

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Jaroslav Folta

Zamyšlení nad bolzanovskými výročími

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 26 (1981), No. 5, 241--248

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138733>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1981

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Zamyšlení nad bolzanovskými výročími

Jaroslav Folta, Praha

Prolog

Letos 5. října vzpomínáme dvoustého výročí narození Bernarda Bolzana, pražského matematika, logika, filozofa a sociálního myslitele. Zařazení tohoto jubilea mezi světová kulturní výročí UNESCO připoutá k Bolzanovi pozornost celého světa. Avšak toto výročí není jediným bolzanovským výročím tohoto roku. Zbývající výročí jsou dokladem tragického osudu této bezesporu pozoruhodné osobnosti i jejího díla.

- 1831 – Před 150 lety byla v podstatě napsána hlavní matematická díla, která zůstala v rukopise, aby teprve
- 1921 před 60 lety začala být objeovávána a
- 1931 před 50 lety zčásti zpřístupňována veřejnosti.
- 1851 Je to však zároveň 130 let od publikace Bolzanových Paradoxů nekonečna, prakticky jediného díla, na které bylo bezprostředně navazováno
- 1871 a 110 let od postupného objeovávání Bolzanových výsledků z matematické analýzy.¹⁾

1.

Nepopisujeme všechny peripetie Bolzanova života,²⁾ snažíme se jen odpovědět na některá proč, která nás napadají při výčtu jeho letošních jubileí.

Bolzano, kterého při studiu na filozofii nakonec zaujala matematika natolik, že jí věnoval po ukončení filozofie ještě jeden rok, kdy poslouchal přednášky profesora Gerstnera, vlastně publikuje své poslední matematické práce v roce 1817 ve svých

¹⁾ Přehledně o matematických výsledcích B. Bolzana srv. J. FOLTA, *Život a vědecké snahy Bernarda Bolzana*, in: V. JARNÍK, *Bolzano a základy matematické analýzy*, Praha JČSMF 1981, str. 11–29. Zde je také uvedena širší bibliografie k této problematice.

²⁾ Na tomto místě nebudu opakovat známá fakta; čtenář Pokroků má ještě v paměti dva články F. VESELÉHO z 2. ročníku (1957) 119–127, 234–243 a nadto v letošním roce vychází v novém a literárně velmi půvabném českém překladu M. PAVLÍKOVÍ Polzarcova autobiografie: *Ferrard Bolzano, Vlastní životopis*, Odeon 1981.

36 letech a vytvořil jich do té doby šest;³⁾ z nich poslední už nebyla publikována v této době, ale až v posledním období Bolzanova života.⁴⁾ A přesto je už při oslavách stých narozenin v r. 1881 považován za významného matematika a Jednota českých matematiků vydává Studničkův překlad jeho *Ryze analytického důkazu* a v témže roce O. Stolz v obsáhlejší článku upozorňuje na Bolzanův význam světovou veřejností⁵⁾.

Je paradoxem, že tento překlad do češtiny byl na dlouhou dobu jediným Bolzanovým matematickým dílem,⁶⁾ které bylo zpřístupněno českému čtenáři – a udělala to Jednota v době, kdy každý náš matematik znal němčinu stejně dobře jako mateřštinu. UVÁŽÍME-LI, že česky vyšly už jen *Paradoxy nekonečna*, a to až v roce 1963 v překladu O. Zicha, je to skutečně velmi málo, co se učinilo pro seznámení naší širší matematické veřejnosti s Bolzanovým dílem. Jistě mají pravdu všichni, kdo soudí, že Bolzanovo dílo je vlastně překonáno a dnešní matematika stojí už úplně jinde, na jiných základech, že mnohé z toho, co říkal Bolzano, je mlhavé, špatně srozumitelné, nepřesné. Ale studium Bolzanova díla rozhodně má co říci dnešnímu matematikovi. Není bez důvodu, že dodnes je Bolzano znovu objevován:⁷⁾ je možné s těmito objevy nesouhlasit, polemizovat, ale nelze jednoduše přejít fakt, že podobné práce nevznikly u nás, kde pěstování matematické analýzy a topologie má již svou určitou tradici.

Je to tím podivnější, že to byli právě čeští matematici Petr, Jašek, Jarník a Rychlík, kteří začali objevovat ve dvacátých a třicátých letech v rukopisech pro svět zcela neznámého Bolzana.

Ale před sto lety byl znám Bolzano jen ze svých raných prací. V nich je v letech 1816 – 17 publikováno přesné vymezení limity, spojitosti funkce, intervalu a infima; některé z těchto pojmů se objevují v Cauchyho *Cours d'analyse* v r. 1821 – v učebnici, která se stala zvratem ve vývoji matematické analýzy, zahájila aritmetizaci analýzy a období revize této oblasti matematiky.

Sedmdesátá léta 19. století bývají považována za závěr této etapy, a v této době je také Bolzano docenován, a to vlastně už jen historicky. Je otázka, zda jeho spisky

³⁾ Reprint Bolzanových raných matematických prací je zpřístupněn Ústavem čs. a světových dějin ČSAV v ediční řadě *Acta historiae rerum naturalium necnon technicarum*, Spec. Issue 12: *Bernard Bolzano, Early mathematical works*. Sem jsou zařazeny spisy *Betrachtungen über einige Gegenstände der Elementargeometrie* (1804); *Beyträge zu einer begründeteren Darstellung der Mathematik* (1819); *Der binomische Lehrsatz* (1816); *Rein analytischer Beweis...* (1817) a *Die drey Probleme der Rectification, der Complanation und der Cubirung...* (1817); Praha 1981, str. XXXII + 588.

⁴⁾ Jde o práci *Versuch einer objectiven Begründung der Lehre von den drei Dimensionen des Raumes*, která vznikla asi r. 1815, ale byla vydána až 1843.

⁵⁾ O. STOLZ, *B. Bolzanos Bedeutung in der Geschichte der Infinitesimalrechnung*, in: *Mathematische Annalen* 18 (1881): 255–279.

⁶⁾ Zmiňme se zde, že jediná Bolzanova práce vyšla dříve česky. Jeho spisek *O logice* vydal v roce 1831 časopis Krok, zatímco německá verze zůstala dodnes v rukopise. Reprint české verze z Kroku připravil v letošním roce Památník národního písemnictví s ediční poznámkou J. LOUŽILA.

⁷⁾ Mám zde na mysli např. JOHNSONOVU práci *Prelude to Dimension Theory. The Geometrical Investigation of Bernard Bolzano* (Archive for history of Exact Science, Vol 17, Nr 3, 1977: 261–295); nebo GRATAN GUINNESSOVU úvahu o vztahu Bolzana a Cauchyho (český překlad viz *Pokroky* 15 (1970): 133–137), která dala podnět k široké mezinárodní diskusi o tomto problému a samotného autora vedla k napsání bezesporu zajímavé knihy *The Development of the Foundations of Mathematical Analysis from Euler to Riemann* (MIT Press 1970).

ovlivnily celý tento proces, i když zmíněný Grattan-Guinness soudí — avšak jen s velmi slabou argumentací — že Bolzanovy výsledky ovlivnily už Cauchyho.⁸⁾ Tato otázka asi musí zůstat zatím nerozhodnuta.

2.

Bolzano byl považován za významného matematika ovšem až dlouho po své smrti.⁹⁾ I docenění, provedené Georgem Cantorem, je nezbytně až posmrtné. Bolzano po roce 1817 dále bádá v matematice. Ale změnila se jeho taktika. Zatímco v předmluvě k *Ryze analytickému důkazu*¹⁰⁾ říká:

„Už v roce 1804 jsem došel k závěru, že v žádné vědě nelze začít s vydáváním dokonalé učebnice, ale dávat v jednotlivých pojednáních poznat pojmy, které se odlišují od ostatních. A když po mnohostranném prověření budou částí veřejnosti přijaty, teprve pak lze myslet na vypracování celého systému, nemělo by se to však dlouho odsouvat, aby to smrt nepřenechala jiným.“

Ve třicátých letech své nové matematické rukopisy několikrát rediguje a přesto, že některé má připraveny k tisku, otálí, protože zřejmě chce připravit k vydání svůj nový pohled na matematiku ve své *Grössenlehre*.

Bolzano si už ve své matematické prvotině dal zásadní program své práce v matematice.¹¹⁾

Především jsem si stanovil pravidlo, že mne žádná zřejmost předpokladu nepřiměje k tomu, abych se cítil zproštěn povinnosti hledat pro něj důkazy tak dlouho, dokud jistě neuvidím, že nelze a proč nelze požadovat žádný důkaz...

Je-li pravda, že všechny významné, správné a v dokonalém pořádku sestavené představy jsou lépe pochopitelné než...zpréházené a nesprávné, pak je třeba se snažit rozvinout všechny matematické pravdy až k jejich posledním základům.

A ve třicátých letech se snaží podrobit tomuto programu celou budovu matematiky, o jejíž architekturu se pokouší. Zatímco v prvních pracích si ověřil sílu své matematické invence na řešení základních matematických problémů a současně si uvědomil nezbyt-

⁸⁾ Ukazuje se však, že toto období stále zasluhuje badatelskou pozornost. Nedávno se objevila např. práce, která ukazuje, že Bolzano — Cauchyho kritérium konvergence — řazené do let 1817/1821 užil již v roce 1812 Gauss ve svém článku o gamma funkci (srv.: A. И. Курдюмова, Критерий сходимости Больцано—Коши в работе Гаусса 1812 г., in: Историко-математические исследования 23 (1978), 142n; A. P. Juškevič upozorňuje rovněž na obdobné snahy z doby před Bolzanem a Cauchyem (*J. A. de Cunha et les fondements de l'analyse infinitésimales*, in: Revue d'Histoire des Sciences... 26, 1973, No 1, str. 3—22), které se objevují v Cunhově posmrtné (!) 1790 vydané (a 1811 do francouzštiny přeložené) učebnici *Principios Mathematicos*.

⁹⁾ Zemřel v Praze 18. 12. 1848. V poslední době díky antropologickému průzkumu Bolzanových kosterních pozůstatků, provedenému mezi květnem a prosincem 1980 MUDr. EM. VLČKEM, DrSc., v souvislosti s úpravou Bolzanovy hrobky na Olšanských hřbitovech, bylo v prosinci 1980 v denním tisku publikovaného několik článků věnovaných Bolzanovu zdraví a habitu. [Pozn. red.: Viz též článek E. VLČKA v tomto čísle.]

¹⁰⁾ *Rein analytischer Beweis...* str. 26.

¹¹⁾ *Betrachtungen...* Vorrede.

nost metodického zpřesnění matematického výkladu, poznal pravděpodobně zároveň problémy, které musí být vyřešeny, aby jeho představa matematiky mohla být dokonale sevřena.

Proto se věnuje nejprve metodologii výkladu vědecké teorie – logice. V r. 1829 je dokončována čtyřsvazková *Wissenschaftslehre*¹² (vydaná 1837) a sám tomuto dílu přikládal velkou závažnost. Bohužel, snad velký rozsah, ale bezesporu jeho neobvyklá koncepce logiky způsobily, že ani toto dílo nemělo bezprostřední ohlas.¹³) V dalším období 1830 – 35 se pokouší o teorii reálných čísel¹⁴) a o něco později i o nové přepracování své analýzy.¹⁵) Zároveň pracuje na své nauce o číslech.¹⁶ Ale v posledních čtyřech letech svého života se věnuje svým *Paradoxum nekonečna* (Lipsko 1851) a připravuje je snad jako první z těchto spisků úplně k vydání, jako by si byl vědom nezbytnosti začít právě od této problematiky nekonečných množin, aby se v teorii reálných čísel měl o co opřít; pravděpodobně si uvědomoval význam této oblasti pro základy analýzy.¹⁷)

Snad bychom mohli říci, že historická posloupnost vzniku jednotlivých částí *Größenlehre* podporuje naši domněnku logiky badatelského záměru Bolzanova, a tedy pomáhá vysvětlovat jeho subjektivní zábrany publikace. Bolzano tedy „myslel na vypracování celého systému“, jak si předsevzal v r. 1817, ale přesto byl nucen tuto problematiku odsunout a pak spoléhat na jiné, že dokončí jeho dílo (parafrázujeme-li jeho výrok). Ani v tomto ohledu neměl Bolzano štěstí. Ke konci života se spolehl na syna svých přátel a svého žáka Roberta Zimmermanna, který se seznámil s nejdůležitějšími partiiemi *Größenlehre* a pod Bolzanovým vedením pracoval na některých otázkách matematiky i logiky. Později sice Bolzano rozpoznal, že Zimmermann je málo pilný a vytrvalý a že neodhadl dobře ani jeho nadání pro matematiku; nicméně věřil, že se Robert Zimmermann – pozdější profesor psychologie a estetiky – bude ještě vyvíjet tak, aby mohl jeho koncepci matematiky dokončit, a proto mu odkázal svou matematickou pozůstalost.¹⁸) Rukopisy odešly s Zimmermannem do Vídně a zde zůstaly nepovšimnuty až do dvacátých let našeho století.

¹²) V letošním roce je vydávána v českém překladu stručná verze této knihy pod názvem *Vědosloví. Pokus o zevrubný a převážně nový výklad logiky se stálým zřetelem k dřívějším zpracovatelům*. (Výbor). Praha, Academia 1981, 472 stran.

¹³) Srv.: K. BERKA, *Bernard Bolzano – předchůdce moderní logiky*, in: *Dějiny věd a techniky 14*, 1981, č. 3.

¹⁴) Srv.: K. RYCHLÍK, *Teorie der reellen Zahlen im Bolzanos handschriftlichen Nachlasse*. Praha 1962.

¹⁵) Srv.: [K. RYCHLÍK, ed.], *Functionenlehre*, in: *Spisy B. Bolzana, sv. 1*. Praha 1930. Právě v této práci je uvedena proslulá Bolzanova spojitá funkce nemající v žádném bodě derivaci, vytvořená asi dvacet let před Weierstrassem, který ji uvedl na svých přednáškách snad r. 1861; ale teprve du Bois Reymond publikoval Weierstrassův příklad v r. 1875. V Bolzanově pozůstalosti byla nalezena M. JAŠKEM až v r. 1921.

¹⁶) Srv.: [K. RYCHLÍK, ed.], *Zahlentheorie*, in: *Spisy B. Bolzana, sv. 2*, Praha 1931.

¹⁷) Pochopitelně, že paralelně pracoval i na partiích geometrických, které měly naplňovat jeho *Raumlehre* jež měla být součástí jeho *Größenlehre*.

¹⁸) Srv.: E. WINTER, *Robert Zimmermanns philosophische Propädeutik und die Vorlagen aus der Wissenschaftslehre Bernard Bolzanos*, in: *Sitzungsber. d. Österr. Akad. d. Wiss.*, Bd. 299, 5. Abh., Wien 1975, str. 16.

3.

Doposud jsme však mluvili o Bolzanovi jako matematikovi. Ale pokládal se on sám za matematika? Pročítáme-li jeho vlastní životopis, nevidíme, že by svým matematickým výsledkům přikládal přílišnou pozornost; jako by od poslední z jeho raných matematických prací byl ovládnut především problémy souvisejícími s jeho spory s církevní hierarchií.

■ Bolzano se po absolvování filozofie věnoval studiu teologie a potom se účastnil paralelně konkursu na místo učitele nižší matematiky na univerzitě za nemocného Vydrů a na místo univerzitního katechety náboženství, které bylo v té době zřizováno k tomu, aby pomohlo paralyzovat myšlenky osvícenství a francouzské revoluce, šířící se mezi studenty.

Bolzanovi byla přisouzena role univerzitního katechety, v ní se několikrát dostal do rozporu s učební osnovou, protože přednášel podle vlastních poznámek a nikoliv podle Frintovy učebnice náboženství. Frint jako zpovědník císaře měl značný vliv, kterého využil, když se Bolzanova reakce dotkla jeho osoby. Bolzanovou povinností byly rovněž pravidelné nedělní promluvy k univerzitním studentům. A zdá se, že právě obsah těchto promluv byl nejzávažnějším Bolzanovým prohrěškem. Bolzano zcela ve shodě se svými povinnostmi se snažil zdánlivě racionální argumentací ve prospěch katolicismu, církevních dogmat a zvyklostí mnohdy i demagogicky působit na univerzitní mládež, využíval při tom znalosti psychiky mladých lidí a snažil se vytvořit pro ně určitý model morálního chování. Současně však do těchto exhort vkládal nesmírné množství kritických poznámek k společenským problémům své doby, naznačoval přitom možná východiska, která, ač nábožensky motivována, nabývala socialistických rysů. Protože nemohl v té době poznat hlouběji zákonitosti společenského pohybu a byl ve svých úvahách veden pouze určitou humanitní vizí, obdobnou úvahám řady svých předchůdců i současníků, musel tak ulpět na utopickém základě.

Bolzano kritizuje základy feudálního státu, odsuzuje existenci rodové šlechty, vidí nespravedlnost majetkové nerovnosti: *chleba je sice hojnost největší, ale my nedovedeme ho mezi sebou dělit; mnozí hledají zvláštní rozkoše v tom, že si ho přivlastňují více nežli spotřebovatí mohou. Že jim tak činiti dovoleno, proto trpí jiní nedostatkem* (1813). Je však zásadně ve svých promluvách proti tomu, aby se nesprávnosti odstraňovaly „pobuřováním nerozumných davů“.¹⁹⁾ Vysoce oceňuje a spíše přeceňuje faktor výchovný a chce v tomto směru působit k utváření „šlechticů ducha“, lidí, kteří *nepečují pouze a výhradně o sebe, nevztahují vše jen na svůj prospěch, žijí a působí i pro blaho jiných..., nemyslí na důsledky, které bude mít štěstí či neštěstí celku též pro ně samé*. Úvahami podobného charakteru si získal velkou pozornost studentů, kteří jeho přednášky zapisovali a přes počáteční odpor je i horlivě navštěvovali, takže přednášky musely být přeneseny z posluchárny do kostela sv. Salvátora.

A ke konci svých kázání v r. 1817 hovoří o tom, co je mu vytýkáno: *Že jsem v mnohém nespokojen s nynějším stavem věcí, s vládnoucím míněním, mravy a obyčeji svých bližních,*

¹⁹⁾ Teprve mnohem později (1838) připouští možnost branného odporu proti nespravedlivé vrchnosti.

že blouzním o jiných domněle lepších poměrech světových, že si přeji, aby se někdy skutkem staly a doufám prý, že se tak stane. Zpozorovali, že prý vzbuzují... nespokojenost s přítomností a touhu po budoucnosti lepší, že vás povzbuzují, abyste pracovali k tomu, aby na dešla znenáhla tato lepší budoucnost...

Uvědomme si, že podobné výroky se projevují po nástupu Metternicha (1809), po vídeňském kongresu (1814), který proti osvícenství znovu pozvedl restauraci římského katolicismu a před známou karlovarskou schůzkou ministrů německého Bundu (1819), která přijala pod Metternichovým vedením zásadní opatření proti buržoazní opozici. Bolzano v podstatě od r. 1816 nemá klidu a na počátku r. 1820 je mu doručeno rozhodnutí o penzionování a zákazu přednášet. A až do r. 1825 je — přestože žije většinou mimo Prahu²⁰⁾ — neustále terčem útoků církevní administrativy. Dobrovského zásah v roce 1825 přispěl k ukončení „Bolzanova procesu“, takže Bolzano se mohl už v podstatě věnovat jen své práci.

Zdá se však, že toto mnohaleté soustředění na otázky obhajoby vlastních náboženských a etických názorů a bezesporu i vliv jeho stoupenců nutily Bolzana k pokračování sporu a církvi. Během desetiletí 1827–1837 vydává vedle svého životopisu deset spisů převážně teologického charakteru. Ve svém životopise z první poloviny třicátých let říká: *Myslím, že kdybych chtěl za několik let vydat například spisy čistě matematického obsahu, nemusely by být jejich vydání činěny překážky. Nemohu však rozumně očekávat, že se dožiji toho, aby mi bylo povoleno také vydání spisů spadajících do oboru náboženství.* Přesto se Bolzano soustřeďuje, třebaže konspirativně a anonymně, právě na vydávání těchto spisů, které z hlediska významu jeho osobnosti měly nejvíce pomíjivý charakter, a matematiku ponechává na pozdější dobu.

V současnosti víme, že hlavní váha Bolzanova díla byla v jeho koncepci matematiky a v jeho matematických a logických výsledcích. Avšak zdá se, že tuto váhu nedovedl rozpoznat ani sám Bolzano. Rozhodně ji postrádali jeho současníci. Ani pražští matematici nedovedli reagovat na jeho rané matematické práce a je otázka, do jaké míry chápali Bolzanovu *Grössenlehre* Slivka ze Slivic a Robert Zimmermann, jedni z mála, kteří četli toto dílo.

Závažnost historie je i v tom, že se snaží kritickým pohledem, nezávislým na subjektivním názoru či přání současníků, nalézt těžiště významu osobnosti a naznačit souvislosti, které přispívaly k jeho formování i rozpoznání.

Epilog

Bolzano umírá v revolučním roce 1848. I když v závěru svého života už neporozuměl kvasu, ke kterému před tímto rokem docházelo, stal se symbolem odporu proti rakouské Vídni, proti reakčním kruhům církve a státu. Proto se ho dovolávali radikální demokraté. Jeho sociálně utopické myšlenky, které uspořádal a sepsal v roce 1831 do rukopisu

²⁰⁾ Od r. 1823 do r. 1842 pak žije zejména na panství manželů Hoffmannových v Těchobuzi u Pacova, kde se mu — jak se shodují jeho přátelé — dostalo největší péče, kde měl dostatečný klid k práci, nezbytný při jeho od dětství velmi chatrném zdraví.

O nejlepším státě neboli Myšlenky kohosi, jenž lidstvo miloval, o nejučelnějším zařízení společnosti občanské“²¹⁾ kolovaly mezi jeho přáteli v několika opisech a staly se opo ou i rodícímu se dělnickému hnutí, podobně jako Saint Simonovy úvahy o reorganizaci evropské společnosti (1814) nebo E. Cabetova Cesta do Ikárie (1842). Uveďme si některé z nich:

Že plná rovnost majetku ve státě není věc ani možná ani žádoucí to předem připustím... Zhozným zřízením, jehož by se podle mého nikde trpět nemělo, jest zřízením takové, že připouští, aby majetek jednotlivců vyrostl na příliš velkou výši... Bohatství takové nemůže totiž vzniknout, než když zchudnou jiní... Či není ten, kdo může rozdati tisícům... už jen proto, že tolik má, člověk velmi nebezpečný státu, ačli není přitom zcela osvědčených zásad mravních... Nemůže prostě tím, že tomu dá a tomu něco přislíbí ze svého nadbytku, míti vliv na vůli mnoha občanů, dávati jí směr, jaký se mu zlíbí, jakého mu někdy potřebí?...

Rozumný stát žádá nikoliv jen této majetkové „rovnosti“, žádá si však také, a to mnohem bezohledněji, zrušení všech výsad dědičných a břemen.

Upomeňte tisíckrát syna velikého muže na zásluhy otcovy, naznačte mu tisíckrát, že doufáte, že i on si stejně povede! Jenom — nemějte to za skutečnost. Jen mu nedávejte v ničem přednost, jen mu nedávejte ničeho, čeho si zaslужuje teprv ten kdo podal přesvědčivé důkazy svých znamenitých vlastností. Jen mu nedávejte ani větších příjmů ani netrpte, aby měl větší vliv a větší váhu jeho hlas a přímluva než kohokoli jiného, kdo mimo ten svůj „nízký“ původ jest jinak ve stejných poměrech! Zejména však netrpte, aby kdokoliv jakkoliv už „nízkého“ jest původu měl uzavřeny cesty k vzdělání a tím i cesty k rozmanitým hodnostem a úřadům, ačli jenom touží po takovém vyšším vzdělání, a když jeho učitelé dosvědčí, že má k tomu nadání!

Věc nějaká buď jenom tehdy prohlášena za majetek soukromý..., je-li prospěšnější celku, aby přiznal jednotlivci toto právo vlastnické, než aby mu je odepřel.

Co nabývá ceny jenom tím, že je to vzácné, nehodí se proto za majetek jednotlivce a buď tudíž vždy majetkem státu (obce)...

Právo vlastnické... může za čas změnou poměrů zase zaniknout.

Je-li čeho třeba..., může to stát vyulastnit v prospěch jiného s úhradou majiteli. Je také třeba, aby byly uzavřeny kupní ceny, ale také výše mzdy a odměn za práci, ať ji koná jednotlivec pro veřejnost nebo ve službě soukromé.

Je-li předmět, jehož vlastnictví si někdo přeje, majetek veřejný a ten, kdo si ho žádá, nemá ničeho, čeho by mohl postrádat a zač by si jej mohl koupit, tu přizná se mu věc ta do vlastnictví zcela bezplatně, pokud ovšem není nikdo, kdo by ji víc potřeboval.

Kdo obětuje čas svůj práci věnované především veřejnosti — státu nebo obci — např. už také tím, že nabývá vědomostí, jimiž může býti užitečným spoluobčanům, zaslужuje,

²¹⁾ Na spisu Bolzano údajně ještě později pracoval až do čtyřicátých let. Jak ukázal JAŠEK, pozdější doplňky nebyly podstatné. Na své vydání si však spis sto let počkal. V r. 1932 ho ve 3. svazku Spisů B. Bolzana německy vydal A. KOWALEWSKI. Pro letošní rok je připraveno další české vydání tohoto spisu v nakladatelství Mladá fronta, stejně jako nakladatelství Svoboda připravilo výbor z Bolzano-vých filozofických spisů.

aby byl opatřen na tu dobu všemi prostředky, jichž by si opatřil, kdyby stejnou práci... věnoval jen pro sebe.

Uvědomíme-li si, že teprve v roce 1848 — tedy po více než 15 letech — zrušil v Rakousku sněm robotu, že v Bolzanově době byly feudální výsady nedotknutelné, že formy vykořisťování, jichž byl v té době svědkem, byly nepředstavitelné, dovedeme ocenit, že ač neznal podstatu obrovských nerovností ve společnosti a nemohl asi dovést vymezit prostředky, které by tyto nerovnosti zamezily, snažil se postihnout tyto společenské problémy a formulovat alespoň kodex hlavních zákonů, které by jim měly čelit. Tím se zařadil mezi pronikavé sociální myslitele své doby.

Přesto přese všechno hlavní váha Bolzanova vědeckého významu tkví v jeho matematickém díle, které stále čeká na své úplné zhodnocení a zařazení do vývojového proudu matematiky v 19. století. A zde by měli naši matematici navázat na dobrou tradici generace meziválečné, které se podařilo zčásti poodhalit velikost Bolzanova matematického díla.

Bernard Bolzano a teorie dimenze

Petr Simon, Praha

Píšeme rok 1981. Teorie dimenze je rozvinutou teorií, bez které si nelze představit žádnou učebnici obecné topologie. Otevřeme-li namátkou některou z nich, můžeme číst:

Definice. Buď X topologický prostor. Malá induktivní dimenze $\text{ind } X$ prostoru X je zavedena následujícím předpisem:

$\text{ind } X = -1$ tehdy a jen tehdy, když $X = \emptyset$;

$\text{ind } X \leq n$ tehdy a jen tehdy, když pro každý bod $x \in X$ a pro každé okolí U bodu x existuje otevřené okolí V tak, že $x \in V \subseteq U$ a $\text{ind } \text{bd} V \leq n - 1$ (zde $\text{bd} V = \overline{V} \cap X - V =$ hranice množiny V);

$\text{ind } X = n$ tehdy a jen tehdy, když $\text{ind } X \leq n$ a není pravda, že $\text{ind } X \leq n - 1$;

$\text{ind } X = +\infty$ tehdy a jen tehdy, když nerovnost $\text{ind } X \leq n$ neplatí pro žádné $n = -1, 0, 1, \dots$

Dočteme se rovněž, že malá induktivní dimenze se nazývá též Mengerovou-Urysonovou dimenzí s odkazy na Urysonovu práci z roku 1922 a Mengerovu z roku 1923 ([6], [4]). Má-li kniha, kterou čteme, trochu historických poznámek, zpravidla se autor neopomene zmínit, že induktivní definici dimenze naznačil už Poincaré v roce 1912 a jinou induktivní definici (takzvané velké induktivní dimenze) dal Brouwer 1913 ([5], [2]).