Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Matematika — jednotící prvek vědy [Dokončení]

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 34 (1989), No. 4, 193--205

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/139149`

Matematika – jednotící prvek vědy

Dokončení

Profesor Singer: Mám nyní to potěšení uvést svého dobrého přítele profesora Stevena Weinberga. Oba sdílíme nadšení nad strunovými teoriemi a já jsem jeho velkým obdivovatelem nejen kvůli jeho práci týkající se sjednocení elektromagnetismu a slabé interakce, za kterou v r. 1979 získal Nobelovu cenu, ale také kvůli jeho knihám. Jistě mnozí z vás četli *První tři minuty*. Chtěl bych vám doporučit i jeho knihu o gravitaci a kosmologii. Je to nejen skvělé vědecké pojednání, ale i intelektuální lahůdka. Skutečné umělecké dílo.

Profesor Weinberg je členem Královské společnosti a profesorem přírodních věd na Texaské univerzitě v Austinu. Bude mluvit o vzájemném ovlivňování matematiky a fyziky plynoucím ze snah o vybudování jednotné teorie pole.

Profesor Weinberg: Srdečné díky. Asi není třeba tomuto publiku přinášet další důkazy o tom, že matematika a přírodní vědy jsou na sobě závislé. Slyšeli jste od prof. Cormacka a prof. Hauptmana, jak vědci užívají matematiku k řešení problémů, které vznikají v jejich práci.

Závislost je však i v opačném směru. Mnohé matematické konstrukce, které matematici po staletí vyvíjeli, mají původ v inspiraci vědeckými problémy. Fourierova transformace, o které hovořil prof. Hauptman, nevznikla z čistě matematického popudu, ale díky problémům souvisejícím s vedením tepla, a sám vynález diferenciálního počtu, aspoň co se týče Newtona, byl motivován problémy nebeské mechaniky. Avšak zejména ve fyzice a především v té části fyziky, kterou se zabývám, totiž ve fyzice elementárních částic, je souvislost mezi matematikou a přírodními vědami podstatně hlubší a mnohem rafinovanější.

Nejde jen o to, že používáme matematiku k řešení různých problémů, protože jevy, které studujeme, jsou tak složité, že o nich nelze přemýšlet bez matematiky. Není to ani v tom, že se zabýváme tak složitými úkazy, jako jsou krystaly či mozek. Jak Feynman zdůraznil ve svých přednáškách, zákony fyziky, které objevujeme, jsou samy o sobě pochopitelné pouze v matematických pojmech. Zdá se, že vesmír nelze popsat jinak než matematickým jazykem. Ale vztah fyziky a matematiky je ještě hlubší.

Matematické struktury, které se objevují v přírodních zákonech, jak je známe a na té nejhlubší úrovni, na které je známe, jsou často popsány strukturami, které matematici vymysleli dlouho před tím, než někoho napadlo, že by mohly mít využití ve fyzice. Je to trochu strašidelný pocit, když fyzik zjistí, že matematik tu byl už před ním.

Známý příklad poskytuje vývoj obecné teorie relativity vytvářené Einsteinem v letech 1905 až 1916. Jak asi všichni víte, podstata obecné teorie relativity je v myšlence, že

---

Mathematics: The Unyfying Thread in Science. Notices of the AMS, Vol. 33, No. 5, pp. 716—733.

Přeložil Ladislav Hlavatý.

přitažlivost je ve skutečnosti pouhým symptomem křivosti prostoročasu. Nuže, to sice je Einsteinova myšlenka, ale matematiku zakřiveného prostoru či prostoročasu Einstein nevymyslel. Matematika zakřivené plochy (např. kulové plochy) vnořené do obyčejného trojrozměrného prostoru je samozřejmě velmi stará. Fakt, že trojrozměrný prostor sám může být zakřiven, byl objeven mnoho desetiletí před Einsteinem, a to v 19. století Riemannem na základě předchozích prací Gausse, Bolyaie a Lobačevského. Jejich motivace neměla s gravitací nic společného. Nemyslím, že by Riemanna nebo jeho předchůdce někdy napadla myšlenka, že by zakřivený prostor měl nějak souviset s gravitací. Motivace jejich práce byla čistě matematická. Pramenila z úsilí objasnit geometrické axiómy zkoumáním jejich vzájemné logické závislosti. Není ani pravda, že by Einstein znovu vynalezl matematiku zakřiveného prostoru. Naučil se ji od svého přítele a byl velmi rád, když zjistil, co vše bylo uděláno a co má k dispozici.

Snad ještě názornější příklad představuje vývoj teorie grup. Vynalezl ji matematik Galois na začátku 19. století opět jako prostředek pro řešení čistě matematické otázky, pro které druhy rovnic lze řešení vyjádřit rozumnými vzorci. Po jisté době objevili teorii grup i fyzikové. Uvědomili si, že tato teorie poskytuje potřebnou matematiku pro popis jednoho z nejzákladnějších fyzikálních problémů — otázku symetrií fyzikálních systémů. Grupa je z fyzikálního hlediska množina všech transformací, které uplatněny na nějaký objekt nebo rovnice popisující fyzikální systém zachovají tvar takového objektu či rovnic. Teorie grup se tedy dostala do fyziky jako teorie symetrií.

Když toto vše v 19. století začalo, byly symetrie, o které se fyzikové zajímali, spíše náhodnými rysy studovaných systémů. Každý např. ví, že obyčejná sůl — chlorid sodný vytváří krystaly, totiž krychlovou mříž s jistou grupou symetrií. Po otočení o 90° krystal vypadá stejně a jeho vzhled se nezmění ani při posunutí v jistém směru o nějakou vzdálenost. To jsou základní vlastnosti krychlové mříže. Fakt, že sůl vytváří krychlovou mříž, není však na sodíku a chlóru to nejpodstatnější.

Dalším příkladem je jednodušší symetrie popisující lidské tělo. Naše těla jsou přibližně symetrická při záměně levé a pravé strany. To však samozřejmě není to nejdůležitější pro popis člověka.

Na druhé straně, sestoupíte-li až k samým základům fyziky, zjistíte, že symetrie je to nejdůležitější, co lze o fyzikálních systémech říci. Není tak důležité vědět, z čeho se systém skládá a dokonce ani, jakými rovnicemi se řídí. Nejdůležitější věcí je znát symetrie těchto rovnic. Pokusím se to trochu objasnit. Zamysleme se, jak popisujeme elementární částice. Všechny elementární částice jsou si podobné. Vše, co musíte udělat, abyste odlišili jednu elementární částici od druhé, je zadat několik čísel. Musíte zadat její hybnost a energii. Musíte zadat její elektrický náboj a několik dalších trochu záhadnějších čísel. Matematik hned pozná, že tyto údaje jsou charakterizací způsobu, jak se částice transformuje vůči symetriím, o kterých věříme, že odpovídají symetriím přírody, tedy vůči oné grupě transformací, která nemění tvar přírodních zákonů. Energie stavu určuje, jak se stav systému změní, když jinak nastavím čas na hodinkách a hybnost určuje změnu odpovídající přemístění našeho měřicího zařízení. Podobně je to i pro náboj atd.

Jinými slovy, o elementárních částicích se nedá říci nic víc, než jak se transformují vůči různým symetriím. Hmota se na této úrovni rozplývá a vidíme, že jediné, co nám zbylo, jsou symetrie zákonů, které ji řídí, a že svět je jen jedna velká reducibilní reprezentace těchto symetrií.

Další příklad, o kterém se zmínil Iz Singer ve svém milém úvodu k mému vystoupení, je teorie strun. Ta tvoří nyní nejžhavější téma teoretické fyziky. Jak se můžete dočíst v časopisech jako Time Magazine nebo Atlantic Monthly, je teorie strun novým pohledem na otázku, co jsou základní složky přírody. Podle této nové představy základní složky přírody nejsou ve skutečnosti částice, jak jsem naznačoval, a dokonce ani pole, ale malé strunky, malé elementární gumové kroužky, které se pohybují okolo nás, každá ve svem vibračním stavu. To, co nazýváme v těchto teoriích částicí, není nic jiného než struna v jistém vibračním stavu, a reakce částic je srážka dvou či více strun, kde každá z nich je v určitém vibračním stavu. Během reakce se tyto struny spojí v jednu, která se později rozpadne na několik nezávislých strun, každá s vlastní vibrací. Po mnoha letech, kdy se hovořilo o částicích a polích, je to pro fyziky trochu nezvyklý pohled. Vysvětlit, proč si myslíme, že to není tak nesmyslný obraz přírody, by trvalo dost dlouho. Nicméně to snad lze shrnout do jedné věty: strunové teorie zahrnují i teorii gravitace. Nejen že ji zahrnují, ale bez gravitace nelze ani teorii strun vytvořit. Graviton, což je kvantum gravitačního záření čili částice, která je přenášena při gravitačním působení mezi dvěma hmotami, je nejnižším modem vibrace uzavřené fundamentální struny (uzavřené v tom smyslu, že jde o smyčku). Struny zahrnují a vyžadují gravitaci a tato teorie je první, která umožňuje popsat gravitaci na mikroskopické kvantové úrovni bez matematických nesrovnalostí.

Všechny ostatní popisy gravitace v matematickém slova smyslu totiž selhaly, neboť dávají nesmyslné výsledky při přechodu k velmi malým vzdálenostem nebo k velmi velkým energiím. Teorie strun nám poprvé dává naději na rozumnou teorii gravitace, která popisuje vše od velmi velkého až po velmi malé; proto je zcela přirozené, že nás všechny velmi vzrušila.

Teorie strun obrátila pozornost fyziků na ta odvětví matematiky, která se většina z nás v době studií nenaučila. Snadno nahlédnete (představte si provázek), že struna pohybující se prostorem vyznačí dvourozměrnou plochu. Velmi vhodný (a ve skutečnosti snad ještě důslednější než úvahy o strunách) je popis teorie strun jako teorie dvourozměrných ploch.

Teorie dvourozměrných ploch je neobyčejně krásná. Existují způsoby klasifikace všech možných dvourozměrných ploch podle jejich topologie, tj. podle počtu „držadel" a počtu okrajů. Taková klasifikace neexistuje ve vyšších rozměrech. Teorie dvourozměrných ploch je jedna z nejhezčích oblastí matematiky, jakou se můžete naučit. Byla vytvořena rovněž v 19. století, původně myslím Riemannem, a dále rozpracována matematiky z konce století 19. a začátku 20. kvůli problémům z komplexní analýzy. Jsou matematikové, kteří strávili celý život prací na teorii dvourozměrných ploch, aniž by slyšeli (aspoň do nedávné doby) o teorii strun. Přesto, když fyzikové začali chápat, jak řešit dynamické problémy strun, a uvědomili si, že to vyžaduje určit součty přes všechny možné dvourozměrné plochy, čímž se zahrnou všechny způsoby, kterými může proběhnout nějaká reakce, objevili pro své potřeby již hotovou matematiku vybudovanou v uplynulých sto letech.

Teorie strun používá i jinou oblast matematiky, která nás přivádí zpět k teorii grup, o které jsem již mluvil. Základní rovnice vystupující v teorii ploch mají velkou grupu symetrií nazývanou konformní grupou. Jeden způsob, jak popsat tyto symetrie, je pomocí nekonečně rozměrné algebraické struktury reprezentující všechny možné grupy transformací. Matematikové vykonali spoustu práce při rozvíjení teorie těchto nekonečně rozměrných algebraických struktur, které tvoří základ pro grupy symetrií, opět bez jasné fyzikální motivace a určitě bez ponětí o strunových teoriích. Když však fyzikové začali pracovat na teorii strun, měli je k dispozici.

Mám-li mluvit za sebe, s radostí se vracím v této fázi svého života do školy a učím se veškerou tuto nádhernou matematiku.

Některým z nás fyziků se zalíbily konverzace s matematiky, ve kterých se je snažíme přimět, aby nám srozumitelně vysvětlili rozličné věci. Matematiky náš zájem těší a také jsou trochu pobaveni tím, že po tolika letech jim opět věnujeme pozornost. Katedra matematiky na Texaské univerzitě v Austinu nyní dovoluje fyzikům používat jednu svou seminární místnost, což by se v minulých letech nestalo. Musím však bohužel přiznat, že pro strunové teorie zatím není žádný experimentální důvod, a tráví-li fyzikové více času s matematiky, věnují se méně hovorům s experimentátory, což je chyba.

Mluvil jsem o „přízračnem" charakteru matematiky, totiž o tom, že matematikové často předběhnou fyziky při hledání struktur, které pak fyzikové shledají relevantní pro náš svět. Je to jako kdyby Neil Armstrong při svém přistání na Měsíci vystoupil z přistávacího modulu Apolla a nalezl v měsíčním prachu stopy Julese Verna. Toto téma rozebíralo už několik autorů, třebaže nikoli snad přesně stejným způsobem. (V tomto duchu existuje i zajímavá esej od Eugena Wignera nazvaná myslím *Nevysvětlitelná efektivnost matematiky.*) Jedno z vysvětlení může záležet v tom, že matematici samozřejmě žijí v tomto světě a vědomě i podvědomě získávají nesčíslné množství informací o skladbě světa, a když se věnují matematice, jsou touto zkušeností silně ovlivněni.

Určitě tomu tak je v mnoha případech. Einstein zdůrazňoval, že například Eukleides přesto, že si možná myslel, že dělá tu nejčistší matematiku, ve skutečnosti skládal experimentální fakta o nezakřiveném prostoru do axiomatického systému. Považujeme je nyní za experimentální fakta, protože, jak ukázaly Einsteinovy práce, třírozměrný prostor může být v přítomnosti gravitačního pole zakřiven. Eukleides byl tedy do jisté míry, kterou si ani sám neuvědomoval, ve skutečnosti fyzik.

Je však obtížné přijmout toto vysvětlení všeobecně. Je skutečně těžké pochopit, jak např. Galoisova práce v teorii grup mohla vyrůst z nějaké jeho zkušenosti s fyzikálními zákony, kterými je řízen náš svět. Další vysvětlení schopnosti matematiků předcházet fyzikální poznání je založeno na domněnce, že v základech světa je jistá jednoduchost a v hlubinách hmoty pořádek. Matematika je věda pořádku, takže je možné, že důvod, proč matematik zjišťuje způsoby uspořádání, které jsou pro fyziku důležité, záleží v tom, že takových způsobů není mnoho. (Do jisté míry zde parafrázuji přednášku Andrewa Gleasona.)

Je mnoho příkladů na to, že počet matematických struktur je omezený. Řekové např. byli okouzleni faktem, že existuje jen konečný počet pravidelných mnohostěnů. Pravidelný mnohostěn není nic jiného než pevné těleso se stejnými rovnými plochami, např. krychle či pravidelný čtyřstěn. Existuje pouze pět těchto (tzv. Platonových) těles, takže počet těchto zvláštních struktur je konečný. Kepler se domníval, že pět Platonových těles má něco společného s pěti planetami, které byly v jeho době známy. My dnes víme, že tomu tak není, ale Keplerův omyl nebyl v tom, že se ve vědě pokoušel uplatnit základní myšlenku symetrie a krásy, ale že ji uplatnil na nesprávné úrovni. Planety samotné nemají nic společného se základními zákony přírody. Jsou náhodnými shluky hmoty a jejich dráhy jsou dány dějinami sluneční soustavy. Nicméně způsob Keplerova uvažování je přesně ten, který stále používají fyzikové elementárních částic.

Existují i jiné příklady omezeného počtu možných matematických struktur. Dost jsem zde hovořil o teorii grup. Grup je samozřejmě nekonečně mnoho, ale přitom všechny (jak konečné tak nekonečné) mohou být vytvořeny z jistých jednoduchých grup a přesto, že i těch je opět nekonečně mnoho, tvoří dobře známé skupiny, kterých už je jen konečný počet. Uvnitř každé skupiny se grupy sobě navzájem dosti podobají až na to, že jsou čím dál tím větší. Když fyzikové začali na počátku šedesátých let vážně uvažovat o teorii grup ve spojitosti s fyzikou silně interagujících částic, byli velmi rádi, že problém určení grupy symetrie, kterou se řídí částice, nevyžaduje nekonečně mnoho experimentální práce, neboť k dispozici je pouze konečný počet skupin grup, které mohou být kandidáty pro fyziku silně interagujících částic.

Nevím, jak se vám zamlouvají tato vysvětlení pozoruhodné schopnosti matematiků předbíhat fyziky. Existuje i třetí vysvětlení a to říká, že matematikové nebo aspoň někteří z nich zaprodali své duše ďáblu za informaci o tom, který druh matematiky bude pro přírodní vědy potřebný. Znám mnoho matematiků a samozřejmě žádného z nich bych z něčeho podobného nepodezříval, ale kdo ví?

Děkuji vám.

Profesor Singer: Díky, Steve, za překrásnou a inspirující přednášku.

DISKUSE

Otázka: Rád bych věděl, jak tito pánové zabývající se různými obory interagujícími s matematikou posuzují vývoj posledních pěti let a zda mohou předpovědět, jak se v budoucnosti bude vyvíjet vzájemné ovlivňování, jehož se účastní. Budou vznikat mezioborové výměny názorů, o kterých mluvili? Bude uvedený trend zesilovat a pokud ano, které aspekty univerzitní výuky na to budou mít vliv?

Profesor Cormack: Nejsem příliš zběhlý v předpovídání budoucnosti, takže nevím, co se bude dít, ale záležitost, která mně jako člověka vyučeného experimentální fyzice dosti trápí, je, že v univerzitní výuce, dejme tomu fyziky či biologie, se dovíte poměrně málo matematiky. Těch několik málo přednášek nestačí k tomu, abyste rozuměl věcem, o kterých zde Steve právě hovořil. Je třeba mnoho udělat a potřebujeme mnoho matematiky, která není snadná. Čas od času jsem se jí pokoušel porozumět, obvykle bez úspěchu a myslím si, že je to problém jak pro výuku matematiky, tak i fyziky, který možná bude s přibývajícím časem nabývat na důležitosti.

Doktor Hauptman: Myslím, že bych k tomu mohl něco říci. Po tom, co jsme toto odpoledne slyšeli, není pochyb, že existuje těsná souvislost mezi matematikou a přírodními vědami, a zdá se mi, že nutně dojdeme k závěru, že přírodní vědy se mohou rozvíjet pouze do takové míry, do jaké je v nich cílevědomě použitá matematika. Myslím též, že možné vysvětlení souvislosti, kterou zde Steve rozebíral a které patrně vůbec nerozumíme, spočívá v tom, že fyzikální zákony jsou vzájemně logicky svázány a to je samozřejmě právě to, co nazýváme matematikou. Matematika je zkoumání logických implikací a skutečný svět se zdá být v tomto smyslu logický. To je myslím v podstatě důvod, proč je matematika nevyhnutelnou součástí přírodních věd.

Neznamená to však, že se fyzikové v brzké budoucnosti nutně stanou vynikajícími matematiky. Dosavadní vývoj tomu aspoň nenasvědčuje. Myslím, že jak fyzikové, tak matematikové mají na tom svůj podíl viny. Matematikové poněkud tíhnou k elitářství a dívají se na fyziky tak či onak svrchu a za hodnotnou považují pouze čistou matematiku, pokud možno bez aplikací. Přírodovědci, tedy i fyzikové, zase věří, že cokoliv, co vyžaduje opravdovou matematiku, nemůže být správná fyzika a myslím, že chemici jsou na tom stejně. To je smutné. Domnívám se také, že pokud tyto postoje budou přetrvávat, bude integrace matematiky a přírodních věd v nedohlednu. Nejsem v tomto směru příliš optimistický.

Profesor Singer: Podle mé zkušenosti z jisté oblasti geometrie a fyziky nastala určitá změna asi před deseti lety, kdy jsme začali chápat, že kalibrační teorie ve fyzice jsou ve skutečnosti totéž jako fibrované prostory a konexe v matematice. Někteří z nás se tím začali zabývat a od té doby se rozvíjí spojení mezi fyzikou vysokých energií a matematikou.

Co mne v tomto směru poněkud znepokojuje, je vzdělávání mladých lidí, a ačkoliv peníze nemohou vyřešit všechny problémy, myslím, že by tu hodně pomohla stipendia.

Má zkušenost s mladými lidmi zabývajícími se tímto odvětvím, je skutečnost, že nemají dost času na to, aby se mohli důkladně seznámit s oběma obory. Mimoto, díky převládajícím přístupům se musí rozhodnout pro jeden z nich, aby dostali místo a udrželi si postavení, a toto rozhodnutí musí učinit velmi brzo.

Potýkáme se s velmi složitou fyzikou i velmi složitou matematikou a trvá dlouho, než se v nich člověk zabydlí. Naučit se tyto obory vyžaduje určitý čas a měli bychom v těchto případech, ale i v jiných, mít studijní programy, které by dávaly studentům dostatek času na rozhodnutí, které oblasti se budou věnovat. Měli by mít čas nalézt své místo ve vědě dříve, než se budou muset poohlédnout po stálejším zaměstnání. V matematice nyní nic takového neexistuje a ve fyzice sice jistý čas existovala pětiletá či sedmiletá stipendia, ale je jich čím dál tím meně. Lidé musí činit rozhodnutí o svém dlouhodobém zaměření příliš brzo a celá společnost i vědecká obec je k tomuto příliš brzkému rozhodnutí nutí. Myslím, že by změna v rozdělování prostředků a jejich nárůst mohly hodně pomoci.

Profesor Weinberg: Chtěl bych říci pár slov o komunikaci mezi matematiky a fyziky. Ta byla v minulosti velmi špatná. Část viny spočívá bezpochyby na fyzicích. Máme sklon k neurčitosti a často nechápeme, v čem problém záleží, dokud neznáme cestu k jeho řešení. Matematikům vstávají vlasy hrůzou na hlavě, když se jim pokoušíme vysvětlit naše problémy. Při psaní článků si nedáváme dosti práce s vyjádřením toho, co přesně platí a co ne. Nerozlišujeme dohady od tvrzení. Na druhé straně, přestože jsem řekl o matematice mnoho pěkného, musím říci, že matematikové nesou za tyto komunikační problémy ještě větší díl viny především kvůli tomu, co profesor Hauptman nazval elitářstvím.

Často se mi zdá, že jejich ideálem je podivín, jemuž rozumí jen několik zasvěcenců a který píše články, k jejichž rozluštění je třeba několik let. Fyzikové své články většinou začínají odstavcem „Doposud se věřilo tomu a tomu. Nyní ten a ten upozornil na ten a ten problém. V tomto článku se pokusíme navrhnout jeho řešení". Míním tím to, že uvedou okolnosti. Na druhé straně jsem viděl matematické knihy, nikoli články, ale knihy, jejichž první věta úvodu zněla: „Nechť H je nilpotentní podgrupa ...". Tyto knihy jsou psány způsobem, kterému říkám lapidární styl. Jeho základní myšlenka zřejmě je, že v knize nemá být žádné slovo, které není nezbytné, žádné slovo, které by pouze pomáhalo čtenáři porozumět, o co jde. Myslím, že to se nyní zlepšuje. Zjišťuji, jak je krásné, když jsou matematici ochotni nyní vysvětlovat svůj obor fyzikům, kteří o to projeví zájem. Při některých mezioborových setkáních jsem byl svědkem toho, že matematikové lépe než fyzikové vysvětlovali, o co jim jde. Situace se zlepšuje částečně proto, že — jak poznamenal Iz Singer — si nyní uvědomujeme, že v jistých oblastech máme mnohem více společného, než jsme si mysleli. Nicméně se domnívám, že ještě mnohem více zbývá v tomto směru udělat.

Příliš mnoho matematiky je stále ještě napsáno tak, že ji nejen nepochopí experimentální či teoretičtí fyzikové, ale dokonce ani matematikové, kteří nejsou autorovými žáky.

Otázka: Poznámky profesora Weinberga mne zaujaly zejména proto, že jsem vzděláním fyzik a chci předložit k úvaze několik námětů týkajících se výuky. Přemýšlel jsem o tom, co se mi líbilo na studiu fyziky a matematiky a zdá se mi, že přirozený způsob studia matematické analýzy, která je tradičně přednášena pro všechny obory, je začít napřed s fyzikou. Myslím, že student, který se napřed setká s diferenciálním a integrálním počtem a pak teprve s fyzikou nebo ještě hůře s oběma najednou, se fyziku nenaučí a je otázka, zda se naučí něco z matematiky. Zdá se mi, že když např. Newton se musel napřed seznámit s fyzikou, měli bychom to asi učinit také. Největší problém při výuce základů matematické analýzy je, že studenti neznají nic z fyziky, z chemie či z ekonomie. Není mi zcela jasné, kde začít, pokud chci studenty fyzikálně motivovat úlohou o pohybu částice.

Za dvacet let jsem nikoho, aspoň z matematických kateder, nenadchl pro myšlenku, že serióznímu kursu diferenciálního a integrálního počtu by mělo předcházet něco jako fyzika bez analýzy. Nevím ani, zda se ještě vůbec píší nějaké fyzikální učebnice v tomto duchu.

Má smysl o tom uvažovat? Měli bychom se tím vůbec vážně zabývat v dnešní době, kdy je mnoho vzájemné spolupráce mezi matematikou, kterou bychom v budoucnu rádi ještě prohloubili?

Připustíme-li dále, že matematikové se v tomto směru již dali přesvědčit, ptám se jako přítel fyziků, zda by přece jen nemělo smysl včlenit více důkazů do prvních let výuky nižší matematiky, diferenciálního počtu, analytické geometrie a podobné látky pro studenty fyziky. Nemůžeme pravděpodobně naučit lidi všechno, co budou potřebovat, protože nevíme, co se jim bude hodit za pět let. Měli bychom je tedy učit trochu více rigoróznosti, dokážeme-li se přitom vyhnout jisté topornosti.

Profesor Weinberg: K tomu mohu říci, že naprosto souhlasím. Možná, že je to moje vina, ale já se nedokážu učit matematiku, aniž bych měl nějaký problém, který bych chtěl s pomocí této matematiky řešit. Nechápu, jak někdo může vyučovat matematiku, aniž by měl zásobu problémů, kterými studenty zaujme, aby je řešili a pak shledali, že mohou při řešení využít dané prostředky. V analýze se obvykle používají geometrické úlohy, ale myslím, že je to výborná myšlenka motivovat výuku matematiky tím, že ukážu, které fyzikální problémy umím vyřešit, pokud znám potřebnou matematiku. Když jsem vedl základní kursy matematiky pro nefyziky, snažil sem se takto postupovat. Nevím, proč se celá klasická analýza neučí tímto způsobem. Myslím, že nepochopení těchto souvislostí bylo jedním z důvodů, proč bylo zavedení teorie množin do základních škol provedeno tak hloupě. Je samozřejmé, že z jistého pohledu je teorie množin základem celé matematiky, ale neexistuje žádný problém, který by žák základní školy mohl její pomocí řešit. Výuka teorie množin se tak stává pouze výukou jistého žargonu, který student papouškuje. Nedomnívám se, že můžete učit matematiku, aniž byste vyložil, pro řešení jakých problémů ji hodláte použít.

Dr. Hauptman: Myslím si, Steve, že tvoje poznámky jsou sice všeobecně správné, ale domnívám se, že také záleží na typu studenta. Jsou studenti, kterým výuka matematiky samotné, bez aplikací, vyhovuje. Vzrušuje je studium logických souvislostí výroků. Vzpomínám si např., že když jsem se poprvé učil rovinnou geometrii, myslel jsem si, že je to ta nejkrásnější věc, kterou jsem kdy viděl. Bylo to poprvé, kdy jsem se setkal s nádhernou logickou strukturou a nebylo nutné vidět, že tato matematika má nějaké využití. Souhlasím však, že většina lidí nachází motivaci v tom, že vidí, jaké problémy lze s pomocí matematiky řešit. Zejména analýza je něco, co už jako čistá matematická struktura je neobyčejně krásné, ale většina lidí potřebuje motivaci, tedy znát, co jim poskytuje a co nelze udělat bez ní. Zároveň si však myslím, že se najdou studenti a možná jsou to právě ti, kteří se stanou čistými matematiky, které naprosto nazajímají možné aplikace. Některým studentům stačí, že se učí analýzu jako pouhou krásnou konstrukci.

Profesor Cormack: S tím souhlasím. Jsou takoví. To je opravdový problém výuky třeba i elementární fyziky. Jsou studenti, kteří jsou založeni zcela teoreticky a těm se líbí, když je vše vyloženo do puntíku a matematickým způsobem, ale jsou i jiní, kteří se snaží o intuitivní pochopení fyziky. Mají cit pro to, jak které síly působí a při výuce elementární fyziky je velmi těžké tuto skupinu nějak oddělit. Souhlasím rovněž s tím, že je hezké dávat věcem smysl pro ty, kteří nějakou smysluplnost potřebují, ale musíme rovněž dávat pozor, abychom to nepřehnali. Pamatuji se, když jsme se na střední škole učili trigonometrii. Učitelé se velmi snažili, abychom věděli, k čemu se trigonometrie používá. Ve třídě jsme z toho měli legraci a říkali jsme: „Dnes budeme všichni určovat výšku stromů, zítra výšku hory“ atd. Když věci příliš zjednodušíte, znevážíte tím celý obor, a když např. počítáte povrch a jiné věci, záleží na úrovni, na které to děláte. Obsah kruhu je πr^2, nádherné. Zajdete-li však příliš daleko, třídu tím znechutíte. Nevím, kde je ta zlatá střední cesta.

Doktor Hauptman: Na druhé straně, když Archimedes určil objem koule a její povrch, věřím, že to považoval za svůj největší objev a myslím, že právem.

Profesor Singer: Nejnádhernější na problému, který zde byl vytčen, je, že nás vrací do období našich vlastních studií. Myslím, že to velmi závisí na předmětu, o kterém se mluví. Analýza byla samozřejmě vymyšlena a vybudována kvůli aplikacím. Vzpomínám si na sebe co by mudrujícího novice, který si myslel, že mu fakulta nemůže nic dát až do té doby, kdy jsem se poučil, jak Newton odvodil z gravitačního zákona Keplerovy zákony, a to mne rázem zaujalo. Napadlo mě, že tehdy se v dějinách lidského ducha událo něco velmi zvláštního a že jsem se nyní ocitl tam, kde to mohu pochopit. Bylo to nádherné. Důvod, proč jsem změnil obor byl, že v další přednášce, totiž o kvantové mechanice, se mne nějaký, řekl bych blázen pokoušel přesvědčit, že kvantovou mechaniku lze odvodit z klasické, což vůbec není pravda.

Otázka: Chtěl bych položit poněkud osobní otázku týkající se vztahu matematiky a přírodních věd doktoru Hauptmanovi. Doktorát získal v čisté matematice, v teorii čísel a v této oblasti odvedl spoustu dobré práce. Rád bych proto věděl, jak přešel od čisté matematiky teorie čísel k aplikacím matematiky v krystalografii.

Doktor Hauptman: Souvislost zde samozřejmě je. Krystal je určen krystalovou mříží a teorie mříží je úzce spojena s jedním aspektem teorie čísel, totiž Eukleidovým algoritmem a algoritmem dělení. Zjistil jsem, že obyčejný Eukleidův algoritmus lze interpretovat jako jednorozměrnou mříž a zobecnění této myšlenky na třírozměrné mříže, které konec konců úzce souvisí s krystalovými strukturami, je něco, co předtím nebylo známo. Takže tady je ta souvislost. Teorie čísel se považovala za odvětví matematiky, které určitě nenajde využití v reálném světě, a myslím, že to byl někdy důvod, proč matematiky přitahovala.

Je pravda, že teorie čísel, podobně jako mnohé jiné oblasti matematiky – např. Galoisova teorie, což je určitě jedna z nejhezčích partií matematiky, může stát na vlastních nohách. Nepotřebuje žádný vztah k reálnému světu.

Ukazuje se však, že dokonce i teorie čísel takový vztah má. Skupina, do které jsem byl čistě náhodou přidělen, když jsem začal pracovat ve Výzkumné námořní laboratoři, se v té době zabývala difrakcí elektronů v plynech. Brzy jsme však zjistili, že dochází spíše k difrakci rentgenových paprsků než k difrakci elektronů. Metoda elektronové difrakce má omezené použití. Z pokusů s rentgenovou difrakcí lze odvodit mnohem více informací a v té době k ní byla obrácena největší pozornost. Bylo to v roce 1950. Jak jsem se zmínil ve své přednášce, velký problém v oněch letech byl problém fází. Víra, že problém fází je neřešitelný, byla pro mne a myslím, že i pro mé kolegy výzvou, kterou jsme tak či onak museli a také chtěli přijmout. Měli jsme štěstí a ukázalo se, že tento problém se řešit dá.

Myslím, že bezprostřední odpověď na vaši otázku je, že jsem se k problému rentgenové krystalografie dostal náhodou. Mé zázemí bylo, opět myslím náhodou, zvlášť vhodné pro tento problém. Takže odpověď na vaši otázku je, že to byla náhoda, šťastná shoda okolností. Měl bych též říci, že v době, kdy jsem začal pracovat ve Výzkumné námořní laboratoři, jsem se právě vrátil z tříleté služby u námořnictva. Byl konec války a já jsem cítil, že jsem v jistém smyslu promarnil tři roky aspoň co se týče mé kariéry. Tou dobou jsem si začal připadat trochu starý. Bylo mi dvacet devět let, neměl jsem ještě ani doktorát a mé největší přání bylo jej získat a začít pracovat v nějaké oblasti vědeckého výzkumu. Měl jsem v té době velké ambice. To je tedy asi vše, co k tomu mohu říci.

Profesor Singer: K vašim poznámkám o aplikacích a teorii čísel mohu ještě něco dodat. Zdá se, že v superstrunových teoriích je vymizení kosmologické konstanty důsledkem Jacobiho identity pro funkce theta v teorii čísel.

Doktor Hauptman: To je pozoruhodné.

Profesor Weinberg: I já mohu přispět se svou troškou do mlýna. V roce 1970, v počátcích teorie strun, jsme se spolu s Kersonem Huangem pustili do řešení problému, jak určit počet stavů, které se objeví v kmitající struně při dané hmotě. To je důležitý problém v termodynamice, chcete-li např. znát hustotu energie prázdného prostoru se strunovými fluktuacemi. Zjistili jsme, že počet stavů je ve velmi úzké souvislosti s počtem způsobů, kterými lze celé číslo napsat jako součet celých čísel. Např. 2 lze napsat jedním způsobem jako 1 + 1. 3 lze napsat dvěma způsoby, jako 1 + 1 + 1 nebo 2 + 1 atd. Tento počet způsobů se nazývá partitio numerorum a my jsme potřebovali znát, jak vypadá pro velmi velká čísla, což odpovídá velkým hmotám. Problém partitia numerorum pro velká čísla byl vyřešen v roce 1918 G. H. Hardym a jeho kolegou Ramanujanem a mně udělalo velkou radost je citovat, neboť Hardy byl znám jako matematik, který byl pyšný na to, že jeho práce nebudou mít nikdy fyzikální aplikace.

Otázka: Rád bych, kdybyste se trochu zamysleli nad tím, jak povzbudit styk matematiků s jinými vědci, o kterém jsme se dohodli, že je nezbytný. Mladí lidé stále slyší, že pokud pomýšlejí na práci na pomezí různých oborů, ať to drží pod pokličkou až do té doby, kdy získají stálý pracovní poměr. To je myslím dobrá rada. Co lze učinit pro to, abychom mohli spolu komunikovat, aniž bychom museli obětovat naše kariéry?

Profesor Weinberg: Mně se líbila myšlenka profesora Singera, abychom matematikům umožnili oddálit termín, kdy se budou muset rozhodnout pro stálé zaměstnání. Nikdy jsem nepochopil, proč fyzikové dostávají stáže i po doktorátu a matematikové nikoli. Snad je to jen svaté zanícení matematiků, že nežádají o tento druh finanční podpory.

V mnoha ohledech doplácíme na naše vymoženosti. Jedna z velkých předností amerických univerzit je systém departmentů. Ten nám umožňuje posuzovat lidi při přijímání, protože dobře známe jejich práci, nicméně je to myslím právě tento systém, který matematikům ztěžuje možnosti vysloužit si ostruhy např. spoluprací s fyziky či naopak. V akademické struktuře by mělo být něco, co by především oceňovalo práci, která překračuje rámec departmentu, ale nevím, jak to zařídit.

Otázka: Chtěl bych říci zajímavou příhodu a zároveň položit otázku profesoru Weinbergovi. Jsem inženýr a pracuji jako vědecký redaktor Hlasu Ameriky. Jediný můj scénář, který mezinárodní vysílání odmítlo, bylo kratičké pojednání, o kterém jsem se domníval, že je naprosto srozumitelné. Týkalo se výpočtu hodnoty čísla π. Bylo okamžitě zavrženo jako naprosto nepřijatelné pro naše publikum, tj. posluchače ve čtyřiceti dvou jazycích od prosťáčků až po vysoce vzdělané. Není to zvláštní?

Moje otázka pro profesora Weinberga je, zda vidí nějakou paralelu mezi podivnou rolí matematiky jako předsunuté hlídky fyziky a úlohou pozorovatele, která se považuje v kvantové mechanice za klíčovou. Vidíte zde nějakou paralelu?

Profesor Weinberg: Pokud jde o základní filozofické problémy kvantové mechaniky, já jsem asi ten největší barbar mezi fyziky. Moji vzdělanější kolegové mně vysvětlují, že úloha pozorovatele je nyní mnohem důležitější než dříve, ale mně se zdá, že kvantová mechanika ve skutečnosti popisuje dokonale deterministický vývoj vlnových funkcí a jednou za čas se do něj my lidé vložíme a provedeme měření. Pak ovšem výsledky, které dostáváme, neobyčejně závisejí na hrubém způsobu, kterým interagujeme s pozorovaným systémem a v tom právě spočívá problém pozorovatele. Snažím se nevyvozovat z kvantové mechaniky žádné filozofické závěry a v tom jsem barbar, jak už jsem řekl. Vaše otázka je velmi závažná a nechci ji brát na lehkou váhu. John Wheeler, jeden z nejvýznamnějších fyziků tohoto století, se domnívá, že díky tomu, že pozorovatel je v kvantové mechanice tak důležitý, dochází ke zhroucení redukcionistické myšlenky, že všechno je založeno na rozkladu na malé části. Pokud tomu dobře rozumím, domnívá se, že vesmír musí být takový, že dovoluje existenci člověka. Já si tím nejsem zcela jist a ověřit to je samozřejmě tvrdý oříšek.

Profesor Weinberg: Co se týče vaší příhody s výpočtem čísla π, vědce přivádí k zuřivosti to, že mnoho novinářů (tím nemíním vědecké redaktory jako třeba vás nebo Ginu Kolatovou, ale obyčejné novináře, kteří se zabývají spíše sportem nebo jiným zpravodajstvím) pohlíží s nedůvěrou na zájem veřejnosti o vědu. Tvrdí, že pokud to, co děláme, nesouvisí nějak s praxí, to je třeba s vojenským využitím či s lékařskou péčí, pak to veřejnost nezajímá. Já myslím, že to není pravda. Myslím, že veřejnost se zajímá o všechny druhy základního výzkumu včetně výpočtu čísla π, ale spousta lidí zabývajících se zpravodajstvím žije v představě, že veřejnost není na takové úrovni, aby se jí mohly předkládat k pochopení výsledky vědy, které nejsou v přímé souvislosti s praktickým využitím. Často létám se společností American Airlines mezi Austinem a východním pobřežím a ta nabízí program nazvaný Novinky vědy. V každém programu mají asi půl tuctu témat, která promítají celému letadlu. Nikdy jsem neviděl něco, co by nemělo praktický význam. Lidé, kteří dělají tento program, se zřejmě domnívají, že veřejnost, dokonce ani ta, která pravidelně létá, se nezajímá o výsledky vědy, které nemají vztah k praktickému každodennímu životu. Já si to nemyslím, ale je spousta lidí z oboru, kteří se mnou nesouhlasí.

Otázka: Mám dotaz na profesora Weinberga. Když mluvíte o strunách, je to podobná metafora, jako když v začátcích kvantové mechaniky byla užívána přirovnání k planetárnímu systému? Je možné vysvětlit a pochopit tyto myšlenky bez používání metafor, analogií a podobných metod?

Profesor Weinberg: Na to se mínění rozcházejí. Musíte si uvědomit, že toto téma není ještě završeno. Pokud byste se mne ptal na něco z obecné relativity, dal bych vám pravděpodobně jasnou odpověď, protože si myslíme, že víme, co je obecná teorie relativity.

Teorie strun je ve stadiu zrodu a lidé, kteří ji rozvíjejí, se dělí na ty, kteří ji chápou v termínech, o kterých jsem zde hovořil, to je jako teorii Riemannových ploch, ve které jsou struny pouhou metaforou, a na ty, kteří považují struny za skutečné. Co se mne týká, dal bych přednost popisu, který může znít spíše jako z jiného světa, že totiž ve skutečnosti jde o dvourozměrnou teorii pole, kterou my fyzikové žijící ve čtyřech rozměrech interpretujeme poněkud nepřímo v pojmech přístupných našemu pozorování. (O dvou rozměrech hovořím proto, že jak už jsem se zmínil, struna svým pohybem v prostoru vytváří dvourozměrnou plochu.) Jsou jiní fyzikové, kteří se pokoušejí teorii strun chápat v pojmech spojování a rozdělování fyzikálních strun. Na vaši otázku proto neexistuje jednoznačná odpověď. Nevíme, zda jde o metaforu, či zda se struny budou vynořovat čím dál tím zřetelněji.

Je velmi těžké považovat struny za základní objekty, ze kterých je vytvořen vesmír a mně se zdá snazší chápat teorii strun v pojmech teorie ploch a především grup symetrií, které hrají v teorii ploch ústřední roli. Můj odhad je, že teorie strun se nakonec ukáže být realizací jisté grupy symetrie nazývané Virasorova grupa a že struny budou ztrácet na důležitosti. Na druhé straně je mnoho fyziků, kteří jsou ve skutečnosti mnohem větší znalci než já, a ti pracují dnem i nocí, aby tuto teorii přetvořili na opravdovou teorii strun.

Profesor Singer: Musím říci, že jsem vždy považoval matematiky za velmi nápadité, ale fyzikové na mne udělali ještě větší dojem. Nevyvádí je vůbec z konceptu, že by náš svět měl být deseti či dvacetišestirozměrný. Myslím, že pokud bychom se s tím setkali my, takovou myšlenku bychom prostě zavrhli, protože prostoročas je čtyřrozměrný. Vzpomínám si na raná stadia teorie supergravitace, kdy prostoročas měl být jedenáctirozměrný. Navštívil jsem fyzikální seminář, kde jsem slyšel jednoho z kolegů fyziků říkat, že prostoročas — matematicky řečeno — je jedenáctirozměrný fibrovaný prostor, kde vlákna jsou sedmirozměrná a báze čtyřrozměrná. Ostatní fyzikové mu pozorně naslouchali. Uvědomil jsem si, že kdybych se já někde zvedl a vyslovil něco podobného, posluchači by se mi vysmáli.

Otázka: Není to ani tak dotaz jako spíš několik poznámek. Prof. Weinberg před chvílí řekl, že výuka matematické analýzy a stejně tak i ostatní přednášky by měly být motivovány problémy, které je třeba řešit, a naznačil, že tyto problémy pocházejí především z fyzikálních oblastí. Souhlasím s tím, že problémy jsou zdrojem motivace, ale domnívám se, že matematikové považují některé problémy (dokonce i ty, které mají původ ve fyzice) za dostatečně důležité i samy o sobě. Patří k nim např. ty, které se objevují v teorii čísel a týkají se prvočísel nebo řešení jistého typu rovnic, které na první pohled nemají žádný zřetelný původ ve fyzikálním světě. Dokonce i takové téma, jako je Booleova algebra, jejíž zavádění do základních kursů se vám nelíbí, se pravděpodobně znovu objeví jako základ dalšího rozvoje kombinatorické matematiky a jako jeden z prostředků pro řešení problémů v matematické informatice.

Profesor Weinberg: Myslím, že směšujete dvě různé věci. Jedna je způsob, jakým se matematikové učí svému řemeslu a čím jsou motivováni, a zde s vámi naprosto souhlasím. Ve skutečnosti část mé dnešní přednášky pojednávala o tom, jakým záhadným způsobem jsou matematikové inspirováni vnitřními problémy své vědy. Druhá záležitost, k níž jsem se vyjadřoval, se týkala výuky středoškolských studentů, většina z nichž se nehodlá stát matematiky. Myslím, že málokterého z nich zaujme pozdější možná užitečnost Booleovy algebry v odvětvích matematiky, která jste jmenoval.

Tazatel: S tím v podstatě souhlasím. Vzpomínám si na výrok, který kdysi pronesl matematik Jacques Tits, když komentoval úvahy o ovládnutí ohně pravěkým člověkem; někteří antropologové se domnívají, že to bylo motivováno potřebou použít jej k vaření či topení. Pro Titse je přirozenější představa, že ovládnutí ohně má původ v tom, že lidé byli fascinováni plameny a myslím, že estetická přitažlivost problému je pro matematiky silnější pohnutkou k práci než čistě pragmatické důsledky. Nakonec mi dovolte poznámku o dorozumění. Někoho zde zajímalo, jak vysvětlíme důležitost matematiky v projektech, o kterých jsme zde mluvili, lidem z Kongresu nebo široké veřejnosti. Myslím, že to je opravdu problém a matematikové jej řeší tak, že se nesnaží dorozumět se s veřejností. Je tu však i jistá předpojatost tisku a americké kultury. Biologové mohou používat technické termíny, fyzikové užívají slova jako jsou kvarky, což jsou ve skutečnosti metafory, kterým veřejnost nerozumí, avšak slovo, jako je grupa, které se objevilo v diskusi o strunové teorii, bylo obsaženo i v přednášce o krystalové struktuře a je základním matematickým pojmem, je termín, který nelze dost dobře použít v článku určeném široké veřejnosti. Proto se základní matematický slovník, pomocí kterého lze začít něco vážnějšího vysvětlovat, pokládá za nepřípustný.

Profesor Singer: Jsou ještě nějaké další dotazy či poznámky?

Otázka: Mám jednu poznámku. Slyšeli jsme, že matematika používaná dnešní fyzikou byla vynalezena před stem či téměř dvěma sty lety. Je možné, že je zde časové zpoždění a že to, na čem pracují matematikové dnes, bude použitelné pro přírodní vědy za sto padesát až dvě stě let?

Profesor Singer: Steve poukázal na počátky teorie Riemannových ploch, ale zmínil se i o tom, že se pracuje na tzv. modulizovaném prostoru Riemannových ploch. A když se mluví o tomto prostoru, přes který je nutno sčítat či průměrovat všechny různé možnosti, používají se ve skutečnosti výsledky zbrusu nové, tedy takové, které nejsou starší než dva roky. Takže, i když tento obor má tak říkajíc starobylé základy, nyní se čile rozvíjí a číslo 26, které se objevilo v teorii strun, se vyskytlo nezávisle i v algebraické geometrii ve spojitosti s modulizovanými prostory. Já bych tedy řekl, že to, co se nyní používá ve fyzice, je velmi moderní. Ve skutečnosti bychom toho potřebovali mnohem více a výzkum v této oblasti je nyní velmi vzrušující.

STRUČNÁ ÚVAHA O TEORII RELATIVITY

Albert Einstein, rozmlouvaje —
(Knowledge is discovering
what to say) — rozmlouvaje tedy
s Paulem Valérym,
byl tázán:

Pane Einsteine, jak vy pracujete
se svými myšlenkami? Poznamenáte si je
hned, jak vás napadnou? Nebo až
večer? Či ráno?

Albert Einstein odvětil:
Pane Valéry, v našem řemesle
jsou myšlenky tak vzácné, že
když už člověk nějakou dostane,
určitě ji nezapomene

Ani za rok.

Ze sbírky MIROSLAVA HOLUBA *Naopak. Mladá fronta, 1982.*