Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Jaroslav Folta; Oldřich Kowalski

Stojí matematika na prahu revolučních přeměn? (Nad esejí A. G. Barabaševa)

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 30 (1985), No. 3, 158--172

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/138978

diskuse

STOJÍ MATEMATIKA NA PRAHU REVOLUČNÍCH PŘEMĚN? (Nad esejí A. G. Barabaševa)[1]

V každé etapě vývoje vědy nebo vědecké oblasti je snad účelné najít si čas k ohlédnutí do minulosti a zamyslet se nad tím, jaké byly hlavní tendence a rysy tohoto vývoje. Je to jedna z cest k pochopení některých filozofických otázek vývoje vědy, vztahu jejích jednotlivých výsledků k celkové teorii, ale i vztahu trendů vědeckého zkoumání (důrazu na jednotlivé tendence) v závislosti na ostatních jevech společenského vývoje a na potřebách samotné vědní oblasti.

Barabaševova studie *Dialektika rozvoje matematického poznání* je vlastně pokusem o filozofické zobecnění historického vývoje matematiky a o naznačení budoucích tendencí v moderní matematice, a tedy o jistou globální prognózu zaměření těžiště práce v dnešní a budoucí matematice.

Práce je z metodického hlediska rozčleněna do čtyř kapitol se stručnými názvy: 1. Praktická matematika, 2. Teoretická matematika, 3. Mechanismus přechodu od praktické matematiky k teoretické matematice, 4. Mechanismus přechodu od teoretické matematiky k praktické matematice.

Z historického hlediska se zde vývoj matematiky rozděluje na čtyři období:[2]

Praktická matematika starého Egypta a Mezopotámie.

Klasická *teoretická* matematika antiky a helenistického období.

Syntetická praktická matematika středověku.

Teoretická matematika novověku.

Protože autorovi nejde o popis vývoje matematiky, ale o hledání obecných tendencí v tomto vývoji a podstatných změn v něm, omezuje se na pokus o řešení několika zásadních otázek: Jaký byl mechanismus vzniku matematických poznatků v tom kterém období, jaké bylo společenské postavení specialistů zabývajících se matematikou, jaká byla kritéria správnosti matematických postupů a závazné normy ověřování, a zejména v jakém smyslu byla chápána integrita veškerého matematického vědění té doby.

Odpovědi, ke kterým se Barabašev propracovává jsou přinejmenším zajímavé, snad i proto, že v širokém povědomí matematiků stále ještě převládají některé již překonané představy o přínosu různých historických údobí vývoje matematiky pro její moderní rozvoj; představy, které do značné míry ovlivňují i vidění priorit v současném matematickém dění. V Barabašovově knize např. zaujme důležitá role přisuzovaná středověké matematice, kde podle jeho názoru poprvé v historii došlo v matematice k syntéze teorie a praxe. Autor dokonce právě ve středověku hledá odpovědi na některé otázky dnešního stavu vědy. Na první pohled je to poněkud překvapující záměr, je však třeba ihned předeslat, že autor nemá na mysli výlučně evropský středověk, nýbrž zahrnuje sem i veškerou vědu neevropských národů té doby, která je známa pod velmi zjednodu-

---

[1]) A. G. BARABAŠEV, *Dialektika razvitija matěmatičeskogo znanija*, Izdatel'stvo moskovskogo universiteta 1983, 166 str.

[2]) Autorovy úvahy se opírají o dobrou znalost literatury věnované dějinám matematiky, především pak zobecňujících závěrů, které jsou obsaženy v pracích sovětských historiků matematiky, ale zároveň je zřetelné, že východiskem jeho úvah byly i detailní rozbory historických postupů matematiky různých období.

šujícím názvem „arabská matematika". Navíc jeho pohled není samozřejmě jen pohledem nazpět – středověká matematika je pro něj převším tím klíčovým bodem vývojové spirály, který nebyl dosud dostatečně pochopen a hlavně doceněn.

Autor však upozorňuje na řadu aspektů týkajících se postavení a úkolů matematiky (a matematiků) už ve starověku, které měly vliv na charakter matematických poznatků a které ne vždy bývají brány v potaz: „Je rozšířen názor, že v matematice starého Egypta a Mezopotámie se jen hromadil empirický materiál a že teprve v antickém Řecku se matematické poznatky přeměnily v soustavu propojených tvrzení. Při tom se pokládá za zcela samozřejmé, že jediný způsob uspořádání matematických poznatků, sjednocení matematického materiálu je způsob logického vyvozování jedněch tvrzení z druhých." (Str. 6) Barabašev naproti tomu naznačuje, že již předtím výuka matematiky nutila k systematizaci poznatků: „Přesto lze naprosto oprávněně tvrdit, že předřecká matematika byla systematickým vyučovacím předmětem, i když zde šlo o zcela jiný systém, než je dnešní teoretický způsob výkladu. Způsob systematizace, při kterém se matematika jeví jako prakticky orientovaná znalost, byl zajišťován působením specifických společenských podmínek, které uchovávaly matematiku jako ucelený vzdělávací systém. Přechod matematického vědění na teoretickou úroveň nebyl přechodem z *konglomerátu* separátních poznatků do teoretického *systému*, ale *znamenal rozpad jednoho typu celistvosti a vznik jiného typu ucelené soustavy.*" (Str. 7)[3])

Ve starověku (prvního období) jsou jednotlivé matematické poznatky (řešící většinou praktické problémy) – vzhledem k potřebě předávat znalosti a osvojovat si rychleji určité postupy – řazeny do určitého systému, který byl součástí vzdělání tehdejších písařů. A zde, aby zdůraznil komplexnost v níž je matematika shrnována do tehdejšího vzdělanostního penza, přebírá autor Bobyninovu charakteristiku egyptského písaře:

„Písaři (kněžští písaři, hierogramatei, harpedonapté, jak je nazývali řečtí autoři) tvořili podle Klimenta Alexandrijského třetí kastu egyptských kněží. V náboženských průvodech se objevoval písař na třetím místě; měl na hlavě péra, v rukách držel knihu, pravítko, kalamář a tyčinku na psaní. V povinnostech písařů bylo vše, co se vztahovalo k stavební části chrámů a jejich pozemkovému vlastnictví. Okruh znalostí, které se museli naučit a dále rozpracovat, byl – jak je vidět – v úzkém kontaktu s jejich povinnostmi. Do těchto znalostí spadala: znalost hieroglyfů a vnějších ozdob chrámu; schopnost přesné orientace chrámových částí podle známých směrů horizontu; zakreslování toku Nilu; astronomie; geometrie; geografie Egypta spolu s obecnou geografií; a konečně popis vesmíru neboli kosmografie. Matematické, astronomické a geografické znalosti tvořily tak hlavní odbornost písařů. Povinné znalosti písařů byly soustředěny do deseti hermetických knih z celkového počtu 42 knih obsahujících všechny znalosti nezbytné pro všech šest vrstev kněžské kasty."

Barabašev pak dodává: „Vlastní matematické poznatky, jak je chápe teoretická matematika, se v práci písařů prolínaly s prvky ostatních znalostí a tvořily celek, který byl orientován na plnění praktických povinností. Tedy první texty, které

[3]) Zde Barabašev vlastně oponuje pojetí určité části sovětských historiků matematiky (Lukjance, Naumenka, Rožanského, Kiselevy), ale i názorům Bourbakiho. Jeho názor na předřeckou matematiku však není osamocený. Už např. Vogel upozorňuje na uspořádání látky v matematických papyrech do příbuzných a na sebe navazujících celků, které je dáno zřejmě didaktickými důvody. Stejně tak upozorňuje na tehdejší praxi prokazovat správnost výsledků zkouškou. (Srv. K. VOGEL, Vorgriechische *Mathematik I*, Paderborn 1958, str. 73–74).

se nám dochovaly a v nichž se objevují prvky matematických znalostí, jsou právního a ekonomického charakteru. Takových dokumentů se uchovalo dostatečné množství jak v Mezopotámii, tak i v Egyptě. Vytváření praktické matematiky probíhalo jako postupný proces diferenciace praktické činnosti a postupného vydělování výsledků majících měřitelný a srovnávací charakter do speciální skupiny. V první etapě (vznik společenské vrstvy písařů) nebyla ještě praktická matematika zformována jako celek, i když společenská vrstva písařů už existovala. Matematické poznatky jsou zde zahrnuty do širšího celku, který lze nazvat „celek písemné fixace výsledků hospodářské činnosti." (Str. 10–12)

Je třeba si hned v úvodu objasnit, co Barabašev chápe pod pojmem „praktická matematika", protože by tak mohl být poněkud anachronicky vnášen dnešní pohled do raného vývoje matematiky. Barabašev soudí: „Praktická matematika vzniká jako druh činnosti, zaměřený na realizaci určitých praktických činností. K tomu abychom si objasnili, jak se touto činností vytvořený matematický materiál sjednocoval, jakým způsobem se matematické problémy klasifikovaly a jak se tato klasifikace měnila v učebním procesu, si lze rozebrat Rhindův papyrus a některé mezopotámské matematické tabulky. Poznamenejme též, že vývoj praktické matematiky v učebním procesu probíhal podle obecných schémat formulovaných v pracích švýcarského psychologa Jeana Piageta a uvažovaných v kontextu obsahově genetické logiky skupinou G. P. Ščedrovického." (Str. 14)

„Matematické texty starého Egypta i Mezopotámie neobsahují rozdělení poznatků na matematické disciplíny pro nás obvyklé – na geometrii a aritmetiku (algebru). Už O. Neugebauer ve 30. letech upozornil, že hlavní hledisko pro třídění úloh nebyla obdoba matematických postupů, ale shodnost praktického účelu řešených problémů." (Str. 15)

To znamená, že matematika se utváří jako metoda řešení praktických, hlavně hospodářských problémů, jako metoda vhodná pro jejich řešení na mimoempirické úrovni a poskytující dostatečně přesné výsledky pro praktickou činnost (např. odhady spotřeby osiva a výnosu polí ze znalosti jejich plošného obsahu ap.). Matematické postupy jsou tam vlastně součástí metodiky ekonomické správy. Potřeba předávat tyto znalosti vedla k vytváření sbírek, které se dochovaly; v nich někdy neprávem hledáme stopy pozdější klasifikace matematiky.

Barabašev k tomu poznamenává:

„Teoreticko-matematická klasifikace se už ve svém základě nehodí pro praktickou matematiku, pro niž pojem matematické disciplíny ztrácí smysl. Problémy se soustřeďují pod bezprostředním tlakem praktických potřeb. Tak v Rhindově papyru jsou základní typy úloh:

1. výpočet objemů obilních sýpek,
2. výpočet obsahů polí,
3. výpočty spojené s pyramidami,
4. výpočty měr chleba a tekutin (piva), rozdělování chleba a piva na určité počty osob,
5. výpočet krmiva pro dobytek nebo drůbež.

Obdobnou situaci lze pozorovat i v matematických znalostech Mezopotámie." (Str. 15)

Zajímavá je ovšem i tehdejší argumentace ve prospěch oprávněnosti a správnosti řešení opírající se o autority:

„Při rozboru konkrétní úlohy vidíme, že „řešení" je podáno dogmaticky. Podle tohoto receptu lze získat výsledek a porovnat ho s výsledkem v odpovědi. Je pochopitelné, že v takovém případě se vyžaduje absolutní důvěra k předloženému předpisu i pravdivosti odpovědi. Důležitou se stává i autorita kompilátora úloh, protože potvrzuje správnost provedených operací. Garancii správnosti tvořily podpisy toho, kdo dokument sestavoval a toho, kdo ověřoval opis.

Tak třeba v úvodu Rhindova papyru se říká, že byl sestaven podle vzoru starých děl epochy faraóna Horního a Dolního Egypta Ne-Ma'et-Re písařem A'h-moše. Praktické činnosti při výuce nelze provádět, a proto jsou nahrazeny dogmatickým výkladem (předpisem) podepřeným autoritou. Je dokonce zavedena hierarchická soustava autoritativnosti — systém činovníků. Postup od pomocného písaře k samostatnému písaři atd. až do nejvyšších stupňů služební hierarchie (vojenský písař, písař faraónova dvora...), je provázen i zvyšováním autority jako záruky správnosti předkládaných předpisů na řešení. To také znamená pro tehdejší dobu i zesílení „přesnosti" získaných matematických výsledků. Hypoteticky nevyvratitelná přesnost výsledků a přesnost úvah přísluší v první řadě faraónovi, který se nazýval „písařem boží knihy." (Str. 17—18)

Teprve zde Barabašev vymezuje pojem „praktické matematiky", ne v protikladu k naší „teoretické matematice", ale jako jistý stupeň zobecnění matematických postupů užívaných při řešení praktických úloh: „Předmětem praktické matematiky jsou měřičské a srovnávací operace, ale odpoutávané od bezprostřední praktické činnosti. Odtud pochází nejen specifické rozdělování úloh podle typů, ale i objasňování metod řešení úloh." ...

„Dogmaticko-předpisový způsob výkladu spolu s autoritativním potvrzením pravdivosti výsledku je výrazem celistvosti praktické matematiky (té doby). Těmito principy je metodologicky fixovaná monolitnost praktické matematiky a podporováno rozdělení úloh na typy zaměřované k provedení určitých praktických operací."

Dynamiku celého systému popisuje popisuje Barabašev takto:

„Avšak v procesu učení probíhá vnitřní přebudování praktické matematiky projevující se ve skryté evoluci typů úloh a připravující svržení autoritativnosti. Typy úloh se nezmění, ale v každém typu se objeví nové úlohy nevyplývající z praxe a zdůvodňované výukou." (Str. 18—19)

„Postupně se prakticko-genetická jednota matematických výsledků stala nedostačující k tomu, aby zajistila celistvost praktické matematiky. Obrazně lze říci, že v rozvoji matematického poznání vzniklo specifické gnozeologické napětí, které ve svých důsledcích vedlo k vytvoření teoretického přístupu k systematizaci. Pak se vytváří nesoulad mezi praktickou formou předkládaného materiálu spolu s praktickým uspořádáním jeho výkladu na jedné straně a mimopraktícistními problémy výuky na straně druhé. Tato neadekvátnost brzdí rozvoj poznání a vede ke snahám o odstranění této situace. Začínají se vytvářet postupy, kterými lze známý výsledek obdržet odděleně od praktické realizace. Objevují se inverzní úlohy, první pokusy o ověření správnosti tím, že se odpověď úlohy přijme za výchozí údaj a předpoklad původní přímé úlohy má vyjít jako výsledek. Při tom se přirozeně zmenšuje někdejší význam autority. Úlohy se začínají vydělovat z ustálených typů do nových. Avšak mimopraktické postupy se nadále podávají v tradičním tvaru receptur. Vnitřní rozpad praktické matematiky nezpůsobuje odvržení její vnější formy, tradice tedy zůstávala, ale transformovala se. Vznikající obecné a v podstatě teoretické metody řešení ekvivalentních úloh zůstávají stále skryty v monotónní všednosti recepturních návodů." (Str. 21)

„Existence obecných matematických metod řešení úloh podle typů nikterak neodporuje mimoteoretickému stavu matematických poznatků, protože matematika ve své předteoretické etapě nebyla konglomerátem, ale praktickou jednotou, do níž se metoda — samozřejmě, že s jistými obtížemi — dala zahrnout. Teoretický stav matematiky se nemůže projevit v rámci původní prakticistní koncepce, neboť je pro ni zcela cizorodý.

A tak se matematika rodí a existuje jako komplexní vzdělávací systém, jako vymezená oblast výsledků diferencované praktické činnosti. Její celistvost není určována teoretickým propojením jejích částí. Praktická matematika podléhá praktické činnosti a je zaměřena na její uskutečňování. Avšak sama praktická matematika obsahuje v sobě možnost postupného přechodu do teoretické matematiky. Tento přechod se postupně utváří v rámci výuky zaměřené k využití praktické matematiky." (Str. 23)

***

Zde autor končí své líčení první fáze přechodu od praktické matematiky k teoretické. Vlastnímu vzniku a rozvoji teoretické matematiky věnuje jinou část své knihy – jde o věci v principu dobře známé matematikům. Nový je nyní autorův pohled na to, jak antická teoretická matematika byla znovu transformována ve středověku, a to ve směru praktickém:

„Tento ústup od teorie k praktické orientaci vidíme ve středověké matematice, která se rozvíjí ve více než tisícileté epoše a stává se předpokladem teoretické matematiky novověku. Avšak po rychlém rozmachu teoretičnosti v antické matematice a v helenistickém období nemohlo být nikdy dosaženo původní ryzosti praktického způsobu systematizace matematických poznatků. Matematika středověku tvoří syntézu teoretické tradice a praktické orientace. A tato syntéza tvoří vlastně vyšší úroveň praktického způsobu systematizace matematických poznatků, než jakého bylo dosaženo v praktické matematice starověkého Egypta a Mezopotámie.

Z dějin matematiky byla už dávno vymýcena představa o neustálém zvětšování „specifické váhy" teoretického v matematice. Tato představa byla důsledkem nedoceňování významu tzv. „arabské" matematiky. Nově odhalené skutečnosti odvrhly mínění o tom, že by „arabská" matematika byla jen transmisním článkem, že by jen zachránila teoretické dědictví řecké matematiky a – aniž by přispěla něčím novým – pouze toto dědictví předala tvořivě myslící Evropě. Ukázalo se, že matematika ve středověké Evropě byla svou strukturou podobná matematice Orientu a že obě tyto části matematického myšlení byly podstatně silněji než řecká matematika orientovány na praxi. Z hlediska obecného vývoje matematického poznání lze mluvit o nové velké epoše rozvoje matematiky, relativně „oddělené" od ostatních etap specifickým chápáním jak úloh, které má matematika plnit, tak i jejího předmětu i metod."

„Nicméně v převážné většině prací věnovaných filozofickým problémům matematiky, není zatím doceněn tento rozsáhlý a nesporně důležitý cyklus matematického rozvoje. Přitom se autoři opírají o Kolmogorovovou periodizaci (1954), která sehrála významnou úlohu při tvorbě metodologie matematiky a podle níž jsou teoretická matematika antického Řecka včetně helenistických zemí (s axiomatickými konstrukcemi, které ji zdobí) a matematika středověku (včetně matematiky renesančního období) shrnuty do období elementární matematiky. V elementární matematice se teoretické i prakticky orientované způsoby systematizace poznatků slučují a chápou se jako jediný celek, v němž dominuje teoretická stránka. Po etapě elementární matematiky okamžitě následuje období matematiky proměnných veličin (do poloviny 19. stol.), svým charakterem rovněž teoretické. Nová fakta nás nutí podívat se na vývoj matematického poznání poněkud jinak. Speciálně práce Archimeda a Apollonia zřetelně přesahují hranice elementární matematiky a matematika středověku se v mnohém stala příbuznou praktické matematice předřeckého období." (Str. 24–25)

Historické exkursy slouží Barabaševovi k tomu, aby pomohly na jednodušším vývojovém modelu přiblížit poněkud složitější situaci, jaká se formuje v současné matematice: „Dát smysl současným tendencím v rozvoji matematických znalostí je možné pouze tehdy, překonáme-li neoprávněné vylučování jedné vývojové linie v matematice na úkor druhé a jestliže překonáme faktickou deformaci představ o struktuře matematického poznání chápaného jako jednotná spojitá linie teoretického pokroku matematiky od antického Řecka do matematiky novověku. Přehnaná pozornost zaměřená k teoretické linii matematiky na úkor linie praktické vede ke zkreslené představě o podstatě matematického vědění a k nesprávné volbě priorit, pokud jde o filozoficko-metodologické problémy matematiky. Počínaje antickým Řeckem se matematika chápe jen jako teoretická věda a díky tomu filozoficko-metodologický výzkum se pak soustřeďuje na problémy deduktivní metody a na konstruktivní vytváření objektů, tj. na axiomatický základ matematické vědy.“ (Str. 26)

Autor dále pokračuje: „Hodnocení hlavní filozoficko-metodologické problematiky matematických nauk středověku musí vycházet nikoliv z teoretických výsledků matematiky té doby, ale ze zcela jiné problematiky, která odráží reálný rozvoj matematiky té doby; z problematiky, jež se objevuje i před dnešní matematikou. Kritérium přínosu můžeme vidět ve vlivu praktické činnosti na zaměření vývoje matematiky; tento vliv se v různých vývojových etapách projevoval různým způsobem.

Syntéza teoretické tradice a praktické určenosti středověké matematiky[4]) může být uvážena ve dvou aspektech. Na úrovni vlastní vědy se spojení teoretické tradice a praktického určení realizuje prostřednictvím systematizace matematických poznatků výpočetně algoritmickým způsobem. Ústředním jevem této vyvíjející se systematizace je „*výpočetní algoritmus*“, který jako by zašifroval teoretickou tradici (tradici systematizace vědění pomocí důkazů) a současně optimálně plní funkci praktického účelu matematických znalostí.“ (Str. 27)

„To, že algoritmy mají formu receptur, sbližuje středověkou matematiku s praktickou matematikou starověkého Egypta a Mezopotámie, avšak vliv teoretické tradice transformuje tyto receptury do mimopraktické polohy v blocích algoritmů (výpočetní algebraický směr). Teoretická tradice posiluje mimopraktické tendence v prakticky orientovaných matematických odvětvích, zaměřuje praktickou matematiku do proudu syntézy teoretického a praktického.“ (Str. 29)

„V obecných rysech se spojení důkazových tendencí a praktické orientace matematické nauky projevuje v dovedení důkazů až do tvaru výpočtů, algoritmických postupů pro řešení typových úloh. Přitom se růst prakticky orientovaných typů úloh a komplexu algoritmů uskutečňuje rychlejšími tempy než růst důkazových konstrukcí, které se realizují především v souvislosti s výpočty. Tak jsou věty rovinné a sférické trigonometrie zřetelně zaměřeny k astronomickým výpočtům a k vytváření trigonometrických tabulek. Provádí se převod vět geometrické algebry (Eukleides) do „jazyka“ číselných vztahů, což je také podmíněno algoritmickými tendencemi v rozvoji matematiky. Jako algoritmická

[4]) Středověkou matematikou rozumíme matematiku prakticky orientovanou spolu s její společenskou institucionální bází, zajišťující matematice její existenci a rozvoj; přitom se vychází ze srovnání s praktickou matematikou starověkého Egypta a Mezopotámie. (Pozn. autora)

konstrukce vzniká formule „Newtonova binomu". S pokrokem v oblasti teoreticko-důkazových konstrukcí se dají bezprostředně spojit pouze pokusy o řešení problematiky Eukleidova 5. postulátu: jednotlivé erupce ryze teoretického v epoše praktické matematiky se koncentrují na zpřesnění základů teoretické matematiky předchozího období. Rozsah teoretických znalostí vzrůstá pomaleji než rozsah prakticko-algoritmických matematických poznatků, což dokumentuje nerovnováhu teoretického a praktického v syntéze středověké matematiky. Tato nerovnováha má dosti hluboké důvody, které se objasňují řadou příčin brzdících rozvoj teoretického poznání." (Str. 33)

Úvahy nad středověkou matematikou tak vedou autora k vlastnímu chápání tehdejšího vztahu mezi teoretickou koncepcí a praktickým uplatněním matematických poznatků, které pak formuluje značně obecně:

„Tendence praktického a teoretického způsobu systematizace matematické nauky se spojují v algebraické metodě, která syntetizuje praktické hledisko a teoretickou tradici. *Řetězec transformace matematické nauky: prakticky orientované typy úloh — algoritmy (zpočátku ojedinělé, později systémy algoritmů) — důkazová zdůvodnění algoritmů — teoretická tradice (vlastní důkazy)* se soustřeďuje jako v ohnisku ve svém algoritmickém článku. Středověká matematika — „to je především výpočetní matematika, souhrn výpočetních algoritmů pro řešení aritmetických, algebraických, geometrických úloh, zpočátku jednoduchých, posléze se podstatně komplikujících a podněcujících teoretické zpracování i vytváření nových matematických pojmů; zpočátku jde o vzájemně nesouvisející algoritmy, které se později sjednocují ve vědecké disciplíny.

Zvláštní postavení algoritmu v praktické matematice je vyvoláno tím, že se v něm „projevuje strukturální jednotnost praktické a myšlenkové činnosti.[5])" (Str. 34—35)

„Celistvost matematického vědění je zabezpečována transformačním řetězcem, který důkazovou stránku postupně převádí v praktickou stránku, která je primární. Avšak taková celistvost se nikterak neztotožňuje s celistvostí metodologickou: přestože transformace vědění probíhá nepřetržitě, matematické poznání lze považovat za „mnohostranné", „pestré" ve formulaci úloh, „v metodách jejich řešení a i v symbolice[6])".

Zdroje představ o izolovanosti matematických poznatků té doby tkví v tom, že v transformačním řetězci poznání se důkazy (ryzí teoretická celistvost) nerozpracovávají za hranice nutné pro zdůvodňování algoritmů, v krajním případě se „dospěje" opět k algoritmům. Na druhé straně jednotlivé typy řešených úloh mají bezprostřední návaznost jen na algoritmy, „nezasahují" do teoretických konstrukcí. Algoritmus v sobě spojuje teoretickou tradici i praktickou motivací vědění, váže je na sebe, ale jak jednotlívé typy úlohy, tak i věty jsou spolu spojeny jen zprostředkovaně. Je nezbytný určitý pomocný mechanismus, upevňující celistvost nauky v metodologické úrovni. *Je to — společenský mechanismus předávání poznatků v procesu učení (výuky)* (str. 36). Výuka byla jednotná, a proto i matematika byla považována za jednotnou.

Mechanismus předávání poznatků v procesu výuky v sobě soustřeďuje rysy

[5]) Srv.: O. I. Kedrovskij, L. A. Solovej, *Algoritmičnosť praktiki, myslenija, tvorčestva*, Kijev 1980, s. 32

[6]) Srv.: K., A. Rybnikov, *Istorija matematiki*, Moskva 1974, str. 98

hromadné výuky i individuálního předávání teoretické tradice.“ (Str. 37)

„Ucelenost výuky i jednotnost společenské skupiny – odborníků – matematiků, které byly příčinami jednoty metodologických představ o matematice, dávaly možnost jednoduchého přechodu od individuální výuky k masové, od praktického určení k teoretické tradici. Kdyby neexistoval takový přechod, výuka by byla rozštěpená a společenské skupiny, které se jí zabývaly, by byly chápány jako odlišné. Pak by se (v metodologické úrovni) existence dvou společenských skupin obrážela v existenci dvou matematik (aplikované a „čisté“), jež by se odlišovaly předmětem i metodou. To, že k tomu nedošlo, svědčí o tehdejší jednotě praktických i teoretických zájmů v matematice. Jak masová, tak i individuální výuka produkuje tutéž společenskou skupinu, uvnitř které může docházet k přesunům. Ve výuce, která udržovala v chodu středověkou matematiku, se účelné shoduje s krásným: „Co je potřebné, to je i hezké“.

Praktické principy se sjednocují s teoretickými konstrukcemi a rodí podivuhodné kentaury syntetické nauky. Scholastik je stejně přesvědčen o bezpodmínečné praktické užitečnosti své nauky jako počítající kupec. Ať už je výuka masová – zaměřená k praxi, všeobecně vzdělávací – či individuální, celkově se orientující na teoretickou tradici – výsledek je týž: rozdělení teorie a praxe ve skutečnosti neexistuje. Divoké, z našeho hlediska, skoky z obecných úvah ke konkrétním praktickým doporučením – odpovědem (např. v astrologii či v alchymii) – plně odpovídají duchu doby a vyplývají ze sjednocování praktické orientace a teoretických představ *v syntetické vědě středověku*.“ (Str. 37–38)

„Praktická matematika se stabilizuje činností takové sociální skupiny, v níž jsou všechny typy předávání poznatků promíseny. Vznik teoreticko-matematických vazeb, logických vztahů mezi matematickými tvrzeními neobyčejně aktivizuje teoretické články transformace matematické nauky, a tím vědeckou činnost – činnost k získání nových teoretických výsledků pomocí logických manipulací s transformovanými matematickými objekty. Probíhá kvalitativní skok v činnosti, prosazuje se silný pramen zájmu – objevují se vnitřní zákonitosti rýsujících se teoretických konstrukcí a dostávají se do popředí. Ve vzájemných vztazích praktické matematiky a praktické činnosti nebyla praktická matematika koneckonců nic jiného než typ vzdělávání podřízeného praxi. Teoretická matematika láme tuto subordinaci výměnou za odhalení vnitřně matematických zákonitostí. Zkoumání těchto zákonitostí přestává být v silách jedné společenské skupiny a v zájmu dalšího poznání se stává nezbytným rozdrobení jednotné společenské skupiny na dvě: první, prakticky orientovanou (aplikovaná matematika), a druhou, zkoumající „harmonii ideálních objektů“ („čistá“ matematika). Vlastně vědec – matematik („teoretik“) je více produktem teoretické matematiky než je teoretická matematika jeho plodem. A tak jako „harmonie ideálního“ přináší plody ve výběrovém vzájemném působení s praktickou problematikou, tak i teorie skutečně prokazuje společnosti svoji užitečnost a společenská skupina „teoretiků“ nabývá práva na existenci. Metodologické pochopení odlišnosti teoretické a praktické části transformačního řetězce matematického vědění je reakcí na rozpad jednoty společenských skupin, jež vytvářejí matematické poznání. Ale v základě tohoto společenského rozpadu leží stále onen transformační řetězec matematického vědění, jehož jediná odlišnost pro epochu teoretické matematiky tkví ve větší „specifické váze" důkazů. Proto, jak oprávněně ukazuje A. K. Rybnikov, neexistuje ve skutečnosti roztržka mezi teoretickou a aplikovanou matematikou.[7]) Taková roztržka se objevuje jen při odrazu ve vědomí společenských skupin, ale rozhodně ne v samotné matematické vědě." (Str. 51–52)

***

Tím jsme čtenáři podrobně přiblížili první kapitolu knihy pojednávající o praktické matematice ve starověku a středověku. V druhé kapitole je objasněna koncepce teoretické matematiky a ve třetí kapitole pak mechanismus přechodu od praktické matematiky k teoretické. Tyto dvě kapitoly, které jsou pro celkovou koncepci Barabaševovy knihy nezbytné, zůstávají v našem výběru myšlenek z jeho studie stranou, a to především z toho důvodu, že naším záměrem bylo zvýraznit právě určitou novost pohledu autora na vztah teoretické a praktické tendence v matematice.

V další části naší recenze se pokusíme vybrat hlavní myšlenky poslední, čtvrté kapitoly Barabaševovy práce, věnované mechanismu přechodu od teoretické matematiky k praktické matematice. Právě zde se autor snaží odpovědět na aktuální otázku, kterou jsme si dali do záhlaví našeho článku.

Hlavní trend rozvoje současné matematiky vidí autor v posílení praktického zaměření matematických poznatků, ve snaze „přiblížit se k praktické činnosti, zabezpečit bezprostřední pomoc při řešení praktických problémů, které jsou přístupné kvantitativnímu zpracování... Avšak „přidržení matematiky k zemi", k praxi, by se nemělo chápat jako vzdání se vlastní teoretické práce a vymožeností abstraktního poznání. Moderní matematika je schopna mnohem plněji dosáhnout vnitřní syntézy své praktické orientace a teoretických směrů výzkumu, než se to podařilo praktické matematice středověku.

„Jsme dnes svědky významných změn v matematické problematice. Tyto změny se odrážejí v přenášení zájmu nejvýznamnějších matematiků z jedněch problémů na jiné, v tíhnutí ke „hmatatelným" „viditelným", „zřejmým" otázkám, ve specifice současného rozvrstvení mladé generace matematiků, v rozšíření vlivu výpočetně algoritmického zaměření ve spojení s počítači, v postupném přehodnocování tradičního chápání důkazů v Hilbertově smyslu jako deduktivního odvozování. ... K vážným přeměnám dochází též v oblasti vyučování, což je doprovázeno přestavbou výukového procesu. V současné době je výuka přední linií rozvoje matematiky." (Str. 136)

„Přechod od teoretického způsobu organizace matematických poznatků k způsobu praktickému se uskutečňuje z jedné strany rozpadem teoretické jednoty poznatků, který je doprovázen opouštěním závazných norem dokazování. Z druhé strany se jednota matematického poznání stále více obnovuje v procesu algoritmizace a sestrojování matematických modelů, tj. uspořádáváním poznatků na jiném než důkazovém základě.

Epicentrum matematických výzkumů se přenáší do praktické části řetězce, v němž se transformuje matematické poznání a vzniká nový způsob organizace poznatků, který bychom mohli nazvat prakticko-syntetickým, tj. vzniklým syntézou s teoretickým způsobem. Vyučování

[7]) Srv.: K. A. RYBNIKOV, *Vvedenije v metodologiju matematiki*, Moskva 1979, str. 62

upevňuje tuto novou integritu a odstraňuje protiklad mezi teoretickými a aplikačními poznatky, které mají tendenci sjednocovat se do jediného komplexu jediné a nerozdělitelné matematiky." (Str. 137–138)

„Základem teoreticko-matematického poznání jsou teoretické konstrukce, v nichž jsou tvrzení navzájem svázána sítí důkazů. V současné době se teoretické konstrukce natolik rozrostly a dosáhly takového stupně dokonalosti, že jenom osvojení si matematických faktů v nich obsažených je krajně složité, nemluvě již o dalším rozvíjení takových konstrukcí... Růst teoreticko-matematického vědění je doprovázen stále větší složitostí problémů, diferenciací poznatků, kterou nemůže překonat sama deduktivní metoda, i kdyby byla dovedena k nejvyšší dokonalosti... Diferenciace matematických poznatků zase vede ke stále rostoucí specializaci. Z významného úsilí se rodí nejhlubší profesionalismus. „Mnozí matematikové" poznamenává N. Bourbaki, „se zabydlí v jakémkoliv koutku matematické vědy, odkud se nesnaží vyjít ven a nejenže ignorují vše, co se netýká předmětu jejich zkoumání, ale nejsou schopni dokonce ani pochopit jazyk a terminologii svých druhů, jejichž specializace je jim vzdálena."[8]) (Str. 138–140)

„Takže to zjevné, co bije do očí již při jetmém pohledu na moderní matematiku, le zřejmě nadměrně rozbujelá specializace v oboru teoreticko-matematického poznání podmíněná složitostí teoretických konstrukcí. Poznamenejme, že podobných složitostí se dosáhlo již v klasické teoretické matematice v době Apolloniově a Archimedově." (Str. 140–141)

„Dostali jsme se tak k velmi důležitému a zajímavému bodu – zkoumání příčin rozpadu teoretického způsobu organizování poznatků, který se na povrchu jeví jako nekontrolovaný růst diferenciace teoretických vědomostí. Protože rozpad teoretického způsobu organizování poznatků je totéž co postupný rozpad závazných norem dokazování, je nejprve třeba obrátit pozornost k podstatě důkazu. Důkaz je v podstatě realizací předchozího předvídání cíle důkazu – toho, co se chystáme dokazovat. K takovému předvídání není důkazu třeba – důkaz pouze legalizuje náš záměr. Proto důkazová matematika postupuje vpřed a roste tak dlouho, dokud vědec vidí dále a více, než stačí dokázat. Na druhé straně má důkaz nepochybně kladný rys – může být kdykoliv ověřen. Pomocí důkazu si můžeme tak říkajíc ohmatat výtvory našeho intelektu a ověřit si, že jsme neviděli pouhou fatu morgánu. Důkaz však nemůže být realizován, jakmile se ztratí jeho cíl, jakmile naše vědění přestaneme vnímat jako určitý celek. A cíl důkazu, to je právě to, co velice závisí na udržení jednoty teoretického poznání, tj. na jeho integritě... Avšak nové cíle výzkumu nám klade jak praxe tak i potřeby vnitřní obsahové jednoty. Proto ztráta schopnosti kladení cílů je současně ztrátou vnitřního obsahu i vnější stimulace. Je to bludný kruh, kde selhává celý mechanismus kladení cílů v teoretické matematice." (Str. 141–142)

„Jinými slovy, metodologický rozpor mezi existencí konkrétního důkazu a nemožností využít jej jako jednotícího nástroje v další práci znehodnocuje takový důkaz a nastává tak rozpad mechanismu, který by měl udržovat v rovnováze diferenciaci a integraci teoreticko-matematického poznání. Vědci přestanou chápat jeden druhého." (Str. 142)

„Dále vede pouze jedna cesta – smě-

[8]) Srv.: N. Burbaki, *Očerki po istorii matematiki*, Moskva 1963, str. 245

rem ke sjednocování matematiky na základě algoritmů, k praktické orientaci matematického vědění, ke zvýšení úlohy výpočetních metod.[9]) Teoretické organizování poznatků se blíží k vyčerpání svých možností a začíná ustupovat prakticko-syntetickému způsobu. Nové ideje, metody a problémy se stále více hledají vně matematiky. Na druhé straně, podobně jako tomu bylo v epoše syntetické praktické matematiky ve středověku, vlastní teoretické výzkumy (s vysokým stupněm formalizace) se stále více soustřeďují na oblast základů matematického vědění a na zdůvodňování algoritmických výpočtových procesů." (Str. 142)

„Podemílání teoretického způsobu organizace poznatků se projevuje především ve změně závazných norem dokazování, které se posunují směrem k jednoduchosti, názornosti a přístupnosti. Příkladem jednoduchého a přístupného pojetí je nestandardní analýza založená A. Robinsonem v polovině 60. let, která znamená určitý návrat k počítání s nekonečně malými veličinami.[10])[11]) Jeden ze spoluzakladatelů nestandardní analýzy M. Davis říká, že nově zavedená teorie má smysl proto, že vede k jednoduššímu a přístupnějšímu výkladu a také k matematickým objevům, což je důležitější. Jakmile jsou zavedené konstrukce jednou zdůvodněny, nejsou již další důkazy prováděny v detailech, nýbrž se opírají o eleganci a názornou krásu nestandardní analýzy." (Str. 142—144)

„Ještě silnější odklon od vžitých norem dokazování můžeme vidět v souvislosti s pronikáním strojových výpočtů do matematických důkazů, kdy část důkazu se ověřuje na počítači a jiný způsob ověření je prakticky nemožný. Příkladem takového neobvyklého důkazu bylo řešení problému čtyř barev Appelem a Hakenem v roce 1976."[12]) (Str. 144)

„Vědci si postupně uvědomují, že důkaz je bohatší a širší ve svých prostředcích, než je deduktivní odvození nebo přímá konstrukce. Kde vlastně leží hranice dokazování? Patrně až tam, kde se přestanou vůbec uplatňovat logické vazby. Uvnitř těchto hranic se připouští jakýkoliv stupeň přesnosti ve využití operačních procedur a jediným skutečným požadavkem je, aby výsledek platil v tom smyslu, že není ve viditelném rozporu s jinými výsledky." (Str. 144—145)

„Nakonec však přichází okamžik, kdy i takto široce chápaný důkaz jako jednotící prostředek ustupuje jiným způsobům organizace matematických poznatků. Přestavba matematického poznání směrem k praktickému způsobu jeho organizace se ohlašuje objevením se zvláštního druhu algoritmů, které mohou operovat s nedostatečně definovanými pojmy. Je to neostrá „fuzzy" logika Lotfi A. Zadeha, která odráží situaci operování s intuitivně zřejmými pojmy. Zadeh vybudoval svou logiku pro práci s „humanitními" systémy, tj. se složitými systémy, které v sobě nejčastěji zahrnují úsudky, vjemy nebo emoce lidí. Takové systémy, které se vytrvale brání tradičním metodám matematického výzkumu nás nutí „vzdát se" vysokých nároků na přesnost.[13]) Pravdivost se chápe jako lingvistická proměnná a mů-

[9]) Srv. též PMFA 1984 (3), str. 155 (pozn. redakce)

[10]) Srv. ruský překlad: M. Devis, *Nestandartnyj analiz*, Moskva 1980, str. 25

[11]) Srv. též PMFA 1977 (6), str. 316 (pozn. redakce)

[12]) Srv.: K. Appel, W. Haken, *Every planar map is fourcolorable* in: Ann. Math. Soc. *82*, 5 (Sept. 1976); srv. též PMFA 1979 (4), str. 181 (pozn. redakce)

[13]) Srv. ruský překlad: Zade L. A., *Ponjatie lingvističeskoj peremenoj i jego primenenie*

žeme pak operovat s pojmy jako „je skoro pravdivé“, „víceméně pravdivé“, „nepravdivé“, „lživé“, „není známo, zdali pravdivé“, „vypadající jako pravda“ atd. Neostrá logika je základem toho, co bychom mohli nazvat přibližným usuzováním. Jde o typy úsudků, v nichž hodnoty pravdivosti a pravidla odvozování jsou neostré a nepřesné. Přibližné úsudky v tomto smyslu se velmi podobají úsudkům, které lidé používají v nekorektně popsaných situacích nebo v situacích, které se popisu vůbec vymykají. Zadeh používá neostrých úsudků k odvozování neostrých vět a algoritmů.“ (Str. 145–146)

„S užitím algoritmů, včetně neostrých algoritmů, lze matematické poznatky sjednocovat na jiném než teoretickém základě, což částečně odstraňuje situaci úzké specializace, tohoto objektivního trendu rozvoje vědy. Proces algoritmizace vědění je činí přístupnějším nejen specialistům dané vědy, ale i představitelům jiných věd. Přitom vzniká možnost přenášet z jedné vědní oblasti do druhé nejen výsledky výzkumu, ale i metody a postupy, kterými byly tyto výsledky získány.“ (Str. 146 až 147)

„Uzlovým bodem je sestrojování matematických modelů, kde se na společném základě spojují rozličné části teoreticko-matematického vědění.[14]) V matematických modelech je dovedena k dokonalosti syntéza praktické orientace a teoretické tradice. Základem práce s matematickým modelem je totiž jeho zkoumání jako teoretické konstrukce axiomatického typu[15]) a nalezení obecných metod, které jsou zakódovány ve struktuře matematického modelu. Matematické modely neustále produkují své lokální metody, a tak se uskutečňuje jednota algoritmického a prakticky orientovaného matematického poznání.“ (Str. 147)

„Za základy, na nichž se rodí nová praktická matematika, lze pokládat především přírodní, ale i technické a společenské vědy. Kolem těchto základů se sdružují matematické modely a orientace na praxi se projevuje v orientaci na jiné oblasti vědy. Jsou studovány objekty, které nelze kvantitativně popsat prostředky tradiční teoretické matematiky. Jde o složité systémy skládající se z velkého množství navzájem závisejících parametrů. Ke studiu takových systémů je třeba hledat zcela nové přístupy, které dosud neměly žádnou analogii.“ (Str. 147–148)

„Do matematiky proniká problematika tzv. vzájemného působení. Pod „vzájemným působením“ rozumíme relace takového typu, které nelze redukovat na funkční závislosti. (Jak známo, novověká matematika se snažila vidět ve všech přírodních jevech jenom více či méně složité funkční závislosti.) V současné době se však objevilo velké množství systémů, v nichž se vzájemná podmíněnost vztahů nedá rozčlenit do řetězce funkčních závislostí. Studium takových systémů je aktuální a zajímavou oblastí, která nám umožňuje nahlédnout do budoucnosti vědy.“ (Str. 149)

„Jestliže si podle Bourbakiho představíme matematiku jako město matematických struktur, je možné říci, že dnes jsou matematikové podobni stavitelům, kteří staví domy bez valné představy o plánech zástavby a o městě jako celku. Místo jediného centrálního plánu nastupuje výstavba mikrorajónů, které jsou seskupovány

---

k prinjatiju približennych rešenij, Moskva 1976, str. 10. Srv. též PMFA 1984 (3), str. 126 (pozn. redakce)

[14]) Srv. též PMFA 1985 (1), str. 1 (pozn. redakce)

[15]) Srv.: L. Iliev, *Matematika kak nauka o modeljach*, in: Uspechy mat. nauk t. *27*, 1971 (2)

v souladu s požadavky krajiny (tj. s požadavky praktického rázu v nejširším smyslu).“ (Str. 149–150)

Již dříve byl uveden (viz text kurzívou) řetězec transformací matematického poznání ve středověké praktické matematice. Autor dále říká: „V současné době by tento řetězec transformací měl probíhat takto: *přesné důkazy – důkazy s oslabenou přesností – důkazové zdůvodňování algoritmických konstrukcí – algoritmické konstrukce jako samostatné útvary – matematické modely.*

Potřeba takového řetězce vychází jednak směrem z teoretické matematiky, kde úzký profesionalismus lze překonat jen názornou reprezentací, sjednocováním poznatků na základě zeslabených požadavků na přesnost důkazů, jednak také z potřeb praxe, kde vědecké poznání klade požadavky na matematiku – požadavky, které nemohou být dostatečně vzaty v úvahu, pokud jsou matematické poznatky reprezentovány pouze teoretickou formou.“ (Str. 150)

„V uvedeném řetězci transformací v každém následujícím článku dochází k větší syntéze teoretického s praktickým. *Vědomé* zeslabení přesnosti důkazů, *vědomé* zavedení speciálních neostrých algoritmů, *vědomé* propracování matematických modelů jako konstrukcí axiomatického typu – to jsou nové jevy ve srovnání s praktickou matematikou středověku.“ (Str. 150)

„Soustřeďování zájmu na matematiku prakticko-syntetického typu s sebou přináší důležité společenské důsledky, mění současný společenský mechanismus předávání poznatků ve výuce. Naléhavým úkolem se stává výchova značného množství specialistů, zabývajících se vytvářením a analýzou matematických modelů. Takoví specialisté musí projít kursem teoretické matematiky, musí nabýt schopnosti snadno se orientovat v matematické statistice, teorii pravděpodobnosti, metodách diferenciálního a integrálního počtu atd.; kromě toho musí znát skryté hybné síly a živou podstatu problémů, které jsou podrobovány kvantitativnímu zkoumání. Tito specialisté, kteří nakonec určují tvář současné matematiky, jsou vychováni v teoretické tradici, pracují v oborech praktických aplikací a považují matematické poznání za jediný celek – zároveň ostře protestují proti rozdělování matematiky na „čistou“ a „aplikovanou“, jsou proti stavění těchto složek do protikladu. Nejdůležitější, perspektivní problém metodologie dnešní matematiky – zkoumání velkých systémů – má jednak společenské důsledky, jednak upevňuje změny, ke kterým dochází v chápání předmětu a metod matematiky.“ (Str. 151)

„Věty jako Zabývám se matematikou. Jsem matematik, začínají přímo před našima očima měnit svůj význam. Předmět matematiky se chápe stále více „prozaicky“[16]) a jestliže N. Bourbaki kdysi prohlásil, že vzájemná korespondence mezi matematickými strukturami a experimentálně odhalenými jevy objektivní skutečnosti je naprostou záhadou, tento filozofický problém se začíná postupně řešit sám a stává se neaktuálním. Názory na předmět a metody matematiky nejsou nikdy jen subjektivními názory jednotlivých osobností, ale jsou především vyjádřením společenských trendů, na kterých závisí skutečné mechanismy rozvoje poznání.“ (Str. 151)

---

[16]) Engelsovo chápání matematiky jako vědy o prostorových formách a kvantitativních vztazích reálného světa zahrnuje všechny probíhající změny a dává jedině správnou, pravdivou, dialekticko-materialistickou představu zařazující matematiku do systému věd. (Pozn. autora)

Závěr

Předpokládejme, že předpovědi autora eseje o dalším vývoji matematiky jsou v zásadě správné. Jaké bychom odtud mohli vyvodit závěry, co bychom mohli doplnit nebo zdůraznit?

Pokud vznikne zmíněná „nová" matematika prakticko-syntetického charakteru, stane se tak patrně především na základě dlouhodobé rovnoprávné koexistence teoretické matematiky, matematického modelování v přírodních a společenských vědách a matematické informatiky, přičemž zde musí být maximální možnost vzájemného ovlivňování. Hlavním dějištěm tohoto procesu bude oblast vyučování – a na to je třeba se cílevědomě připravovat.

Je třeba zdůraznit, že „nová" matematika bude i nadále především matematikou. Vývoj nepůjde tím směrem, že by se teoretická matematika zcela rozmělnila v každodenní praxi a že by se vzdala svých vlastních kritérií na přesnost a své vlastní etiky, která sehrává podobnou společenskou úlohu jako například etika lékařská.

Tzv. úvahy s oslabenou přesností by měly být pouze nástrojem matematizace, tj. vzájemného sbližování matematiky a ostatních věd včetně společenských, nemohou se však nikdy stát kritériem pravdivosti, nemohou a nesmějí hrát roli arbitra. Příští syntetická matematika by měla uznávat pouze dvě kritéria pravdivosti, která budou patrně hrát rovnocennou úlohu. Na jedné straně je to dosavadní kritérium přesného matematického důkazu, na druhé straně pak shoda s praxí, která bude ověřována prostřednictvím těch oblastí vědy, v nichž se matematika aplikuje. Tato dvě kritéria by měla být dvěma póly, mezi nimiž budou fungovat mnohostranné vazby, které umožní vyloučit nebo alespoň maximálně omezit subjektivní libovůli a s konečnou platností odlišit vědecké od nevědeckého. Je totiž třeba mít na paměti, že matematika právě pro svou vysokou morální prestiž ve společnosti (pro svůj kredit přesnosti nebo míru přesnosti) může být v ostatních vědách nejen využita, ale i zneužita. Máme na mysli zneužití nejen pro vynalézání ničivých zbraní, ale na tomto místě především zneužití k falzifikaci pravdy, k neoprávněnému získávání prestiže apod. Existují zajímavé dokumenty o tom, jak je právě tímto způsobem matematika zneužívána například ve společenských vědách na Západě.[17]) Princip falzifikace je vždy týž: příslušná (většinou krajně konzervativní) sociologická teorie se na povrchu tváří jako podložená přesnou, „ostrou" matematikou, uvnitř však používá buď úvah matematicky neostrých, nebo úvah, které s matematickým způsobem uvažování nemají nic společného. Je zajímavé, že některé z těchto podvodů ve společenských vědách na Západě byly odhaleny právě teoretickými matematiky.

Dále si všimněme několika námětů pro výuku na různých typech škol, které vyplývají z perspektivy, jak nám ji vylíčil autor eseje. Většinou nejde o nic nového, ale věci známé jsou v souvislostech Barabaševovy práce postaveny do nového světa.

Především na základní škole: je zřejmé, že vyučování matematice založené na teorii množin je oprávněné do té míry, pokud naučí žáky základům algoritmického myšlení. Teorie množin se však nesmí stát hradbou, která oddělí vyučování matematiky od živé skutečnosti.

Výuka základů programování by měla být povinná na všech typech škol. Známý

[17]) Srv. např. PMFA 1984 (6), str. 339 (pozn. redakce)

sovětský informatik prof. Jeršov nazývá programování druhou gramotností.[18]) Jiní odborníci soudí, že v současné době existují tři základní prostředky komunikace mezi lidmi: mateřský jazyk, matematika a „computer science" — tyto tři prostředky by měly mít rovnoprávné postavení ve škole, protože v blízké budoucnosti budou mít rovnoprávné postavení v životě prakticky každého jednotlivce.

Pokud jde o výuku matematiky na vysokých školách a možná i na gymnáziích, mělo by se patrně uvažovat o zařazení kapitol z nestandardní analýzy, která je svým charakterem bližší způsobu myšlení praktiků. S dobře uváženými experimenty by se už mělo začít, přičemž by se ovšem v plné míře mělo využít zkušeností již ověřených na zahraničních vysokých školách.

Zdá se, že pozitivním krokem bylo i nedávné zařazení fyzikálních přednášek pro studenty oboru matematická analýza na MFF. Jedním z přínosů pro studenty bude i zkušenost s tím, jak používají matematiku fyzikové, jak s ní zacházejí. Stručně řečeno, takové přednášky dávají možnost seznámit se s matematickými úvahami, které jsou organizovány prakticko-syntetickým způsobem, o kterém hovoří autor eseje, tj. matematickými úvahami, které se koncentrují kolem jednotlivých fyzikálních teorií a problémů a vytvářejí tak spíše praktickou jednotu namísto jednoty matematicko-teoretické.

Na závěr si všimněme Barabaševovy studie ještě z jiného úhlu. Je třeba znovu zdůraznit, že autor k pochopení hlavních tendencí ve vývoji současné matematiky využil výsledků nejnovějšího historického rozboru vývoje starověké a středověké matematiky (tedy těch oblastí, pro něž bývá při stanovení cílů historickomatematického bádání nepříliš porozumění a o nichž „teoretikové rozvoje vědy" zpravidla soudí, že nemohou přispět k poznání rozvoje soudobé vědy), a ukázat, že je možné tímto způsobem poněkud pozměnit hierarchii priorit převládající v dnešní matematice (nebo v široké obci dnešních matematiků) a přispět tak k hlubšímu vidění problémů současné matematiky. Mnohdy se kladou otázky: Proč vůbec studovat dějiny matematiky? nebo K čemu je matematice její historie? V Barabašovově knize se ukazuje nejen inspirativnost studia historie matematiky, ale také falešnost takto stavěných otázek jakoby separujících dějiny matematiky od matematiky. Barabašev zde vlastně prakticky dokumentoval tezi formulovanou Ch. J. Scribou: „Otázka, zda dějiny matematiky mohou něčím přispět k zlepšení matematické výuky, ať už na středních nebo vysokých školách, je chybně položena. Musí znít asi takto: Je matematika vůbec možná bez dějin matematiky? Vše ostatní vyplývá z odpovědi, která nemůže být formulována jinak než: Nikoliv, matematika bez své historie neexistuje."[19])

Zpracovali Jaroslav Folta
a Oldřich Kowalski

[18]) Srv. např. PMFA 1982 (6), str. 325 (pozn. redakce)

[19]) Srv.: Ch. J. Scriba, *Die Rolle der Geschichte der Mathematik in der Ausbildung von Schülern und Lehrern*, in: Jahresbericht der Deutschen Mathematiker Vereinigung 85/1983, str. 113—128.