Nové knihy

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 12 (1967), No. 5, 320--324

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/138932

NOVÉ KNIHY

BÉLA SZ.-NAGY: INTRODUCTION TO REAL FUNCTIONS AND ORTHOGONAL EXPANSIONS, Budapest: 1964. 447 str., 40 obr., cena neudána.

Autor předkládá touto publikací čtenáři úvod do moderní matematické analýzy. Kniha je rozdělena do osmi kapitol.

První kapitola — „Množiny" začíná základními pojmy teorie množin, přičemž autor nikde nezachází do přílišných podrobností, nýbrž účelně volí látku potřebnou pro studium dalších kapitol (zejména teorie integrálu). Přechází pak hned ke studiu bodových množin v n-rozměrném euklidovském prostoru, vysvětluje pojem konvergence a studuje vlastnosti uzavřených a otevřených množin. Po důkazu Borelovy pokrývací věty a Cantorovy-Bendixonovy věty autor uzavírá kapitolu podrobným vyšetřováním Cantorova diskontinua.

Druhá kapitola pojednává o spojitých funkcích. Autor se nejprve zabývá základními vlastnostmi spojitých a polospojitých funkcí, stejnoměrnou a kvazistejnoměrnou konvergencí posloupností funkcí a monotonními posloupnostmi funkcí. Dále pojednává o Bairově klasifikaci funkcí a přichází k problému aproximace spojitých funkcí polynomy. Dokazuje Weierstrassovu a Weierstrassovu-Stoneovu větu o aproximaci funkcí. V poslední části této kapitoly studuje monotonní funkce a funkce s konečnou variací.

Třetí kapitola pojednává o derivování. Po stručném historickém úvodu ukazuje autor konstrukci spojité funkce, která nemá nikde derivaci. Pozornost pak obrací k množinám nulové míry a vyslovuje Lebesgueovu větu o derivaci monotonní funkce. Zavádí horní a dolní derivovaná čísla zprava a zleva a dokazuje pak uvedenou větu. V další části této kapitoly se zabývá Fubiniho větou o derivování konvergentní řady monotonních funkcí a Lebesgueovou větou o hustotě množiny $M \subset E_1$ v bodě. Kapitolu uzavírá studiem derivovaných čísel libovolné funkce.

Ve čtvrté kapitole zavádí autor nejprve pojem funkce intervalu a studuje některé vlastnosti těchto funkcí. Po důkazu Darbouxovy věty přechází k derivování funkcí intervalu a definuje Riemannův integrál, jehož vlastnosti podrobně rozebírá. Závěr kapitoly je věnován funkcím několika proměnných a jejich (Riemannově) integrálu.

První čtyři kapitoly mají zřetelně úvodní charakter. Těžiště celé knihy představují kapitoly pátá až osmá.

V páté kapitole definuje autor Lebesgueův integrál pomocí elementárních funkcí. Dokazuje Leviho a Lebesgueovu větu o integrování řad po členech, Fatouovo lema a ukazuje souvislost mezi (vlastním) Riemannovým a Lebesgueovým integrálem. Ve druhé části této kapitoly se zabývá neurčitým integrálem a přechází k absolutně spojitým funkcím. Po větě rozkladu monotonní funkce uvádí konečně věty o integraci per partes a o integraci substitucí. Ve třetí části páté kapitoly studuje měřitelné funkce a měřitelné množiny a ukazuje ekvivalenci zavedených pojmů s původními pojmy, kterých užíval při definici měřitelnosti, míry a integrálu Lebesgue. Konstruuje dále neměřitelnou množinu a zabývá se borelovsky měřitelnými množinami. Nakonec pak dokazuje Jegorovovu a Luzinovu větu. V poslední části páté kapitoly analogizuje získané výsledky pro případ funkcí více proměnných a pro $n = 2$ dokazuje Fubiniho větu.

V šesté kapitole se čtenář stručně seznamuje se Stieltjesovým a Lebesgueovým-Stieltjesovým integrálem a jejich nejdůležitějšími vlastnostmi. Autor pak ukazuje, jak lze výsledky páté kapitoly zobecnit a zavádí pojem a ukazuje základní vlastnosti Lebesgueova integrálu na abstraktních prostorech.

Sedmá kapitola, nazvaná Prostory integrabilních funkcí, začíná studiem prostoru L^2. Po úvodních nerovnostech a definici skalárního součinu a normy přechází autor k Rieszově-Fischerově větě a zavádí pojem ortogonálních posloupností. V dalším odstavci se pak zabývá lineárními funkcionály v Hilbertově prostoru, kde aplikuje dosud probranou látku. Ve druhé části této kapitoly studuje z moderního hlediska trigonometrické Fourierovy řady a ve třetí části obrací pozornost k ortogonálním polynomům. Ve čtvrté části sedmé kapitoly se autor zabývá Fourierovým integrálem a Fourierovou transformací a konečně v páté části studuje prostory L^p.

Poslední, osmá kapitola je věnována otázkám konvergence a sčítatelnosti Fourierových řad. Po historickém úvodu, kde ukazuje souvislost některých matematických problémů s problematikou fyzikální, vykládá autor nejprve klasické věty týkající se konvergence Fourierových řad a přechází pak k metodám sumace Fourierových řad. Ukazuje vzájemnou souvislost jednotlivých sumačních metod, dokazuje Fejérovu větu a některé její důsledky a Abelovou-Poissonovou metodou sumace knihu uzavírá.

Ke každé kapitole je připojeno několik úloh, které mají čtenáři ukázat možnost dalšího prohlubování probraných partií. Těžší úlohy obsahují pak návod k řešení.

Obsah knihy je volen se zřetelem na teorii Lebesgueova integrálu a ortogonálních rozvojů. Autor nezachází do zbytečných podrobností, nýbrž si účelně připravuje látku potřebnou pro další výklad. Podle mého mínění by ovšem některým kapitolám neuškodilo poněkud více podrobností. To se týká zejména poslední části páté kapitoly a druhé a třetí část kapitoly šesté, kde studium funkcí více proměnných a jejich integrál jsou probrány snad až příliš stručně, což však v dalším výkladu se zřetelem na zaměření knihy nevadí. Hodnotu knihy rovněž neovlivňuje několik málo tiskových chyb, na které jsem při čtení narazil.

Kniha je psána velmi srozumitelně a je vhodná pro studující matematiky, kteří jsou seznámeni se základy klasické analýzy (není to však podmínkou, neboť autor vlastně o předběžných znalostech nic nepředpokládá). Čtenář jí dostává do rukou velmi hodnotný úvod do studia funkcionální analýzy.

F. Riesz, B. Sz. Nagy: LEÇONS D'ANALYSE FONCTIONNELLE. 4. vydání, Paris — Budapest 1965, 500 str., cena neudána.

Předložená kniha je jedním ze základních děl o funkcionální analýze. Obsahuje jedenáct kapitol a Dodatek. Kapitoly jsou rozděleny do dvou částí.

První část, nazvaná Moderní teorie derivace a integrálu, má tři kapitoly a tvoří úvodní část pro další studium.

V první kapitole pojednávají autoři o derivaci. Po konstrukci spojité funkce nemající nikde derivací dokazují Lebesgueovu větu o derivaci monotónní funkce a zavádějí pojem množiny nulové míry. Studují pak funkce s konečnou variací a některé důsledky vyplývající z Lebesgueovy věty a přecházejí k funkcím intervalu, pomocí kterých definují Riemannův integrál.

Druhou kapitolu věnují autoři zavedení Lebesgueova integrálu funkce jedné proměnné a studiu jeho vlastností. Obracejí pak pozornost k lineárním funkcionálům v prostoru L^2 a L^p a ortonormálním systémům. Dále studují slabou konvergenci a konvergenci podle středu a ukazují jejich souvislost (věta Banachova a Saksova). Potom se stručně zmiňují o integrálu funkcí více proměnných a kapitolu uzavírají uvedením původní Lebesgueovy definice integrálu pomocí míry a porovnáním této definice s definicí podanou na začátku kapitoly.

Ve třetí kapitole zavádějí autoři nejprve Stieltjesův integrál a stručně ukazují jeho nejdůležitější vlastnosti. Ukazují na možnost zobecnění tohoto integrálu na integrál Riemannův-Stieltjesův a Lebesgueův-Stieltjesův a uvádějí některé relace mezi těmito integrály. Kapitolu pak uzavírají Daniellovou definicí integrálu.

Obsah první části se prakticky kryje se zhuštěným obsahem prvních sedmi kapitol Nagyho knihy Introduction to Real Functions and Orthogonal Expansions (viz můj referát na str. 320 tohoto čísla Pokroků).

Druná část knihy je věnována integrálním rovnicím a lineárním transformacím.

O integrálních rovnicích pojednává kapitola čtvrtá. Po zavedení základních pojmů ukazují autoři, jak lze na omezená jádra užít metody postupných aproximací a dojít tak k Neumannově řadě pro řešení dané integrální rovnice. Přecházejí pak k jádrům integrabilním za čtvercem, pomocí inverzní transformace zavádějí pojmy regulárních a charakteristických hodnot a definují iterovaná jádra a Fredholmovu rezolventu. Dále ukazují, jak lze aproximovat dané jádro jádry degenerovanými. V další části kapitoly čtenář najde Fredholmovu alternativu a některé další výsledky Fredholmovy teorie. Autoři pak zavádějí pojem úplně spojitých operátorů a celou teorii integrálních rovnic probírají znovu s těmito novými prostředky. Kapitolu uzavírají aplikací integrálních rovnic v teorii potenciálu (Dirichletův a Neumannův problém).

V páté kapitole se čtenář podrobně seznámí s Hilbertovými a Banachovými prostory. Po úvodních poznámkách přecházejí autoři k abstraktnímu Hilbertovu prostoru, k lineárním operátorům a k úplně spojitým lineárním operátorům v tomto prostoru. Dále se zabývají prostory Banachovými a lineárními operátory v Banachových prostorech a zobecňují pojem integrálních rovnic (kap. 4) na operátorové rovnice v Banachových prostorech. Speciálně pak studují operátory v prostoru spojitých funkcí. Kapitolu opět uzavírají ukázkou na aplikování získaných výsledků v teorii potenciálu.

Šestá kapitola je věnována Hilbertově-Schmidtově teorii lineárních symetrických operátorů. Autoři nejprve ukazují obecné základní vlastnosti vlastních elementů a vlastních hodnot lineárního symetrického operátoru a přecházejí pak k úplně spojitým operátorům, pro které dokazují větu o existenci vlastních hodnot. V další části pak dokazují Hilbertovu-Schmidtovu větu o rozvoji dané funkce v L^2 podle vlastních funkcí symetrického, resp. hermitovského operátoru a kapitolu uzavírají studiem skoroperiodických funkcí a jejich aplikacemi ve fyzice.

V sedmé kapitole seznamují autoři čtenáře s vlastnostmi symetrických lineárních operátorů v abstraktním Hilbertově prostoru. Dokazují opět větu o spektrálním rozkladu omezeného symetrického lineárního operátoru; zabývají se dále unitárními a normálními operátory a spektrálním rozkladem normálních operátorů. Závěr kapitoly je věnován lineárním unitárním operátorům v L^2.

Osmá kapitola je věnována studiu neomezených lineárních operátorů v abstraktním Hilbertově prostoru. Autoři věnují zde pozornost zejména adjungovaným a samoadjungovaným operátorům a ukazují některé metody spektrálního rozkladu samoadjungovaným symetrických operátorů.

Devátá kapitola navazuje na některé otázky kapitoly osmé. Pojednává o samoadjungovaných operátorech, dále o spektru jistého speciálního samoadjungovaného operátoru a o aplikaci poruchového počtu na tento operátor.

V desáté kapitole se autoři zabývají grupami a semigrupami lineárních operátorů. Studují nejprve operátory unitární, potom operátory neunitární a nakonec některé ergodické věty.

V poslední kapitole podávají autoři úvod do spektrální teorie lineárních operátorů obecného tvaru. Ukazují, jak lze v této teorii aplikovat teorie funkcí, a seznamují nakonec čtenáře s některými množinovými vlastnostmi spektra operátoru.

V Dodatku od B. Sz.-Nagyho najde konečně čtenář důkazy některých fundamentálních vět z funkcionální analýzy.

Kniha je doplněna obsáhlým seznamem literatury a bohatým rejstříkem.

Je vhodná pro čtenáře, kteří jsou již dobře obeznámeni se základy funkcionální analýzy, neboť některé její kapitoly jsou pro studium dosti náročné. Obtížnost studia zvyšuje to, že kniha až na malé výjimky neobsahuje příklady, které by text ilustrovaly. Tento nedostatek způsobuje, že kniha je spíše přehledem některých vybraných partií z funkcionální analýzy než učebnicí.

Alois Apfelbeck

Wick Karel: PRAVIDLA MATEMATICKÉ SAZBY. 3. vyd. (2 čes.) Praha: Academia 1966. 93 str. Brož. Kčs 8,50.

Sazba matematického textu klade velké nároky na práci typografů. V poslední době zavedení strojové sazby matematických článků umožnilo sice podstatně zkrátit dobu nutnou k vysázení (dříve se sázely ručně) a do jisté míry práci typografů usnadnilo; na druhé straně k plnému využití výhod strojové sazby je nutné úpravu a formu rukopisu přizpůsobit možnostem tiskárny.

Kniha K. Wicka umožňuje všem zájemcům seznámit se s pravidly, kterými je nutno se řídit při psaní matematických textů i při jejich sazbě. Je určena typografům, redaktorům a vůbec pracovníkům nakladatelství a tiskáren, a s jejím obsahem by měli být seznámeni také autoři matematických textů. Ti, jako první článek řetězu určujícího vznik matematické publikace, mohou použitím pravidel uvedených v knize především podstatně přispět nejen k zjednodušení práce v tiskárně a ke zkrácení výrobní doby, ale i k působivému, modernímu a přehlednému vzhledu publikovaných prací. Kniha informuje stručně o písmu používaném v sazbě matematických publikací, dále uvádí četné příklady vhodného zápisu vzorců a matematických výrazů, použití závorek a znaků (např. integrály apod.) indexů, zápisu zlomků, determinantů a matic, psaní a značení symbolů a značek v rukopise apod.

Tato příručka vychází již ve druhém vydání. Má velmi zajímavou a působivou úpravu. Je velmi užitečná všem, kdo přicházejí do styku s tiskem matematických textů; nepostradatelná bude nejen pro typografy a redaktory, ale i pro autory.

Jiří Škácha

Vyšín, Jan: ZÁKLADY VEKTOROVÉ ALGEBRY. (Matematická knižnice, řada A: pro učitele). Praha: SPN 1966. 1. vyd., 180 str. Brož. Kčs 6,50.

V současné době je u nás i za hranicemi stále častěji slyšet o modernizaci vyučování matematice nejen na středních, ale i na základních školách. Je zcela přirozené, že ve všech pokusech zabývajících se tímto problémem pronikají do školské matematiky prvky novějších matematických disciplín. Nemá-li se však modernizace vyučování matematice stát pouze módním heslem, ale naopak, má-li v brzku vejít v život, a to v co nejširším rozsahu požadovaném dnešní dobou, je třeba, aby se učitelé sami včas seznamovali se základy různých modernějších matematických disciplín.

Tomuto požadavku vychází právě vstříc knížka J. Vyšína, ve které se mohou čtenáři seznámit se základními vlastnostmi jedné z nejdůležitějších algebraických struktur, totiž vektorového prostoru.

Knížka je rozdělena do deseti kapitol.

Kapitola I: Algebraické struktury. V ní jsou definovány po řadě: pologrupa, grupa, okruh, těleso, obor integrity a vektorový prostor. Veškeré nové pojmy jsou ilustrovány na příkladech. Protože hlavní jádro knihy je ve studiu vektorových prostorů, kterým jsou věnovány zbývající kapitoly, nezatěžuje autor výklad studiem vlastností jednodušších algebraických struktur. Ostatně další výklad je nezávislý na 1. kapitole.

Kapitola II: Afinní vektorový prostor. Pojem afinního vektorového prostoru je zaveden axiomaticky. Po odvození nejzákladnějších vlastností afinního vektorového prostoru (unicita nulového a opačného vektoru ap.) se studují jednak lineární závislost a nezávislost vektorů, jednak lineární kombinace.

Kapitola III: Modely vektorových prostorů. Protože je tato kniha určena hlavně učitelům, je jistě správné, že se její autor neomezuje na abstraktní studium vektorových prostorů. V této kapitole uvádí celkem 8 příkladů vektorových prostorů, z toho jsou 3 aritmetické a 5 geometrických. Na rozdíl od 1. kapitoly se však nemluví již o příkladech vektorových prostorů, ale důsledně o modelech vektorových prostorů.

Kapitola IV: Vektorové prostory konečné dimenze. Hlavní výsledky této kapitoly jsou: a) věta o existenci báze ve vektorovém prostoru konečné dimenze; b) transformace báze vektorového prostoru.

Kapitola V: Dvě aplikace vektorových prostorů. Tato kapitola je opět velmi užitečná pro učitele, neboť se v ní ukazuje na 2 příkladech, jak souvisí teorie o vektorových prostorech s tradiční školskou matematikou. Jednak se na základě relace souhlasnosti bází vektorového prostoru nad tělesem všech reálných čísel precizuje pojem orientace v geometrii, jednak se ukazuje, jak lze využít poznatků o vektorových prostorech při řešení úloh o směsích.

Kapitola VI: Metrické vektorové prostory. Zde se nejdříve studuje skalární součin vektorů ve vektorových prostorech nad tělesem všech reálných čísel. Pomocí skalárního součinu se pak obvyklým způsobem metrizují vektorové prostory.

Kapitola VII: Další algebraické operace s vektory. Autor zde studuje ve vektorových prostorech nad tělesem všech reálných čísel a) vnější součin vektorů; b) tzv. smíšený součin vektorů (je to číslo, o kterém lze dokázat, že jeho druhá mocnina se rovná Gramovu determinantu); c) tzv. složený vektorový součin, což je vektor (přitom se však užívá nedůsledně označení, které bylo zavedeno pro smíšený součin).

Kapitola VIII. Modely a aplikace. Teorie vyložená v předešlých kapitolách se ilustruje na třech modelech metrizovatelných vektorových prostorů. Zajímavá je ukázka studia geometrie trojhranu.

Kapitola IX: Komplexní vektorový prostor. Zde je dokázána věta, že každý n-dimenzionální afinní vektorový prostor nad tělesem všech komplexních čísel je afinně izomorfní s kartézským součinem dvou n-dimenzionálních afinních vektorových prostorů nad tělesem všech reálných čísel. Dále se uvádí, že obdobná věta pro metrické vektorové prostory neplatí. Kromě toho je zde zaveden pojem izotropického vektoru.

Kapitola X: Některé geometrické aplikace komplexních vektorových prostorů. Předmětem studia jsou komplexní bodové prostory. Diskutují se otázky existence reálných bodů na komplexní přímce a v komplexní rovině. Konečně je zde i zmínka o kvadratických plochách.

Celá knížka je napsána velmi čtivě. Jejím kladem je rozhodně velké množství ilustračních příkladů i ukázky aplikací. Některé drobnější většinou tiskové chyby si čtenáři sami snadno odstraní. Knížka je doplněna podrobným rejstříkem. Bylo by užitečné, kdyby byla uvedena i další studijní literatura.

Knihu lze doporučit všem učitelům a nadaným žákům středních škol.

Milan Koman