantovským představám o prostoru a čase, proti apriorismu, to jest proti idealistickému pojetí těchto kategorií, pro celou teoretickou fysiku mimořádně důležitých. Einstein mluví o škodlivém vlivu aprioristické filosofie na vývoj vědeckého myšlení, o „nedosažitelné výši myšlenkové nutného“ (apriorního),¹³⁾ které znamená odloučení pojmů prostoru a času od jejich empirické základny. Einstein říká o těchto pojmech, pro fysiku fundamentálně důležitých, že „fysikové — přinuceni skutečnostmi — je museli snést z Olympu apriornosti, aby je spravili a uvedli zase do upotřebitelného stavu.“¹⁴⁾ Svět idejí nemůže být podle Einsteina nezávislý na empiricko-smyslové základně, ač jeho specifika má jistou samostatnost, to jest „v jistém smyslu“ je „výtvorem lidského ducha“. To jsou zvláště důležité noetické poučky, na nichž také spočívá Einsteinovo odpovídající pojetí geometrických pojmů. Svědčí jasně o jeho materialistickém stanovisku v pojetí prostoru a času a v pojetí podstaty geo-

¹¹⁾ Albert Einstein, *Grundzüge der Relativitätstheorie*, str. 1. O Einsteinově pojetí předmětů skutečnosti jako zážitků (*Erlebnisse*) viz „Geometrie und Erfahrung“, str. 6.

¹²⁾ V jubilejním čísle časopisu *Reviews of Modern Physics*, vydaném k 70. výročí narození A. Einsteina, tvrdí Ph. Frank ve svém článku „Einsteinova filosofie vědy“ (*Einsteins Philosophie der Wissenschaft*), že Einsteinovy filosofické názory souhlasí úplně s názory Poincaréovými a Machovými (sv. 21, č. 3, červenec 1949). Frank tendenčně přihlíží jen k jedné stránce Einsteinova světového názoru, ignoruje a „zapomíná“ druhou stránku, a to stránku podstatnou. Hle, svědomitost a vědecká objektivnost! Frank také dovedl, spekuluje s Einsteinovou proslulostí, dát opatřit svou knihu „Pravda — relativní nebo absolutní?“ (*Wahrheit — relativ oder absolut?*, Curych 1952) předmluvou od A. Einsteina. V této knize tvrdí, že Einstein propaguje jakési „kosmické náboženství“, podle něhož naše vědomí odhaluje „matematickou moudrost boha“ ap. Einstein však v této předmluvě nic takového neříká. Naopak, vysvětluje, že vědecké zákony jsou objektivní, že věda zkoumá vztahy, jež existují nezávisle na lidech, kteří je zkoumají (Předmluva, str. 6). Einsteinovo hluboké přesvědčení o moci matematiky přeměňuje Frank v náboženskou víru, přičemž směšuje vzájemně zcela odlišné projevy a často zneužívá nepřesné Einsteinovy terminologie.

V tomto směru je zajímavý článek H. Vogela v *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* (5/6/IV/1956), v němž se analyzuje vztah Planckův a Einsteinův k náboženství. Vogel v článku oprávněně konstatuje řadu nedůsledností a kolísání těchto vědců, zcela oprávněně však říká, že „kosmická zbožnost“ Einsteina je jeho přiznání objektivnosti přírodních zákonitostí, „kauzální předmítnutí všech vnějších dějů“, atd. (str. 584—604).

¹³⁾ *Des Denknöwendigen*.

¹⁴⁾ Albert Einstein, *Grundzüge der Relativitätstheorie*, str. 2.

metrie jako vědy o prostorových formách předmětů materiálního světa, stanovisko, které tu Einstein vědomě proklamuje.

Svoje pojetí geometrie a geometrických pojmů vložil Einstein v proslulé přednášce „Geometrie a zkušenost“, kterou měl v roce 1922 v berlínské Akademii věd. Hned na počátku přednášky vytyčil ústřední noetickou otázku o podstatě matematiky vůbec a geometrie zvláště: „*Jak je možné, že se matematika, která je přece produktem lidského myšlení na jakékoli zkušenosti nezávislým, tak znamenitě hodí pro předměty skutečnosti?*“¹⁵⁾

Einsteinova odpověď na tuto otázku obsahuje sice rozpory, podstatné je však přitom jeho materialistické pojetí podstaty geometrie. Především má filosoficky jednoznačně určený smysl jeho výše uvedené dělení geometrie na geometrii axiomatickou a na geometrii praktickou: Einstein tu chce především vysvětlit specifičnost matematické abstrakce, vysoký stupeň obecnosti matematických pojmů a kategorií a indiferentnost matematiky vůči smyslově-empirickým vlastnostem jednotlivých předmětů; za druhé umožňuje toto dělení ukázat skutečný smysl geometrických kategorií a odpovědět tak na danou noetickou otázku souhlasu matematiky se skutečností. Na podkladě tohoto rozdělení — o jeho idealistických prvcích byla již řeč — zpracovává Einstein dále dvoje materialistické ideje o povaze geometrie a geometrických pojmů.

Einstein začíná s termínem „geometrie“ samým, který znamená, přeložen doslova z řečtiny, „měření Země“. Poukazuje přitom na to, že toto měření „*se týká možnosti vzájemného relativního uložení (Lagerung) jistých přírodních těles, totiž částí zemského tělesa, měřicích šňůr, měřicích latí atd.*“ Na rozdíl od mnoha historiků matematiky, kteří dělí geometrii na geometrii „předvědeckou“ a na geometrii „vědeckou“ (M. Cantor, Neugebauer a jiní) není Einstein vůbec toho názoru, že geometrie ztratila ve svém dalším vývoji kontakt se svou materiální, pozemskou základnou. Naopak, jen za předpokladu, že z této základny vyjdeme, můžeme pochopit a vysvětlit podstatu geometrie a najít smysl a význam geometrických pojmů. Einstein říká, že geometrii musíme zbavit jejího jen logicky-formálního hávu a „*prázdným pojmovým schématům axiomatické geometrie přiřadit zkušenosti dosažitelné (erlebbare) předměty skutečnosti.*“ Takovým pojetím se stane geometrie *přírodní vědou* a je proto ji třeba chápat jako nejstarší *fyzikální disciplínu*, poněvadž její výroky spočívají „*v podstatě na indukci ze zkušenosti, nejen na logických závěrech.*“¹⁶⁾ Einstein konkretisuje svoje materialistické poučky o podstatě geometrie tím, že výroky euklidovské geometrie pokládá správně za odrazy zákonů uložení (*Lagerung*) a chování prakticky tuhých těles. Einstein také zvláště vyzvedává, že pojem přímky se opírá o zkušenosti se šířením světla. Odtud přechází k myšlence, že geometrie (G) a fyzika (F) jsou neoddělitelné, že součet (G) + (F) tvoří jednotu, která podléhá kritériu zkušenosti a která je jediným podkladem, z něhož lze najít skutečný smysl geometrie a geometrických pojmů. To však není pro Einsteina to hlavní. Pro něj je podstatné, že toto pojetí geometrie bylo nutné pro jeho teorii. *Bez něj, to jest bez materialistického pojetí geometrie by Einstein nebyl mohl, jak sám říká, vybudovat teorii relativity.* Takto vědec a fyzik Einstein přiznává vrcholný význam vědeckého materialistického světového názoru pro vlastní fyzikální teorii, která má v celé dnešní vědě tak velkou úlohu.

¹⁵⁾ Albert Einstein, *Geometrie und Erfahrung*, str. 3.

¹⁶⁾ Tamtéž, str. 5—6.

Je důležité konstatovat, že Einstein ve své knize „Základní rysy teorie relativity“ zastává tytéž noetické názory o povaze geometrických pojmů a že jim zde rovněž přikládá prvořadý význam ve vypracovávání teorie relativity. Poukazuje na to, že právě pro účely jeho teorie je nutné „geometrickým pojmům přiřadit přírodní objekty, bez čehož je geometrie pro fyziku bezpředmětná.“¹⁷⁾ Pro fyzika je nutné, aby bylo rozhodnuto o správnosti daného geometrického systému. „Správností“ rozumí Einstein souhlas geometrie s fyzikálními vlastnostmi věcí hmotného světa. Právě toto stanovisko bylo rozhodující při budování grandiosní stavby jeho teorie, zejména obecné teorie relativity, nebo — jak ji dnes nazývá mnoho významných fyziků — relativistické gravitační teorie.

Einstein začíná ve své obecné teorii relativity tím, že zdůvodňuje odklon od euklidovské geometrie jako jediné a absolutní geometrie světa. K tomuto fundamentálnímu závěru dochází na podkladě rozboru podstatných souvislostí mezi geometrií a fyzikálními vlastnostmi reálného prostoru. Připustíme-li existenci neinerciálních soustav, které obsahují gravitační pole, musíme přiznat, že zákony euklidovské geometrie pro ně neplatí. Einstein to ukazuje na klasickém myšlenkovém pokusu, který se opírá o reálné experimentální výsledky (nepřímý pokus). Píše: „Mysleme si totiž souřadnicovou soustavu K' , jejíž osa z' splývá s osou z souřadnicové soustavy K , a která kolem této osy rotuje s konstantní úhlovou rychlostí ... Je-li nyní U počet tyčí na obvodu, D počet tyčí na průměru, je, jsou-li soustavy K a K' vzájemně v klidu,

$$\frac{U}{D} = \pi.$$

Jestliže však souřadnicová soustava K' rotuje kolem osy z' , je tomu jinak ... V soustavě K se totiž tyče na obvodu zkracují ve smyslu Lorentzovy kontrakce¹⁸⁾, tyče na průměru (ve směru své délky) nikoli. Bude tedy

$$\frac{U}{D} < \pi.$$

Z toho plyne, že zákony uložení (*Lagerungsgesetze*) tuhých těles vzhledem k soustavě K' nesouhlasí se zákony uložení těles podle euklidovské geometrie.¹⁹⁾

Einstein vyvozuje odtud tento důležitý závěr: „Gravitační pole ovlivňuje resp. určuje metrické zákony prostoročasového kontinua.“²⁰⁾ Zásadně stejně uvažuje Einstein i pokud jde o čas, což mu umožňuje formulovat všechny fundamentální poučky pro celé prostoročasové kontinuum.

Propracováváním těchto myšlenek dochází Einstein k novému výrazu pro element oblouku za přítomnosti gravitačního pole, které je ve skutečnosti vždy přítomno a od něhož lze abstrahovat jen za zcela určitých podmínek. První fundamentální tensor tu popisuje metrické vztahy nejen v prostoročasovém kontinuu ale i v gravitačním poli.²¹⁾ Tato poslední okolnost je velmi

¹⁷⁾ Albert Einstein, *Grundzüge der Relativitätstheorie*, str. 5.

¹⁸⁾ Viz poznámku 3). *Pozn. překl.*

¹⁹⁾ Albert Einstein, *Grundzüge der Relativitätstheorie*, str. 38—39.

²⁰⁾ Tamtéž, str. 39.

²¹⁾ Souřadnice bodů v n -rozměrném prostoru (křivočaré nebo přímočaré) označme $\xi^1, \xi^2, \dots, \xi^n$, nebo stručněji ξ^λ , $\lambda = 1, 2, \dots, n$ (řecké písmeno vpravo nahoře neznamená tedy mocnitelé, nýbrž

důležitá, poněvadž ukazuje jednotu geometrických a fyzikálních vlastností reálného prostoru a zároveň závislost geometrických vlastností na vlastnostech fyzikálních.

O Einsteinově gravitační rovnici²²⁾, která je jádrem Einsteinovy gravitační teorie, říká akademik V. A. Fok, že je to „*vynikající výtěžek lidského genia.*“²³⁾ Einstein mohl dojít k tomuto výsledku proto, poněvadž hluboko pronikl do podstaty reálné geometrie světa, to jest do vnitřních vlastností prostorovočasového kontinua. Nade všechno význačný tu byl odklon od euklidovské geometrie, která byla údajně jedinou a absolutní geometrií světa, a její nahrazení geometrií neeuklidovskou, zejména Riemannovou. Einstein mluví v této souvislosti — zcela právem — o velkém významu Riemannových idejí, které znamenají jasnou anticipaci fyzikálního smyslu Riemannových zobecnění euklidovské geometrie na n -rozměrné kontinuum.

Pro studium geometrie n -rozměrných prostorů je vynikajícím nástrojem tak zvaný tenzorový počet. Vybudovali jej ve svých pracích Ricci a T. Levi-Civita. Einstein spolu s matematikem Grossmannem jej aplikoval na teorii relativity a odvodil řadu důležitých pouček relativistické teorie gravitace, které, jak známo, byly fyzikálními pokusy a astronomickými pozorováními skvěle potvrzeny. Rozhodující význam tu měla myšlenka, že geometrické vlastnosti prostoru jsou závislé na jeho fyzikální povaze, zejména na gravitačních polích hmotných mas.

Historické kořeny myšlenky, že geometrické vlastnosti prostoru jsou závislé na jeho fyzikální povaze, tkví nepochybně v pracích N. I. Lobačevského, který nejen první uveřejnil práci o neeuklidovské geometrii, ale který také postavil do správného světla pojetí fyzikálního smyslu geometrických pojmů a kategorií.²⁴⁾

„očíslování“ souřadnice). Křivka v tomto prostoru se dá pak vyjádřit soustavou parametrických rovnic

$$\xi^\lambda = \xi^\lambda(t),$$

kde t je proměnný parametr a $\xi^\lambda(t)$ funkce tohoto parametru, vyhovující jistým podmínkám (spojitost, derivovatelnost až do jistého řádu atd.). Čtverec diferenciálu oblouku (ds) této křivky se pak vyjadřuje pozitivně definitní kvadratickou formou

$$|ds^2 = a_{\lambda\mu} d\xi^\lambda d\xi^\mu,$$

kde se sčítá (nezávisle na sobě) podle indexů λ, μ . Je tedy vlastně

$$a_{\lambda\mu} d\xi^\lambda d\xi^\mu = \sum_{\lambda,\mu} a_{\lambda\mu} d\xi^\lambda d\xi^\mu,$$

sumační znak se však podle úmluvy, zavedené A. Einsteinem, vynechává s tím, že se vždy sčítá podle indexu, který se ve formulí vyskytuje dvakrát — jednou dole a jednou nahoře.

Elementem oblouku v textu se rozumí diferenciál oblouku ds . Výrazy $a_{\lambda\mu}$ (to jest a_{11}, a_{12} atd.) jsou obecné funkce proměnných ξ^λ (souřadnic). Jejich soubor je tak zvaný první fundamentální tenzor nebo také metriický tenzor zkoumaného prostoru. Výše napsané rovnici pro ds^2 se říká první fundamentální forma nebo také metriická forma prostoru. Podrobněji o tom viz na příklad v článku doc. dr. K. Havlíček, *Přehled základních pojmů z geometrie zakřivených prostorů*, v tomto časopise, roč. III, 1958, č. 6. Pozn. překl.

²²⁾ $R_{\lambda\mu} - \frac{1}{2}g_{\lambda\mu}R = -\xi T_{\lambda\mu}$.

²³⁾ W. A. Fok, *Die Raum-, Zeit- und Gravitationstheorie*, Moskva 1955, str. 469.

²⁴⁾ Viz v tomto směru na příklad článek H. B. Марков, Значение геометрии Н. И. Лобачевского для развития физики, Сборник *Философские вопросы современной физики*, Изд. АН СССР, Moskva 1952; český N. V. Марков, *Význam geometrie N. I. Lobačevského pro rozvoj fyziky*, SOVĚTSKÁ VĚDA — MATEMATIKA, FYSIKA, ASTRONOMIE, III, 1953, č. 1. Pozn. překl.

N. I. Lobačevskij došel již v 30. letech minulého století k myšlence přezkoušet klasickou mechaniku a vypracovat novou mechaniku, která by odpovídala neeuklidovské geometrii²⁵⁾.

Lobačevského, Riemannovy a Einsteinovy myšlenky o závislosti geometrického na fyzikálním rozvíjeli dále sovětští vědci, zejména V. A. Fok a jeho škola. Promluvíme o jedné z mnoha otázek, kterými se zabývali, a to o vlivu různých fyzikálních činitelů na metrické vlastnosti prostoru. V. A. Fok poznamenává, že podle teorie relativity se nenabitý hmotný bod pohybuje v gravitačním poli po geodetické čáře²⁶⁾, přičemž metrika prostoru je dána metrickou formou

$$ds^2 = g_{\lambda\mu} dx^\lambda dx^\mu. \quad 27)$$

Je-li hmotný bod nabitý, působí na něj také okolní elektromagnetické pole. Metrika prostoru je pak složitější; element oblouku je pak dán formulí

$$ds^2 = g_{\lambda\mu} dx^\lambda dx^\mu - \frac{l^2}{m^2 c^4} (A, dx^\nu + du)^2,$$

kde druhý člen na pravé straně vyjadřuje vliv potenciálu vnějšího elektromagnetického pole. Odtud pak lze odvodit pohybové rovnice nabitého hmotného bodu²⁸⁾. V. A. Fok, který tyto myšlenky propracovával dále, mluví právem o tom, že „rozložení hmot v prostoru má ostrovní charakter,“ což potvrzují astronomická pozorování. Z toho lze pak dojít k této formuli pro element oblouku:

$$ds^2 = c^2 dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2. \quad 29)$$

V Einsteinově rovnici pro element oblouku se předpokládá, že hmota je v prostoru rozložena rovnoměrně.

Na konec pojednáme ještě o otázkách, které souvisí s tak zvaným kosmologickým problémem, pro který Einstein sám podává některá řešení. Jde o důležitý problém, jehož studium v rámci teorie relativity je spojeno přímo s odpovídajícím pojetím souvislosti geometrie a fyziky.

Einstein ve své knize „Základní rysy teorie relativity“ a také v jednotlivých článcích (na příklad v článku „O kosmickém problému obecné teorie relativity“³⁰⁾) vypracoval myšlenku konečného vesmíru, prostorově ohraničeného světa s rovnoměrně rozloženou hmotou. Za řady libovolných předpokladů, na příklad za předpokladu, že prostor má kladnou křivost, udává vzorce pro hmotu světa, pro jeho poloměr a jiné. Zejména k formuli pro poloměr světa $a = \frac{M\kappa}{4\pi^2}$ poznamenává, že v ní se „obzvláště zřetelně projevuje úplná zá-

²⁵⁾ Н. И. Лобачевский, О началах геометрии (О основах геометрии), 1829, zejména pak Новые начала геометрии с полной теорией параллельных (Новые основы геометрии и полная теория равнобедренных, 1835—1838), kde mluví jednoznačně o nové mechanice, která je odlišná od klasické mechaniky Galileiho a Newtona.

Viz také článek N. V. Markova, cit. v poznámce ²⁴⁾. Pozn. překl.

²⁶⁾ Geodetická čára je nejkratší spojnice dvou bodů v prostoru. Na příklad v rovině (nebo v každém euklidovském prostoru) je to úsečka, na ploše kulové je to oblouk hlavní kružnice ap. Pozn. překl.

²⁷⁾ Viz pozn. ²¹⁾. Pozn. překl.

²⁸⁾ W. A. Fok, Einige Anwendungen der Ideen der nichteuklidischen Geometrie Lobatschewskis auf die Physik, Moskva-Leningrad 1950.

²⁹⁾ Tamtéž, str. 75.

³⁰⁾ Zum kosmischen Problem der allgemeinen Relativitätstheorie, Berlin, 1931.

*vislost geometrického na fyzikálním.*³¹⁾ Žádná Einsteinova poznámka tu není namířena proti myšlence těsné souvislosti geometrických a fyzikálních vlastností prostoru, avšak nesprávná východiska vedou nevyhnutelně k nesprávným závěrům, jimž pak také slouží odpovídající matematický aparát. V uvedeném vzorci se ovšem jeví závislost poloměru světa na jeho hmotě M , to však je fakticky postulováno jen pro konečné prostory. Einsteinovy formule nelze úplně zamítnout; lze je pokládat v jistém smyslu za aproximace, avšak nikoli pro celý vesmír, nýbrž jen pro lokálně omezené prostory, v nichž se projevuje působení jejich centrálních gravitačních hmot, které určují kladnou křivost a na něž lze aplikovat Riemannovu geometrii. Extrapolace těchto činitelů na celý vesmír není nijak nutná. Naopak, pro takovou extrapolaci není dokonce ani fyzikálních ani logických důvodů. Geometrické faktory nejsou proto při řešení fyzikálních problémů vůbec směrodatné a všechny pokusy a snahy vycházet při řešení kosmologických problémů z Riemannovy geometrie jako geometrie omezených prostorů se ukazují neodůvodněné.³²⁾

Závislost geometrických vlastností prostoru na jeho fyzikální povaze, která proniká celou teorií relativity, nevede nijak k nutnosti koncepcí prostorově uzavřeného světa. Další propracování teorie, na němž se Einstein sám také zúčastnil, ukázalo, že takovou koncepci nelze pokládat za jediné, s celou teorií organicky spjaté řešení. V „Dodatku I“ k dílu „Základní rysy teorie relativity“, v němž se pojednává o kosmologickém problému, mluví Einstein o nových výsledcích, jichž se v tomto směru v teorii relativity dosáhlo, a které mají vynikající vědecký a filosofický význam. Podstatné v těchto výsledcích je, že se ukazuje *hypothese nekonečného prostoru jako organicky spjatá s celým komplexem relativistických idejí.*

Einstein ukazuje, že vážné obtíže, které se vyskytly v jeho starém řešení kosmologického problému, se dají na podkladě idejí sovětského matematika A. A. Fridmana překonat jak zavedením tak zvaného „kosmologického členu“, tak bez něj. Einstein vyzvedává zejména, že Fridman ukázal již v roce 1922, že „podle rovnic pole je možné uvažovat konečnou hustotu v celém prostoru (chápaném trojrozměrně), aniž se tyto rovnice ad hoc rozšiřují.“ Zcela racionální požadavek prostorové isotropie vesmíru vede na Fridmanovo schéma, v němž, jak Einstein dále rozvádí, „jde o nejobecnější předpoklad (Ansatz), který pro kosmologický problém přichází v úvahu.“³³⁾

Einstein obsírně vykládá Fridmanovy ideje a přiklání se dokonce k dynamickému pojetí prostoru. Opírá se přitom o skutečnosti, jež tuto koncepci podporují, totiž o rozpinání hvězdné soustavy, objevené Hubblem. Toto rozpinání je však zase nutno převést na zákonitosti omezených oblastí, v nichž

³¹⁾ Albert Einstein, *Grundzüge der Relativitätstheorie*, str. 69.

³²⁾ S tímto aspektem je třeba brát různé pokusy o „geometrisaci“ světa, to jest pokusy o to, zachytit fyzikální děje světa geometrickými schématy a podat tak jejich reálný obraz. K těmto pokusům patří pokus H. Weyla vybudovat tak zvanou gradientní invariantní geometrii (*Gradienten-Invarianten-Geometrie*) zároveň pro gravitační i elektromagnetické pole, dále různá schémata matematika Kaluzy, i snahy Einsteinovy a jeho spolupracovníků Mayera, Bergmanna a Bargmanna o výklad různých fyzikálních polí obsáhlými geometrickými schématy. Bergmann tu přiznává, že „směle naděje se nespĺnily.“ K rovnicím pole jako zobecněným rovnicím gravitačním, které Einstein odvodil v poslední době, nutno poznamenat, že jejich fyzikální smysl je zcela nejasný. Einstein sám to přiznává, když říká, že dnes ještě jsme velmi daleko od výkladu skutečného smyslu zobecněných rovnic pole. „Z této příčiny nemůžeme dnes obsah nelineární teorie pole srovnat se zkušeností.“ (*Grundzüge der Relativitätstheorie*, str. 110.) Apriorní geometrie nevede tedy k plodným výsledkům.

³³⁾ Albert Einstein, *Grundzüge der Relativitätstheorie*, str. 73, 84. Práce A. A. Fridmana byla uveřejněna poprvé v časopise „*Zeitschrift für Physik*“, 10, 1922.

byl pozorován lineárně rostoucí rudý posuv spektrálních čar. Einstein však nedovádí Fridmanovy ideje logicky do konce, přes to, že jim přiznává velký význam a přes význam jeho vlastních úvah; nedochází totiž k uznání ideje nekonečného prostoru. V této souvislosti je důležité poukázat na propracování těchto idejí V. A. Fokem.

Fok poukazuje především na význam Fridmanových idejí pro studium kosmických prostorů, pro zkoumání obrovských oblastí s mnoha mléčnými drahami. Lze říci, že v těchto prostorech je rozložení galaktických soustav v průměru rovnoměrné, což potvrzují astronomická pozorování vesmíru do vzdáleností miliard světelných roků. To vyhovuje Fridmanovým podmínkám: isotropii prostoru při nenulové hustotě hmoty. Fridman podal také řešení Einsteinových gravitačních rovnic, které těmto podmínkám vyhovuje. Dále ukazuje V. A. Fok při propracovávání Fridmanovy teorie, že při jeho řešení lze zavést takové souřadnice, že v prostoru platí Lobačevského geometrie. Zcela odůvodněně proto označuje Fok odpovídající prostoročasové kontinuum jako Fridmanův-Lobačevského prostor. Dochází pak při studiu pohybových rovnic těles, které vyhovují Fridmanovu řešení, když zavede tři prostorové proměnné veličiny v_i , ($i = 1, 2, 3$) a proměnnou veličinu časovou τ k této metrice:

$$dl^2 = \tau^2 \left(1 + \frac{\alpha}{\tau} \right)^4 d\sigma^2 \text{ }^{34)} .$$

„To je Lobačevského prostor s konstantní zápornou křivostí. Jeho objem je nekonečný.“ (Podtrženo G. A. K.)

Hypothesa nekonečného prostoru s odpovídající geometrií tedy neodporuje nijak teorii relativity, a dřívější tvrzení Einsteina i pozdější spekulace s konečností prostoru, údajně to jediné, co je „organicky“ slučitelné s teorií relativity, jsou takto vyvrácena.

Na konec bychom ještě chtěli poukázat na správnou myšlenku Fokovu, pokud jde o stupeň aplikovatelnosti Fridmanova-Lobačevského prostoru; nemůže být „modelem světa jako celku“, nerepresentuje žádnou absolutní pravdu v poznávání struktury a geometrie celého nekonečného vesmíru: ukazuje jeho vlastnosti jen s jistým stupněm přesnosti. Geometrie Fridmanova-Lobačevského prostoru a také Fridmanovy myšlenky umožňují učinit v poznávání kosmických prostorů v poznávání geometrických vlastností reálného prostoru významný krok vpřed.

To je nový triumf materialistických idejí N. I. Lobačevského, B. Riemanna a A. Einsteina o závislosti geometrického na fyzikálním.

Přeložil dr. Josef Veselka

³⁴⁾ Zde je $\tau = \sqrt{t^2 - \frac{1}{c^2}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)}$ časová proměnná, α konstanta a $d\sigma^2$ čtverec diferenciálu oblouku v rychlostním prostoru Lobačevského-Einsteina.