

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Marshall Harvey Stone  
Budoucnost matematiky

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 16 (1971), No. 2, 57--63

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138665>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1971

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

## BUDOUCNOST MATEMATIKY\*)

MARSHALL H. STONE

Dnešní charakter matematiky v nás podněcuje řadu úvah, které se týkají budoucnosti naší vědy. Zatímco naše matematické poznatky časem rostly, ba přímo bobtnaly a někdy hrozily, že nás zahltní, my matematikové jsme si každodenně uvědomovali, že existují nové oblasti a nové problémy, na něž neznáme odpověď a jež vzrušují nejtalentovanější z nás. Sami však pocítujeme, že k velkým objevům dojde později, za několik let či desetiletí a možná, že samo naše úsilí nebude představovat nic než stavební kameny, z nichž za čas vyrostou větší objevy...

Do jisté míry by asi bylo možné promítnout současné pokroky poněkud do budoucna, nikdo se však příliš neukvapí, aby působil jako jasnovidec právě v matematice, kde tak mnoho — spíše by se mělo říci téměř vše — závisí na inspiraci a pronikavosti génia. Nelze však popřít, že každou úvahou, oč jde v současné matematice a kam a jak daleko nás pravděpodobně dovede bezprostřední budoucnost, získáváme všichni...

Tradiční cestou pokusů o vnesení světla do budoucnosti matematiky je podání seznamu důležitých neřešených problémů. Ze všech takových seznamů nejslavnějšími jsou *Hilbertovy problémy* z pařížského kongresu v roce 1900. Nevím, kolik matematiků se poučovalo z Hilbertovy přednášky, ani nevím, kolik jich bylo jím přímo podněceno, ale traduje se, že seznam měl důležitý vliv a bude ho mít, dokud zůstane některý z jeho problémů nevyřešen. Musím se přiznat, že jsem Hilbertův seznam nebo vlastně přednášku, v níž je uveřejněn, četl poprvé, když jsem se připravoval na tuto přednášku. Moudrost Hilbertových úvodních poznámek o úloze problémů v životě činného matematika nikterak nezeslabil nános času; a ze závažnosti problémů, o kterých se výslovně zmiňuje ve své proslulé přednášce, snadno poznáme, zda je hodnotí vnitřně nebo s odvoláním na úlohu, kterou skutečně hrály ve vývoji matematiky ve sledovaném období. Je však rovněž zajímavé poznamenat, že dnešní matematik při pohledu zpět vidí, že Hilbertovy problémy byly ovlivněny subjektivností pohledu jejich tvůrce a v tomto směru se snižuje podnětnost jeho úvah o předpokládaném vývoji. Proto bychom neměli mít nikdy velké iluze o věštecké hodnotě podobného soupisu problémů. Matematik, který chce zůstat dosti přimknut ke svým

\*) Výňatky z článku *The Future of Mathematics*, uveřejněného před 14 lety v časopise *Journal of the Mathematical Society of Japan*, Vol. 9, No. 4, Supplement, Oct. 1957, pp. 493—407.

vlastním specializovaným zájmům, snadno naznačí podnětné problémy, jež jsou blízké jeho specializaci, avšak bude mít obtíže při vymezování pravděpodobné závažnosti či plodnosti vývoje těch oblastí matematiky, které nesouvisí s jeho zájmy. Domnívám se, že právě při pokusu o klasifikaci problémů vzhledem k jejich stupni obtížnosti by ve své předpovědi nejvíce riskoval. Většinou se matematikové radují z podnětnosti předloženého problému, obecně považovaného za zvláště obtížný, někdy však přisuzují problému, který dlouho odolával snahám o řešení, důležitost zcela mimo proporce jeho matematického významu. Soudím, že za podobný problém může sloužit třeba problém čtyř barev; těžko lze totiž odhadnout důsledky jeho konečného řešení. Myšlenkově úspěšná metoda pro jeho zdolání by se mohla osvědčit jako důležitý prostředek pro řešení dalších problémů, jež v té době nikterak neodhadneme, avšak ani to nemusí být zcela jisté. Zdá se, že pro matematiku mělo mnoho problémů významnější interní důležitost, než jakou měl problém čtyř barev; dávaly totiž popud k vytvoření metod a teorií obecného významu. Domnívám se, že třeba FERMATOVA poslední věta patří do této kategorie a snad také RIEMANNOVY hypotézy. Řešení takových problémů, jakým byl Hilbertův pátý problém, s velkou pravděpodobností určité kapitoly matematiky spíše uzavírá, než aby otevřelo nové. Na druhé straně existují mnohé problémy, které zřetelně plní program bádání. Podle mého mínění jsou skutečně zajímavé spíše ty problémy, které podněcují k vytváření širších programů. Jestliže by matematik moderní doby byl nucen vyjádřit se k tomu, který problém je naléhavý a závažný, dal by asi přednost vytvoření určitého programu bádání nebo hledání klíče k některým stále záhadným oblastem matematiky, než aby preferoval pro něj rentabilnější vlastní cíle či snahy ostatních matematiků...

\* \* \*

K nejzávažnějšímu odhalení budoucnosti matematiky snad může dojít tehdy, kdy se podaří rozpoznat hlavní tendence a směry dnešního růstu matematiky. Jestliže nahlížíme do samotného vnitřního vývoje matematiky, přímo nás omráčí postupující vzájemné prolínání různých matematických disciplín, které začalo před mnoha desetiletími a které urychleně pokračuje. Je to jev, který podnítl potřebu uvědomělé snahy po sjednocení moderní matematiky. Nejpodnětnější a dalekosáhlý program v tomto směru započalo velké dílo N. BOURBAKIHO. Jistě cítíme, že proces vzájemného prolínání a sjednocování je ještě příliš daleko od svého konce, a že bude charakteristickým rysem matematiky budoucnosti. Je proto nezbytné, aby matematici, jestliže mají dosáhnout hlubších a významnějších výsledků, nadále tíhli k abstrakci a obecnosti. Soudím, že žádný matematik, který dobře porozuměl vlastní zájmové oblasti, nikdy nehodnotil abstrakci a zobecnění toliko pro ně samé. V tomto spojení je možná i jisté nebezpečí, že velká úloha, kterou tento skutečný proces má v chápání a sjednocování matematiky, by mohla svěst nezkušené nebo nechápavé matematiky k přecenění jeho vnitřní hodnoty a závažnosti. Proto by asi mladý student matematiky, který obdivuje díla Bourbakiho, měl číst také některé závažné vědecké články a mono-

grafie psané Bourbakiho členy — WEILEM, CHEVALLEYIM, SCHWARTZEM a SERREM, abych se zmínil alespoň o nejznámějších. Zároveň tu existuje obrácené nebezpečí, že příliš mnoho matematiků, speciálně odborníků v analýze a v aplikacích, bude pro osobní nechuť k abstrakci a obecnosti pokračovat v ignorování trendů směřujících k sjednocování. Zatímco vkus se nese snadno mění, myslím, že mladší generace už ukáže jasné známky toho, že je daleko spokojenější s množící styky mezi klasickou analýzou a moderní funkcionální analýzou, geometrií a algebrou. Síla nových metod, které se vytvářejí těmito kontakty, by případně mohla vábit pozornost teoretických fyziků, kteří se v současnosti snaží vyrovnat s důležitými matematickými obtížemi základní povahy . . .

\* \* \*

Jestliže matematické aplikace jsou důležité pro budoucnost matematiky, pak rozvoj nových poznatků a metod v matematice je stejně důležitý též pro oblasti její aplikace. My matematikové máme povinnost zpřístupnit tyto výsledky nejen mladým matematikům, kteří začínají svou vědeckou kariéru, ale také ostatním mladým vědcům, jejichž dílo se bude rozkládat v některé jiné oblasti, než je vlastní matematika. Každý badatel musí dnes nutně věnovat vzrůstající pozornost své vlastní matematické výzbroji, už z toho důvodu, aby byl schopen užít novějších a silnějších prostředků, které mu moderní matematika skýtá, stejně dobře, jako v minulosti používal dobře mu sloužících, jednodušších prostředků. Pouhá letmá obeznámenost se současnou situací (r. 1957) v tak vysoce matematické disciplíně, jako je kvantová teorie pole, přesvědčivě ukazuje, že kritické obtíže nebudou překonány bez mnohem užší spolupráce fyziků s matematiky, než s jakou se setkáváme v posledních dvaceti letech. Případné spletnosti reálného světa jako by vytvářely podobné situace ve většině oblastí, kde lze užít matematiky. Bylo by přímo nesmyslné předpokládat, že současnou situaci ve fyzice — nebo analogické situace, které se pravděpodobně vyskytnou v budoucnu — lze řešit ignorováním rychlého každodenního růstu matematiky. Je trpkou pravdou, že podobná nevšímavost dodnes existuje na mnoha místech, kde by nemusela být, a nevyhnutelně zdržuje vlastní růst vědy.

\* \* \*

Při diskusi různých vnějších vlivů, které vytvářejí budoucnost matematiky, si nemůžeme nevšimnout jistých vlivů spíše praktického než intelektuálního charakteru. Především je to úloha, kterou začaly mít moderní matematické stroje, ale stejně zde působí již dlouhou dobu tisk, aniž by se tomu věnovalo příliš pozornosti. Před několika lety jsem s hlubokým zájmem naslouchal rozboru významného fyzika profesora I. I. RABIHO o nesmírném vlivu, který měl pokrok ve fyzikálních přístrojích na rozvoj fyziky. My matematikové jsme však v tomto ohledu naopak blaženě bezstarostní. Ačkoliv právě my jsme nevědomky vyrůstali v závislosti na psacím stroji a tisku, stále pocítujeme — a také správně — že našimi hlavními nástroji jsou tužka a list

papíru. Těžko mohou být naše pracovní praktiky podstatně odlišné od praktik Archimédových. Nyní však naše situace, která se doposud zdála být šťastná, dospívá k podstatné změně alespoň ve dvou ohledech. Vývoj matematických strojů, zvláště těch, které jsou moderního, vysoce rychle pracujícího elektronického typu, a ekonomické faktory, které začíná burcovat naše závislost na tisku, jsou okolnosti, s kterými musíme počítat v odhadu budoucnosti naší vědy. Počítač již dosáhl takového stavu dokonalosti, že se projevuje jeho působení na matematiku ve dvou směrech. Z jedné strany ochraňuje matematiku proti nařčením, že jejich řešení mají příliš často malý praktický užitek, protože je nesnadné dosáhnout zdoluhavými výpočty výsledku. Na druhé straně se jeho působením otevírají nové a bezpochyby zajímavé oblasti matematiky, zabývající se zpracováním programů, které by nejlépe vyhovovaly různým typům strojů či různým druhům matematických problémů. Tato oblast je z mnoha důvodů v úzkém styku s logikou.

Rozvinutějších a výkonnějších strojů se užívá hlavně k zpracování praktických problémů v aplikacích, i když se mezi jejich úlohami objevují i matematické problémy, jako je tabelování speciálních funkcí či některé speciální algebraické a číselně teoretické otázky. Existuje však bezpochyby mnoho cest, v nichž se ukazuje užitek strojů pro rozvoj čisté matematiky. Profesor NEUMANN například naznačil, že studiem numerických řešení, která ve velkém množství poskytnou výkonné matematické stroje, lze dospět k mnoha užitečným, avšak dosud nedostupným poznatkům o podstatě diferenciálních rovnic. Je také možné, že mnoho početních otázek algebry a teorie čísel může být řešeno buď pomocí existujících strojů, nebo vývojem strojů specializovaných. Jestliže zauvažujeme o podobných podnětech, nutně to vyvolá i příslušné ekonomické nároky: matematika by zde počala soutěžit s ostatními vědami a s různými průmyslovými podniky o využití těchto stále dosti nákladných a nadto přetížných strojů.

\* \* \*

Jestliže jsou matematické stroje přístroje, které otvírají pro matematiku nové možnosti, pak tisk je prostředek, který — když ho začínáme vnímat — se stává neadekvátní našim požadavkům. Tuto neadekvátnost vnímáme především v ekonomických pojmech, její řešení však volá po změně v tiskařských procesech samotných. Poněvadž množství publikovatelného matematického materiálu rychle roste velkými skoky, aniž by byl patrný jakýkoliv znak ochabnutí, stává se tisk nákladnější a vzhledem k obecným podmínkám na pracovním trhu též hůře dosažitelný. Protože obtížné technické požadavky matematických textů působí na tiskaře negativně, ztrácí matematika možnost úspěšné soutěže s daleko snadněji uspokojitelnými zákazníky. Ve Spojených státech dosahují ceny matematické sazby již takové výše, že je nutno vyhledávat a systematicky využívat dotací na tisk. V SSSR státní intervence při vydávání vědeckých publikací — včetně matematických — se snaží o úlevy z nákladů na tisk, a chrání vydavatele proti nekalé ekonomické soutěži tiskem ve státních tiskárnách. V dnešní době by jistě bylo možné zadat značnou část matematického

tisku do jiných zemí, kde ceny tisku jsou nízké; tato možnost však skýtá při nejlepším pouze chvilkové ulehčení. V dlouhé perspektivě je jediným řešením náprava v samotném tiskařském procesu, která by podstatně zvýšila efektivitu této činnosti. Zde bude bezpochyby třeba rozvíjet automatizaci a revidovat podíl pracovní síly v tiskařském procesu. Vidíme, že i v tom může mít přístrojová technika skutečně důležitý vliv na budoucnost naší vědy.

\* \* \*

Obraťme se nyní k praktickým okolnostem, příznačným pro dnešní matematiku. Myslím, že je třeba varovat před nebezpečím profesionalizace. Za půl století, jež uplynulo od Hilbertovy pařížské přednášky, ztratilo matematické bádání svůj amatérský charakter a nyní usiluje o vysoce profesionálního ducha. Tendence k profesionalismu je zvláště patrná v posledních dvou až třech desetiletích. Je také zcela zřetelné, že matematická aktivita je daleko více organizována, než bývala před padesáti či pětadvaceti léty. Nepotřebuji srovnávat matematické ústavy současné university s ústavy jejich předchůdců z r. 1900 nebo vypočítávat většinu časopisů a společností, které byly založeny v zájmu matematiky od přelomu století. Široká a rostoucí organizace matematiky stupňuje a posiluje produkci matematických bádání ve vzrůstající profesionální atmosféře. Jak dobře se tento záměr daří, lze měřit pozorováním vzestupu množství matematických publikací registrovaných referativními časopisy a vytvářením nových prostorů pro publikování matematických článků. Zatímco v naší oblasti tuto stoupající vědeckou aktivitu vítáme, neměli bychom také otálet s inventurou některých nebezpečí, kterým musíme čelit – a jestliže ne my, pak naši následovníci. V určité míře jsme se už smířili s tím, že za pokrok platíme růstem administrativní zátěže, již se nevyvarujeme, chceme-li zajistit širší podmínky pro vědecký výzkum. Existuje však jiný průvodní jev vzrůstající aktivity ve vědě, na který by nebylo moudré pohlížet v úplné rezignaci. Narážím na vzrůstající komunikační obtíže, jež se začínou vyskytovat při růstu oboru co do početnosti a dovednosti ve vyjadřování matematických výsledků při tom, kdy se vlastní předmět oboru stává stále košatější a komplikovanější. Riziko je, navzdory objevujícím se tendencím současného myšlení, v recidivě specializace spíše sterilního typu, urychlené všeobecným úpadkem v matematické úrovni. Úroveň matematické produkce, která jistě ještě nedosáhla svého vrcholu, je nyní tak vysoká, že je pro aktivního matematika velmi obtížné držet se špičky ve své vlastní specializaci, ledaže by jeho obor byl dosti vzdálen od hlavního současného trendu. K tomuto souboru obtíží musíme připojit nesnáze vyplývající z rostoucího počtu národních řečí, v nichž se významné matematické publikace objevují.

Vedle toho je aktivní matematik stále více nucen publikovat své výsledky nikoliv proto, že by byly významné, ale proto, že buď musí nahradit mecenáši jeho pečlivou podporu, nebo musí vyřídit zadanou zakázku. Nevyhnutelnou reakcí na tyto faktory je pro většinu matematiků soustředění sil na omezené oblasti a snaha udržet trvalý proud svých článků; rubem je pak pokles sebekritičnosti, pokud jde o kvalitu či

originalitu těchto článků. Existují některé známky, jež ukazují, že tyto jevy nabyly příliš na významu a že je nutné uvažovat, jak je udržet v určitých mezích. Jestliže existuje nějaké řešení tohoto problému, musí se rozhodně opírat o zlepšenou informovanost, jakož i o růst „hustoty myšlenek“ na stránku v našich časopisech. Matematicové jsou mezi ostatními vědci proslulí svým spoléháním na druhotné prameny. V matematice je přirozené, že tyto prameny jsou pro další práci zvláště užitečné. Proto významným prvkem v nápravě naší informovanosti by měla být větší pozornost věnovaná vytváření dobré moderní druhotné literatury ve formě moderních učebnic a obecně poučných monografií, které mohou přispět k tomu, aby obor udržel krok se současným rozvojem alespoň v obrysech, když už nikoliv ve všech detailech. Současně mají učitelé a vydavatelé považovat za svou povinnost, aby mladí matematici dostatečným způsobem dosáhli obecných znalostí, aby výklad jim poskytovaný byl dosti jasný a přiměřeně vysoké úrovně, což má svůj význam a důležitost také pro úroveň matematiky; k jejich povinnosti náleží uchránit naše konference i naše časopisy od hloupých či triviálních příspěvků.

\* \* \*

Na závěr bych rád uvážil další základní aspekt matematiky. Všichni víme, že logické základy našeho oboru byly s velkou pozorností zkoumány během prvé poloviny 20. století, přičemž výsledky zkoumání měly dosti znepokojivé rysy. V roce 1900 Hilbert formuloval badatelský program týkající se základů, zaměřený optimisticky k vytvoření soustavnosti a úplnosti určité oblasti matematiky. Avšak přestože logikové vykazovali velkou aktivitu v jiných směrech, zůstala tato část Hilbertova programu téměř bez vývoje, dokud se k němu na začátku dvacátých let nevrátil sám Hilbert. Podnícen výzvou BROUWEROVA intuicionismu, vrhl se Hilbert se značným a zdůvodněným úsilím k přezkoušení soustavy aritmetiky. Hilbertovy články byly důležitým podnětem k novému oživení problematiky, což velmi brzy vedlo k vynikajícím výsledkům GÖDELOVÝM, jež ukázaly, že nelze rozřešit problém bezespornosti aritmetiky Hilbertovými finitními metodami. Gödelova věta o nemožnosti existence úplného systému aritmetiky ukázala, že Hilbert byl skutečně příliš optimistický, a otevřela nové možnosti, které byly také později silně využity. Matematicové jsou nyní ve velmi nepohodlné situaci, neboť neznají, která část matematiky je úplná, či které problémy jsou skutečně řešitelné. Přestože je možné vytvořit úplnost některých částí matematiky včetně určitých zlomků aritmetiky, žijeme pod hrozbou, že všechny naše požadavky na úplnost teorie příslušných oblastí matematiky se v některém okamžiku zhroutí. V současnosti se více než jedna teorie ukázala jako neúplná a stav těch teorií, které zůstaly, je předmětem úvah. Na druhé straně víme, že existují problémy, o něž má matematika zájem a které nemohou být skutečně vyřešeny – mezi nimi třeba verbální problém grup a pologrup. Proto pouze konstatujeme, že při studiu problému musíme přihlížet nejen k pozitivnímu či negativnímu řešení, ale musíme rovněž uvažovat třetí možnost, že problém je zcela neřešitelný. Až poněkud rozvineme naši techniku pro diskusi řešitelných otázek, uvedou nás do rozpaků tušení,

že některé problémy (takové, jako je třeba Fermatův poslední problém) již nebudou odolávat našemu úsilí, ale budou spíše v určitém smyslu neřešitelné. Existence předpokladu nerozhodnutelnosti vytváří — jak se mi zdá — potenciální obtíže při řešení otázek úplnosti...

Zdá se mi nezbytné odložit sen devatenáctého století o úplném a příkladně dokonalém filosofickém systému pro náš Vesmír či třeba jen pro onu část našeho Universa, kterou nazýváme matematikou. Naproti tomu jsme nuceni žít v dobrodružnějším duchu, aniž bychom očekávali, že problematika základů naší disciplíny bude řešena s konečnou platností. Vskutku se mi zdá filosoficky opovážlivé představovat si, že bychom byli schopni demonstrovat dokonalost naší logiky a vedle toho se mi zdá absurdní připustit, že jakýkoliv logický systém, který máme formulovat, se určitě změní na neúplný. My matematikové musíme vždy jasně vidět veliký význam, který má pro nás logické studium základů našeho předmětu, a musíme vítat s porozuměním příspěvky, které snad budoucnost přinese v tuto obtížnou oblast zkoumání.

Pohlížíme-li dopředu, tak jak jsem se to pokusil učinit zde, myslím, že nejsilnější dojem, který získáme, je ohromující pocit úžasných možností matematiky. Zdá se mi, že stojíme na prahu matematických objevů, před nimiž naše nejpyšnější historické vymoženosti zakrní.

Jaké by tyto objevy mohly být, či v jakém vztahu by mohly být k tomu, co nyní známe, je našim zrakům skryto. Můžeme jen doufat, že okolnosti umožní nám a těm, kteří přijdou po nás, využít nerušeně a z celého srdce stopy pokroku, které se před námi otvírají.

*Přeložil a vybral Jaroslav Folta*

## O STUDENTSKÉM SEMINÁŘI Z TEORIE GRAFŮ NA MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ FAKULTĚ KU

JAROSLAV NEŠETŘIL, Praha

Matematické semináře se u nás těší značné pozornosti, snad od časů Čechova brněnského semináře. Že tento seminář byl dodnes ojedinelou událostí, vzácnou souhrou osobností, doby a problémů, netřeba připomínat. Byl to však také seminář nového typu, převážně orientovaný na vlastní původní práci svých členů, na získávání nových poznatků.

Podobných seminářů dnes pracuje u nás mnoho, zvláště na postgraduální úrovni. Uvítali jsme příležitost, kterou nám redakce *Pokroků* nabídla, abychom seznámili matematickou veřejnost s prací jednoho z nich, který pracuje na MFF KU mezi studenty denního studia.