Jaroslav Šedivý

Práce A. N. Kolmogorova na přestavbě školské matematiky

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 18 (1973), No. 3, 146--153

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/139287

předmětů umožňuje dokonalejší přípravu studentů FMŠ ke studiu na vysoké škole a práce v laboratořích vědeckých pracovišť dává dobré předpoklady k budoucí vědecké práci.

8. Závěr

Vývoj středního školství směřuje k tomu, aby žáci na jedné straně získali široké všeobecné vzdělání v povinných předmětech určených pro všechny žáky, na druhé straně aby se posílilo jejich odborné zaměření a rozvíjely se individuální schopnosti, jež jsou nutné k uvědomělé volbě povolání v zájmu výstavby komunistické společnosti, a to formou nepovinných předmětů a zájmových útvarů. Pojetí novosibirské FMŠ tomuto vývoji odpovídá. Internátní forma zajišťuje stejné předpoklady ke studiu pro všechny studenty a dává možnost jednotného výchovného působení. Zřizování specializovaných tříd a škol pokládají pracovníci novosibirské FMŠ zatím za dobrou iniciativu v tomto směru.

V budoucnosti se zaměří pracovníci novosibirské FMŠ na pomoc školám na Sibiři v péči o zájemce matematiky a fyziky. Konají se zájezdy vědeckých pracovníků do oblastních a okresních středisek a v oblastních městech se zřizují internátní školy.

Literatura:

[1] LITERAT, S. I.: *Problemy otbora i obučenija v specializirovannych fiziko-matěmatičeskich školach-internatach pri gosudarstvennych universitětach.* Kandidatskaja disertacija. Novosibirsk, 1971, 334 s.

[2] VOLF, I.: *Navštívil jsem FMŠ.* V rukopisu.

[3] VOLF, I., VOLFOVÁ, M.: *Přijímací zkoušky na FMŠ (1).* V rukopisu.

[4] VOLF, I., VOLFOVÁ, M.: *Přijímací zkoušky na FMŠ (2).* V rukopisu.

[5] LITERAT, S. J.: *Problemy otbora i obučenija v specializirovannych fiziko-matěmatičeskich školach-internatach pri gosuniversitětach.* Avtoreferat kandidatskoj disertacii. Novosibirsk, 1972, 29 s.

[6] KIKOIN, I. K., KIKOIN, A. K.: *Fizika 8.* Moskva, 1972, 255 s.

Práce A. N. Kolmogorova na přestavbě školské matematiky

Jaroslav Šedivý, Praha

Jeden z nejvýznamnějších sovětských matematiků, Andrej Nikolajevič Kolmogorov, se dožil 25. dubna t. r. sedmdesáti let. Jeho přínos matematické vědě podrobně zhodnotily odborné časopisy; zde si všimněme té složky jeho činnosti, která se týká školské matematiky.

Akademik Kolmogorov vstoupil na moskevskou universitu v r. 1920 a od té doby je jeho život s ní neustále spojen. Zájem o matematiku v něm prý dlouho bojoval se zájmem o historii, jako mladý student napsal dokonce vědecké pojednání o starém Novgorodě, k němuž shromáždil archivní dokumenty z 15. a 16. století. Samostatnou matematickou práci zahájil již v r. 1922 rozsáhlým pojednáním z teorie množin (publikováno bylo v r. 1928). Od tohoto roku začíná jeho rozsáhlá tvůrčí činnost v matematice; vždy volil aktuální tematiku a jejím řešením významně přispíval k rozvoji příslušné teorie. I v nejširších kruzích je známo, že vytvořil axiomatický základ teorie pravděpodobnosti; práci *Základní pojmy teorie pravděpodobnosti* napsal v r. 1933. (V odstavci XI tohoto článku je zařazeno autentické vyjádření A. N. Kolmogorova k této věci.) Přitom má velký smysl pro aplikabilitu teoretických výsledků a mnoho prací věnoval této problematice, ať šlo o fyziku, geofyziku, mechaniku nebo lingvistiku, biologii, kontrolu výroby.

Pedagogické působení A. N. Kolmogorova na universitě je neobyčejně plodné, má velmi mnoho žáků, někteří jsou dnes již sami akademiky. Navrhl rovněž úpravy studia a zavedl řadu nových přednášek. Začátky vlastní pedagogické činnosti A. N. Kolmogorova jsou však spojeny s pokusnými základními školami zřizovanými v prvních letech sovětské vlády; na jedné z nich působil po několik let (viz odst. IV). Vřelý zájem o vyučování matematice projevuje A. N. Kolmogorov neustále. Po dlouhá léta se věnuje matematickému vzdělávání talentovaných středoškoláků, podílí se na organizaci olympiád, přednáší v letních školách, píše učebnice a popularizační články, ale přednáší i učitelům matematiky a publikuje metodické články pro výuku třebas i v 6. třídě, recenzuje učebnice apod. Prolistujeme-li poslední ročníky časopisu Matěmatika v škole, najdeme bohaté svědectví neobyčejné energie, s jakou se zabývá různými aspekty modernizace vyučování matematice. Nepřehlédněme ani to, že je členem redakční rady Matěmatiky v škole a zástupcem hlavního redaktora časopisu Kvant vydávaného pro studenty zajímající se o matematiku a fyziku.

Pokusím se ve zkratce vyjádřit názory akademika Kolmogorova na přestavbu školské matematiky, a to i jejich určitý vývoj v průběhu celého (a ještě neskončeného) procesu tvorby nových učebnic pro sovětské školy. Snad takový „sled filmových okének" umožní vystihnout roli A. N. Kolmogorova v této historické etapě a dovolí naznačit i důkladnost práce celého kolektivu sovětských matematiků. Akademik Kolmogorov má nesporně velkou autoritu, ale je přístupný argumentům oponentů a v některých směrech své názory po diskusi koriguje.

I

V letech 1958–60 probíhala v SSSR diskuse o nových osnovách matematiky v 5.–8. třídách základní školy a 9. –11. třídách střední školy. Změna osnov byla spojena s přechodem od sedmiletého k osmiletému všeobecnému vzdělání; po obsahové stránce měly nové osnovy zajistit užší sepětí školské matematiky s potřebami praxe. Pro našeho čtenáře může být překvapením např. zařazení výpočtů s logaritmickým pravítkem do 8. třídy a řešení kvadratických rovnic v této třídě. Geometrické učivo tam bylo poněkud oslabeno v tradičních partiích planimetrie a rozšířeno o studium prostorových útvarů a o goniometrické funkce ostrého úhlu. Látka střední školy byla rozšířena zejména o vektory v 9. třídě, studium vlnění pomocí goniometrických funkcí v 10. třídě (včetně skládání vlnění), v 11. třídě zejména pak o pojem derivace a jeho aplikace.

Pro výuku podle nových osnov byly napsány učebnice zčásti „na objednávku", proběhl však též konkurs, který objevil řadu nových schopných autorů. V čele komise posuzující texty přihlášené do konkursu (pro zajímavost: práce byly odevzdány pod hesly, komise neznala jména autorů) byli známí vědci B. V. Gnedenko, B. I. Levin, A. G. Kuroš, N. F. Četveruchin. Jméno A. N. Kolmogorova se nevyskytuje v souvislostech s prací komise, která ukončila svou práci r. 1964 návrhem na vydání některých učebních textů.

II

V r. 1965 a v dalších letech A. N. Kolmogorov kriticky hodnotil spěšně psané učebnice, podrobil kritice např. učebnici V. G. BOLTJANSKÉHO a I. M. JAGLOMA *Geometrie pro 9. třídu*, kde se autoři snažili zejména o posílení role zobrazení v kursu planimetrie. Hovoří přitom přímo o lehkomyslnosti celého záměru reformy a o její polovičatosti. Pokud jde o geometrii, uvádí, že je třeba seriózně *posoudit, jaké místo mohou mít geometrická zobrazení ve školské matematice.* Vymezuje čtyři možné přístupy k věci:

1. Přejeme si naučit žáky využívat zobrazení při řešení úloh.
2. Chceme učinit jednotlivé typy zobrazení předmětem systematického studia.
3. Považujeme za potřebné zformulovat mezi axiómy geometrie i základní vlastnosti zobrazení, např. shodností.
4. Zamýšlíme podřídit konstrukci kursu geometrie koncepci teorie grup a začít výkladem některé grupy zobrazení.

Jako příklad zdařile napsané učebnice, která splňuje záměry 1 – 3, jmenuje knihu E. BORELA *Géometrie* napsanou v r. 1905 (!). Tam se na základě kinematických představ formulují základní vlastnosti přemístění, posunutí, otočení; výklad není zatížen složitými důkazy. (Citovanou knihu připomíná A. N. Komogorov velmi často i při jiných příležitostech.) „V literatuře známé varianty plně axiomatického výkladu geometrie, které zcela uplatňují grupovou koncepci podle bodu 4, považuji za málo vhodné pro nevýběrovou střední školu“, uzavírá akademik Kolmogorov. Pro základní školu je podle jeho mínění vhodná tendence 1 a 3, zatímco druhý bod by měl být realizován na střední škole. Pokud jde o axiomatizaci geometrie, oceňuje přístup H. WEILA, který pracuje s body a vektory jako se základními pojmy; uplatnění této koncepce ve škole by však vyžadovalo promyšlení souvislostí a důsledků, poznamenává na závěr.

III

První předzvěstí aktivního podílu Akademie věd SSSR na současné přestavbě školské matematiky je projekt „Obsah matematického vzdělání v osmileté škole“, otištěný v dubnu 1965 jako návrh perspektiv vyučování matematice v sovětských školách. Byl zpracován komisí, jejímiž členy byli I. M. Gelfand, A. N. Kolmogorov, A. I. Markuševič, I. M. Jaglom a další; nejde o osnovy, látka je seřazena v 28 odstavcích.

Obsah matematického vzdělání je proti dosavadnímu rozšířen o nové ideje; předpokládá se však oslabení některých tradičních témat. Doporučuje se zařadit řešení rovnic, číselnou osu a záporná čísla do 4. třídy; dále geometrické posloupnosti, exponenciální a logaritmickou funkci do vyšších tříd jako podklad pro práci s logaritmickým pravítkem. Přesné logické uvažování se má zavádět postupně, není přitom nutné začínat geometrií; počet vět určených k zapamatování má být snížen, např. poznatky o tětivových a tečnových čtyřúhelnících, průsečíku výšek v trojúhelníku a metrické vztahy v kruhu mohou sloužit jen jako podklad úloh.

IV

Skupina pracovníků Akademie věd SSSR, která vypracovala výše uvedený návrh, byla rozšířena o pracovníky Akademie pedagogických věd RSFSR a připravila materiál nazvaný Rozsah matematických znalostí pro nejvyšší třídy střední školy. Základní ideje návrhu vyložil A. N. Kolmogorov spolu s I. M. Jaglomem v článku uveřejněném na podzim r. 1965.

A. N. Kolmogorov vehementně prosazuje exponenciální a logaritmickou funkci na základní školu a základy matematické analýzy na střední školu. Jde mu o názornou motivaci pojmu derivace a integrál při studiu procesů, zejména fyzikálních. „Snad není třeba dokazovat, jak je žádoucí dosáhnout v zájmu všeobecného vzdělání toho, aby všichni žáci zcela konkrétně pochopili aspoň newtonovskou koncepci, že je možné vyjadřovat elementární přírodní zákony pomocí derivací a integrálů. Po dobré úvaze navrhujeme, aby okruh znalostí z analýzy končil rovnicemi exponenciálního růstu $y' = ky$ a harmonických pohybů $y'' = -k^2y$."

Zdůrazňuje, že vůbec nejde o zařazování těžkého kursu matematické analýzy, předmětem zkoumání zůstanou tradiční elementární funkce, ale jejich studium se stane zajímavějším, jednodušším a ideově obsažným při dostatečně včasném zavedení derivace. Vzpomíná na svou zkušenost z let 1922–25, kdy vyučoval v 7. třídě pokusné školy s velmi demokratickou skladbou žactva; ihned po řešení kvadratických rovnic a po příkladech grafů kvadratických funkcí zavedl pojem derivace (bez výkladu o limitách) a vyšetřoval pak pomocí ní průběh funkcí. Zformuloval i úlohu najít primitivní funkci a dosáhl plného porozumění zápisům typu

$$v = v_0 + \int_{t_0}^{t} g \, \mathrm{d}t , \quad x = x_0 + \int_{t_0}^{t} v \, \mathrm{d}t .$$

Podstatná na tomto experimentu však byla koordinace až prolínání vyučování matematice a fyzice; i dnes je těsná spolupráce nanejvýš žádoucí. Pojem limity a spojitosti funkce se nesmí z vyučování ztratit, musí se však objevovat při analýze konkrétních situací, uzavírá akademik Kolmogorov.

Tradiční kurs geometrie v 6.–8. třídě označují oba autoři za tak nedůsledný, že si ho lze vysvětlit jen jako výsledek nepřípustného kompromisu mezi úsilím o jednoduchost a přáním zachovat dojem „přesnosti" výkladu. Vyslovují se proti tradici budovat nejprve úsek „absolutní geometrie", tj. odkládat vyslovení axiómu rovnoběžnosti co nejdéle. Zařazení matematického pojmu vektor do učiva osmiletky nepovažují za zcela oprávněné, mělo by tam však být zařazeno téma o vázaných vektorech a jejich sčítání pomocí rovnoběžníka (opět možná koordinace s fyzikou). Neuvažují o zařazení analytické geometrie do látky osmiletky, ovšem princip souřadnicové soustavy, vzorec pro vzdálenost bodů, rovnici přímky, grafy funkcí tam mají své místo. V třídách střední školy má být mnoho stereometrických úloh řešených pomocí vektorů, souřadnic a trigonometrie.

V

V posledním čísle Matěmatiky v škole, roč. 1965, uveřejňuje A. N. Kolmogorov ukázku ze své připravované učebnice – výklad spojitosti funkcí a limity funkce. Vychází od racionálních lomených funkcí, ukazuje změnu definičního oboru při krácení podílu funkcí, motivuje spojitost a limitu funkce, derivaci funkce. Využívá úvah o přírůstcích času Δx, dráhy Δy, např. pro $y = f(x) = x^2 - 2x$ dostává $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x) = (2x - 2)\,\Delta x + (\Delta x)^2$, vyjadřuje průměrnou rychlost $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2x - 2 + \Delta x$ a přechází k okamžité rychlosti v čase x rovnající se $2x - 2$. Závěrečný odstavec učebnice (spíše sondy) tvoří přesné definice vysvětlovaných pojmů; text byl experimentálně prověřován v 9. třídách některých škol.

Publikováním této ukázky chtěl zřejmě akademik Kolmogorov přesvědčit učitele, že výklad pojmu derivace může být názorný, bez velkého teoretizování a složitých zápisů. Již dříve totiž nejednou upozorňoval, že kritici modernizačních návrhů oponují heslu z osnov jen proto, že si nedovedou představit jeho elementární výklad a spojují s ním všechny překážky, které sami překonávali na vysoké škole.

Ve třech dalších článcích kritizuje A. N. Kolmogorov rozmanité nedostatky používaných učebnic, navrhuje metodické i obsahové změny v jednotlivých partiích apod. Autoři učebnic zpravidla napadené úseky při dalším vydání přepracovali.

VI

Samostatné zmínky zasluhuje vystoupení akademika Kolmogorova na Mezinárodním kongresu matematiků v Moskvě r. 1966. Jeho přednáška byla pro nával posluchačů přeložena do velké posluchárny. Hovořil o obsahu středoškolské matematiky, o práci s žáky speciálních internátních škol s posíleným vyučováním matematice a fyzice, o letních školách na Krymu apod.

Podtrhl velké možnosti, jaké poskytuje přiblížení školních osnov současným představám o stavbě matematické vědy; mnohé partie školské matematiky lze zjednodušit a v získaném čase dát žákům širší pohled na matematiku. Varoval však před ignorováním konkrétní látky, která je pro žáky přesvědčující a v praxi použitelná. Zmínil se o častých případech neumělé modernizace, zvláště o nepřiměřené snaze všechno axiomatizovat; bylo trochu pikantní, že se právě jemu dostal do ruky materiál rozdávaný britskými účastníky, ve kterém byla nezdařeným způsobem axiomaticky zpracována teorie pravděpodobnosti.

Jako nepostradatelné složky nových osnov označil základy diferenciálního a integrálního počtu, pojem pravděpodobnosti a principy činnosti počítacích strojů. Skepticky se vyslovil o možnosti přiznat významnější místo vektorovým prostorům, tím reagoval na kongresový referát prof. PAPYHO, který prosazoval jako královskou cestu geometrie teorii vektorových prostorů se skalárním součinem. (Později se názor akademika Kolmogorova zčásti změnil.)

VII

Na počátku r. 1967 byl dán k veřejné diskusi návrh osnov matematiky pro 4.–10. ročník budoucí desetileté všeobecně vzdělávací školy, který připravila desetičlenná komise za účasti akademika Kolmogorova. Návrh vycházel samozřejmě z materiálů vymezujících obsah a rozsah látky, o kterých jsme již hovořili. Matematice má být věnováno ve 4.–8. třídě šest hodin týdně, v 9. a 10. třídě pět hodin (srovnejme tyto počty s našimi osnovami!). Při výběru látky dostaly přednost partie, které mají nejširší všeobecně vzdělávací význam a uplatňují se v praxi.

K nejvýraznějším novinkám patřilo zařazení záporných čísel již od 4. třídy, používání logaritmického pravítka již od 6., resp. 7. třídy (tam s poučením o přibližných výpočtech). Užitečné pojmy a symboly z oblasti matematické logiky a teorie množin se užívají od 4. třídy, do 7. třídy patří výklad o principech počítacích strojů. V 9. a 10. třídě dominují základy diferenciálního a integrálního počtu, teorie pravděpodobnosti, vektorově pojaté analytické geometrie v rovině i v prostoru, poučení o elektronických počítačích. Vypuštěna byla partie o komplexních číslech, která byla v dřívějších osnovách torzem; její dokonalejší podoba však je zařazena do nepovinné matematiky.

Svědectvím, jak záleželo akademiku Kolmogorovi na důkladném objasnění idejí obsažených v návrhu osnov, je jeho rozsáhlý článek uveřejněný v Matěmatice v škole. Polemizuje znovu se zastánci drilu v úpravách výrazů, které rozhořčuje zásada, že je vhodné omezit obtížnost cvičení řešených všemi žáky. Uznává potřebu zběhlosti v provádění běžných úprav, rozumné nároky však nemají vést k extrémnímu počínání, kdy žáci upravují uměle sestavené výrazy, které bují jedině ve školské matematice.

Jinak je v této stati hlouběji vyložena argumentace, o které jsme se zmínili u předcházejících materiálů.

VIII

Na jaře r. 1968 bylo otištěno **definitivní znění nových osnov matematiky pro desetiletou střední školu** s všeobecně vzdělávacím polytechnickým zaměřením; ministerstvo je schválilo jako základ pro práci na nových učebnicích, předpokládá ovšem, že dojde k drobným úpravám na základě pokusného vyučování. Ve srovnání s předběžným návrhem byly provedeny některé podstatné změny, které komentuje ve svém článku opět akademik Kolmogorov:

1. Záporná čísla nezůstala ve 4. ročníku, byla přesunuta do 5. ročníku.
2. Znalosti o logaritmické funkci byly v 8. třídě omezeny na nezbytné minimum nutné pro užívání tabulek a práci s pravítkem.
3. Základy teorie pravděpodobnosti byly vypuštěny, ale princip matematické indukce a základy kombinatoriky byly zařazeny do 9. ročníku.
4. Vektory byly zařazeny již do 7. třídy, v 8. třídě s nimi žáci pracují i ve fyzice; na začátku 9. třídy lze proto zformulovat axiómy vektorového prostoru.

Uvedené úpravy byly požadovány účastníky diskuse a komise je po zevrubné diskusi přijala. A. N. Kolmogorov osobně souhlasí s první a poslední úpravou, u ostatních dvou ohlašuje nutnost hledat cesty vhodného a přístupného výkladu látky zatím v nepovinné matematice, kterou si mohou žáci volit už od 7. třídy. O vhodnosti dřívějšího zavedení vektorů ho přesvědčil příklad fyziky, která přenesla kinematiku a dynamiku hmotného bodu do 8. třídy, a to při vektorovém pojetí.

IX

Bude jistě užitečné, zařadíme-li do článku aspoň schéma schválených osnov, aby si čtenář učinil určitější představu o rámci, ve kterém pracují autoři pokusných učebnic.

SCHÉMA OSNOV MATEMATIKY Z R. 1968:

4. třída	Přirozená čísla. Desetinné zlomky. Základní geometrické pojmy.
5. třída	Kladná a záporná čísla. Obyčejné zlomky. Geometrické konstrukce.
6. třída	Základní pojmy algebry, jednočleny, polynomy. Přímá a nepřímá úměrnost. Rovnice a soustavy rovnic. Shodnost rovinných útvarů. Logická výstavba geometrie. Mnohoúhelníky.
7. třída	Racionální výrazy, nerovnice, odmocniny. Kvadratické rovnice. Základní poznatky ze stereometrie. Geometrické veličiny (i vektory). Shodná a podobná zobrazení.

8. třída Aritmetické a geometrické posloupnosti. Racionální exponenty, exponenciální funkce a logaritmy. Organizace výpočtů a výpočetní technika. Metrické vztahy v trojúhelníku. Goniometrické funkce. Kružnice.

9. třída Princip matematické indukce, základy kombinatoriky. Nekonečné posloupnosti a limity. Derivace a její aplikace. Goniometrické funkce. Přímky a roviny, souřadnice a vektory v prostoru.

10. třída Derivace exponenciální a logaritmické funkce. Integrál. Goniometrické funkce. Systémy rovnic a nerovnic, elektronické počítací stroje. Mnohostěny a rotační tělesa.

Při srovnávání těchto osnov s našimi mějme na paměti, že zde jde o základní kurs matematiky povinný pro všechnu mládež navštěvující 4.–10. ročník. Jde tedy o všeobecné vzdělání v nejširším smyslu slova; chceme-li srovnávat s našimi osnovami, pak musíme nejspíš vzít osnovy humanitní větve gymnasií. Pro přípravu studentů na vysoké školy s vyššími nároky na matematiku je v sovětských středních školách rozšířena výuka o dvě hodiny nepovinné matematiky týdně, a to od 7. třídy; existuje však řada dalších forem intenzívnější výuky až po internátní matematicko-fyzikální školy.

Témata předepsaná pro nepovinnou matematiku zahrnují hlubší studium operací s množinami, algebraické rovnice vyšších stupňů, komplexní čísla, teorii pravděpodobnosti, prohloubení diferenciálního a integrálního počtu včetně jednoduchých diferenciálních rovnic, princip počítačů, grupy geometrických zobrazení, neeuklidovské geometrie apod. Časopis Matěmatika v škole přináší rozsáhlé stati o uvedených tématech, v ročníku 1968 je otištěna série článků věnovaná výkladu pravděpodobnosti. A. N. Kolmogorov podává zde metodický návod k přístupnému úvodu do teorie pravděpodobnosti.

X

Schválením osnov skončila jedna etapa účasti akademika Kolmogorova na přestavbě školské matematiky a začala další, mnohem náročnější – psaní pokusných učebnic, metodických návodů, vyhodnocování výsledků a úpravy textů učebnic apod. A. N. Kolmogorov se autorsky podílí na učebnicích geometrie pro 6. a 7. třídu, avšak posuzuje též ostatní pokusné i stabilní učebnice. Pokusné učebnice se zkoušejí nejméně dva roky, autorské kolektivy je však začaly psát s předstihem ještě před schválením osnov. Od školního roku 1970/71 se již vyučuje ve 4. ročnících podle nových stabilních učebnic a reforma postupuje s žáky do vyšších tříd.

A. N. Kolmogorov přednesl ve školním roce 1968/69 cyklus deseti přednášek *Vědecké základy školské matematiky*, které začal otiskovat časopis Matěmatika v škole. V souvislosti s prací na učebnicích vznikl i další článek akademika Kolmogorova *O systému základních pojmů a symbolů pro školní kurs matematiky*, ve kterém je zajímavé jeho stanovisko:

(AB) – symbol pro přímku AB,
$|AB|$ – symbol délky úsečky AB,
$[AB]$ – symbol pro úsečku AB,
$\overrightarrow{AB}$ – vektor AB,
$[AB)$ – symbol pro polopřímku AB,
$\|\overrightarrow{AB}\|$ – délka vektoru $\overrightarrow{AB}$.

Pro zápis zobrazení užívá šipky: funkce $x \to \sqrt{x}$, $(x, y) \to x + y$; z logické symboliky považuje za užitečné jen $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$, množinová symbolika je zastoupena všemi u nás užívanými znaky $\in$, $\subset$, $\cap$, $\cup$ a složenými závorkami.

XI

Akademik Kolmogorov používá i formy otevřeného dopisu redakci, chce-li krátkou poznámkou upozornit na nějakou věc. Charakteristická je pro něho tato vysvětlivka k článku, ve kterém psal B. E. VEJC o základech teorie pravděpodobnosti a užil formulace „Teorie pravděpodobnosti jako přesná matematická teorie byla vytvořena sovětským matematikem A. N. Kolmogorovem ve 20. letech tohoto století.“

A. N. Kolmogorov nejprve upravuje časový údaj poukazem na to, že knihu *Základní pojmy toerie pravděpodobnosti* psal až r. 1933; dále pak upozorňuje, že v této knize uvedl i jiné způsoby axiomatizace teorie, které byly publikovány již před r. 1920. „Moje výstavba toerie pravděpodobnosti jako části obecné teorie míry byla jen osvobozena od zbytečných omezení. V speciálnější formě, postačující pro mnoho aplikací, byla provedena už E. BORELEM (1909, 1925), F. CANTELLIM (1916, 1917, 1932) a způsobem zvlášť blízkým mému polským matematikem A. LOMNICKÝM (1923). Pravda je jen to, že systém vyložený v mé knížce úplněji zahrnuje široký okruh problémů teorie pravděpodobnosti a stal se standardním pro velmi mnoho prací. Historie „matematizace“ obsahových problémů teorie pravděpodobnosti se však u mé knihy nezastavila. Některé velmi významné konstrukce se jen obtížně vměstnávají do mého schématu výkladu. Vytvoření matematické teorie takové oblasti vědy, která má co činit s reálnými jevy hmotného světa, je proces a ne akt. Myslím, že ve školních výkladech je třeba vyhnout se tak zjednodušeným formulacím, jakou je ta, která se objevila v článku B. E. Vejca.“

*

„Film“ ukazující jednotlivé etapy práce A. N. Kolmogorova na přestavbě školské matematiky snad čtenáři aspoň naznačil nevšední vklad akademika Kolmogorova do celého procesu. Uvážíme-li, že modernizaci vyučování matematice věnují spolu s ním svůj zájem i další matematici-vědci v SSSR, můžeme sovětským matematikům-pedagogům jen blahopřát ke klimatu, ve kterém hledají optimální cestu ke kvalitnějšímu středoškolskému vzdělání veškeré mládeže.

... je napríklad celkom ľahko možné, že dôkaz, ktorý sa zdá presvedčovať jednu osobu, nie je ani len zrozumiteľný inej.

A. TARSKI

... i najjasnejšie výklady sú utkané z temných výrazov.

P. VALÉRY

Axiomatická definícia sa vyznačuje tými istými prednosťami voči konštrukcii ako lúpežníctvo voči čestnej práci.

B. RUSSEL
