

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Philip J. Davis

Matematika a zdravý rozum: jaký je jejich vztah?

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 41 (1996), No. 5, 253--256

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138576>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1996

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

# Matematika a zdravý rozum: jaký je jejich vztah?

*Philip J. Davis*

PHILIP J. DAVIS (1923) je emeritní profesor aplikované matematiky na Brown University, autor řady učebnic a monografií, např. *Interpolace a aproximace*, *Metody numerické integrace* (spolu s P. RABINOWITZEM), *Matematická zkušenost* (spolu s R. HERSHEM). Do češtiny byl přeložen jeho román o kočce, která se dostala mezi filozofy: *Filosofující kočka z Pembroke: O spolupráci vysoce inteligentní kočky s mírně výstředním učencem*, nakladatelství Lidové noviny, Praha 1995).

Matematika je jedním z největších výtvorů lidské imaginace. Zdravý rozum je, jak praví jeden slovník, „vrozený dobrý úsudek“, nebo „souhrn obecných a nezkoumaných předpokladů“; závisí tedy na době a na kultuře. V převládajícím názorovém ovzduší je až příliš snadné z toho vyvodit, že v matematice panuje čistá imaginace nebo čistý rozum a že tedy matematika a zdravý rozum toho mají málo společného.

To, že matematika ignoruje zdravý rozum, se ukáže snadno. Podívejme se nejprve na čistou matematiku. Po tisíciletí zvětšovala matematika svou zásobu objektů, vět, paradoxů, krizí, jejichž existence povstávala z konfliktů s tím, co se pokládalo za zdravý rozum. Pomyslete na iracionální a imaginární čísla, na nekomutativní veličiny, nekonečné množiny, skoro všude nulové funkce omezující kladný plošný obsah. Filozofové Berkeley a Hume (Hume v *Treatise on Human Nature*, část 2, kniha 1) tvrdí rázně, že přímka nemůže mít nekonečně mnoho bodů — v rozporu s tím, čemu nyní běžně učíme v geometrii a analýze. Stěží se můžeme bezchybně dopočítat 5000, a přesto se po nás žádá, abychom věřili v nezpochybitelnost rukodělných důkazů zabírajících 5000 nebo i více stránek. Seznam míst, přítomných i minulých, v nichž se zdá být zdravý rozum překonán, je rozsáhlý.

Zkoumání vztahu matematiky aplikované ke zdravému rozumu by mohlo začít těmi aplikacemi, které se týkají společenských dohod. Sem patří věci jako peníze, pojištění, testování, rozličné podoby řízení populací, sběr a interpretace informací, předvídání.

Vezměme si třeba strukturu leteckých tarifů. Má smysl, aby zpáteční letenka stála méně než jednoduchá? Jsou k tomu nějaké důvody, které znají účetní leteckých společností, nikoli však širší veřejnost? Nachází se za každým záměrným porušením zdravého rozumu nějaká hlubší podoba zdravého rozumu?

Jinou takovou jednoduchou, ale konfliktní matematizací jsou červená a zelená dopravní světla, jejichž cílem je řídit pohyb chodců. Fungování těchto signálů je nezávislé na okamžitém stavu dopravy. Přecházíte-li na zelenou, ale nedáváte pozor na

---

*Mathematics and Common Sense: What Is Their Relationship?* SIAM NEWS, Volume 28 / Number 9 (1995), str. 7.

© SIAM 1995

Přeložil JIŘÍ FIALA.

odbočující auta, můžete snadno přijít o život. Když naopak dáváte pozor na provoz, můžete často naprosto bezpečně přecházet na červenou.

Nakonec se podívejme na ty aplikace matematiky, které jsou vlastně matematickou fyzikou. Fyzik Wolfgang Pauli, slavný svým vylučovacím principem, poznamenal jednou o nějaké navrhované teorii, že asi nebude správná, neboť není dost bláznivá. Zacházíme zde se shodou se skutečností, nebo s vytvářením nových skutečností, s nimiž se teprve musíme naučit shodovat a které se pak stanou základy nové generace zdravého rozumu? Tato otázka je už po nějakou dobu předmětem vzrušených debat.

Příklady kladného vztahu mezi matematikou a zdravým rozumem se hledají poněkud obtížněji, neboť lidé mají sklon ignorovat to, co mají rovnou před nosem. Část podečňování zdravého rozumu pochází z přesvědčení (které je podle mého názoru jen na překážku), že matematika existuje v platónské říši oddělena od objektů, které byly její inspirací, a od lidí, kteří ji vytvářejí a posuzují.

Matematika existuje vnořená do už daného (nikoli v časovém smyslu) světa hmotných objektů a lidských výrobků, v lidském jazyce a společenském uspořádání, a v rámci toho se zkoumá, interpretuje a schvaluje. Vyjměte matematiku z tohoto širšího světa a nepřežije z ní ani kousek.

V předcházející generaci tvrdil něco podobného F. R. Leavis o vědě vůbec ve svém slavném sporu o „dvou kulturách“ s C. P. Snowem. V dnešní době Bernhelm Booss-Bavnbek, aplikovaný matematik z univerzity Roskilde v Dánsku, to formuluje dramaticky: „Každý z našich žáků vyřešil svá největší cvičení z matematiky ještě před příchodem do školy: zvládl totiž jazyk a gramatiku.“

Někteří lidé sní o ještě silnějším spojení matematiky a zdravého rozumu: o formalizaci zdravého rozumu v termínech matematiky. Ernest S. Davis, specialista na umělou inteligenci, napsal:

Téměř každý typ intelektuálního úkolu — zpracování přirozeného jazyka, plánování, učení, složité vidění, usuzování na expertní úrovni — vyžaduje určitý stupeň usuzování zdravého rozumu. Konstrukce programu se zdravým rozumem je nepochybně jedním z ústředních problémů umělé inteligence.

Z mého hlediska bychom neměli existenci zdravého rozumu v matematice popírat; mnohem užitečnější by bylo studovat cesty, jimiž se stává napětí vyvolané střetem mezi oběma produktivní.

Jako příklad takové plodnosti vezměme pojem matematické rovnosti, označované „ $=$ “. Jistě je stěží v matematice nějaký základnější a plodnější pojem. A přesto je v rozporu se zdravým rozumem. Znak rovnosti znamená přesnost a totožnost, což je něco v empirickém světě iluzorní.

Řečeno v odbornějším jazyce: V rámci některých teorií vyčíslitelnosti neexistuje žádná efektivní procedura schopná rozhodnout, které z následujících tří tvrzení  $a = b$ ,  $a > b$ ,  $a < b$  je pravdivé (Aberth, *Computable Analysis*, str. 50).

Toto dilema mohu přeložit do každodenní praxe zcela jednoduchým příkladem: ve svých vlastních zkoumáních v teorii matic jsem často používal MATLAB, což je výhodný komerční soubor programů pro práci s maticemi. (To, co teď budu říkat, platí právě tak i pro jiné soubory programů.) MATLAB je s to logicky usuzovat, zda

je nějaké aritmetické tvrzení pravdivé (1) nebo nepravdivé (0). Na základě takových výstupů 0/1 lze pak provádět další aritmetické výpočty.

MATLAB (při normálním používání) usuzuje takto: Rovnost  $1 + 10^{-15} = 1$  je nepravdivá. Rovnost  $1 + 10^{-16} = 1$  je pravdivá. Z toho by bylo možno usoudit, že  $10^{-16} = 0$  je pravdivá, jenže když se na to zeptáme MATLABu, odpoví: nepravdivá.

Vtip je v tom, že kódování vedoucí k těmto pravdivostním hodnotám je součástí způsobu, jímž je naprogramována zrnitost číselného systému v pohyblivé řádové čárce. Je to v rozporu s normální aritmetikou. Přesto však kód (nebo čip), který to dělá, reprezentuje matematický systém mající svou vlastní celistvost, svůj vlastní druh konzistence a svou vlastní oblast užitečnosti.

MATLAB není jen kus softwaru. Je to matematická struktura a je právě tak konceptuální nebo platonická jako cokoli jiného v matematickém světě. Ačkoli protirečí standardní aritmetice, existuje a je užitečná. Lze se na ni dívat jako na aproximaci abstraktního aritmetického ideálu, ale nemusí se tak činit. Je to svébytná věc. Pokusy ztotožnit existenci s vnitřní konzistencí nepodchycují celou podstatu matematiky. Nárok absolutismu je svůdným zpěvem sirén v neurčitém světě, v němž zdravý rozum závisí na době a na kultuře a v němž se tento termín používá současně rozmanitými způsoby.

Podnětem k těmto úvahám bylo pozvání k plenární přednášce na konferenci v Berlíně, která nesla název Matematika (její vyučování) a zdravý rozum: důsledky společenských změn a technologického rozvoje. Konferenci organizovala Mezinárodní komise pro studium a zlepšení vyučování matematice (CIEAEM — Commission for the Study and Improvement of Mathematics Education). Konala se ve dnech 23.–29. července 1995 na Technické univerzitě v Berlíně a byla zkušně naplánována Christinou Keitelovou ze Svobodné univerzity, Berlín. Zúčastnilo se jí přes 150 účastníků z více než 25 zemí.

Těžiště přednášek a pracovních setkání bylo blíže živoucím experimentům každodenního vyučování v reálném prostředí než abstraktním diskusím filozofických otázek toho typu, o něž jsem se pokoušel. Brzy se vyjasnilo, že zdravý rozum vyučování matematice znamená jednu věc pro studenty v předměstských oblastech Nové Anglie a něco zcela odlišného pro dětské pouliční prodavače v papuánské Nové Guineji. Několik ukázek toho, o čem mluvili řečníci v ostatních třech plenárních sekcích, může dát určitou představu o povaze této konference.

Rojkje Dekkerová z amsterodamské univerzity popsala něco z činnosti Freudenthalova institutu. Předváděla paradoxně stínované dvourozměrné verze třírozměrného objektu umístěného na slunci a zabývala se otázkou, kolik ze zdravého rozumu a kolik z matematiky je třeba k analýze toho, co vidí oko.

Protože je vyučování matematice už po nějakou dobu propleteno s politikou, popisovala Juliana Szendreiiová z budapeštského učitelského ústavu současnou podobu vyučování v Maďarsku (scénu „matematického zázraku“ trvajících nějakých padesát let od přelomu století). I když se už nepožaduje po matematických autorech, aby psali, že paradoxy teorie množin odrážejí rozpory kapitalismu, nová ekonomika se svými důsledky vede k finančním omezením na vyučování a přesunu důrazu na vědění

jakožto hodnotu o sobě k důrazu na výcvik k povolání: „V reálném životě nahrazují peníze všechny hodnoty.“ (To nám zní povědomě, ne?)<sup>1)</sup>

Alan Bishop z Monash University ve Victorii, Austrálii, se zabýval rozpornými tlaky pocházejícími z nové technologie, počítači ve školách a matematikou různých tradičních společností, např. v domorodé Austrálii, Africe nebo v amerických indiánských společenstvích. Bishopův závěr zní, že společné rysy etnomatematiky a technologie vskutku lze nalézt a že soustředíme-li se na tyto rysy, můžeme dosáhnout vhodné vyučovací odezvy a vyloučit odezvy méně citlivé.

Abychom to shrnuli: matematika a její aplikace jsou obojživelníci žijící mezi zdravým rozumem a irelevancí zdravého rozumu; žijí mezi tím, co je intuitivní a co je kontra-intuitivní, mezi tím, co se zdá být racionální, a tím, co se zdá být „trans-racionální“ nebo magickým hokus-pokusem.

Napětí existující mezi těmito dvojicemi protikladů, mezi prvky matematiky, které jsou stabilní, a těmi, které jsou v chodu, je zdrojem tvořivé síly matematiky. K prosazení kritického postoje k existenci zdravého rozumu v matematice a k víceznačné roli, kterou matematika zaujímá, má prvořadou důležitost. Snižování významu zdravého rozumu, které se objevilo v posledních desetiletích, vedlo k nerovnováze, která je nejen neproduktivní, ale která může být i nebezpečná. Je třeba ji zvrátit.

## Gaspard Monge a deskriptivní geometrie

*Božena Květoňová, Praha*

Tímto článkem chceme připomenout dvě významná výročí, která jsou spojena s osobou Gasparda Mongea. Prvním je 250 let od jeho narození (\*1746) a druhým 200 let od vzniku deskriptivní geometrie jako vědy (byla založena oficiálně v roce 1795 právě Mongeem).

Mnozí si jistě vzpomenou na Mongeovo promítání probírané ve škole, méně je známo o osudech Mongea jako člověka i vědce. Zajímavé jsou i okolnosti doprovázející vznik deskriptivní geometrie jako vědy. Smyslem tohoto článku je s obojím čtenáře blíže seznámit.

---

<sup>1)</sup> Toto *není* poznámka překladatele. Toto je poznámka překladatele.