

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Marie Hušková; Miroslav Hušek

Maurice René Fréchet

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 23 (1978), No. 6, 307--310

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138531>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1978

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

svůj život zasvětil humánnímu poslání vědy. V roce 1959 jsem byl pozván do Orsay, kde jsem se setkal s jeho starými spolupracovníky ještě z Collège de France. Jeho místnosti byly opuštěné. Ztrávil jsem několik dní za stolem, za nímž i on sedával, a vše v místnosti mi jej připomínalo. V takových okamžicích se člověk zamýšlí nad osudy i dílem člověka, který zde snil o další práci. S odstupem doby jsem teprve mohl pochopit, co znamená vědec jeho formátu pro rozvoj vědecké práce v zemi. Kolik vědeckých pracovníků a mladých lidí vděčí za úspěch ve své práci právě jeho organizatorským schopnostem, jeho umění přesvědčit vlivné činitele o významu základního výzkumu, jeho umění tento výzkum správným směrem orientovat. A konečně jsem si uvědomil i to, co pro mne znamenala ona poměrně krátká, ale zato neobyčejně šťastná a plodná doba, kterou jsem prožil v jeho laboratoři.

#### Použité prameny

- 1) FRÉDÉRIC JOLIO-CURIE: *Izbrannyje trudy*. Izdat. akad. nauk SSSR Moskva 1957.
- 2) MICHEL ROUZÉ: *Frédéric Joliot-Curie*. Překlad z franc. Mladá fronta Praha 1951.
- 3) F. JOLIO-CURIE: *Textes choisis*. Editions sociales, 1959, Paris (s předmlouvou J. D. BERNALA).

## Maurice René Fréchet

(1878—1973)

*Marie Hušková, Miroslav Hušek, Praha*

Článek je psán k 100. výročí narození M. Frécheta a přitom tomu není tak dlouho, co se objevily nekrology k jeho úmrtí. Nekrology byly otištěny v *Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, v *International Statistical Review* a v esperantském časopise *Scienca Revuo*. Tyto tři časopisy také plně vystihují základní Fréchetovy snahy: obecná analýza, pravděpodobnost a statistika a esperanto, jehož byl nadšeným propagátorem (v tomto jazyce také napsal několik matematických článků, které pak rozesílal se slovníčkem svým kolegům). Esperanto bylo pro M. Frécheta prostředkem k mezinárodnímu sblížení; tato touha, vzorná poctivost a stálý sklon k jednoduchým a čistým lidským ideálům byly

důsledkem především otcovy výchovy. Ten byl učitelem v Maligny, kde se M. Fréchet také narodil jako čtvrtý ze šesti dětí rodiny.

Další podstatný vliv na utváření jeho života mělo studium na Lyceu Buffon od r. 1890. Jeho učitelem matematiky byl slavný J. HADAMARD, který brzy zjistil matematické nadání M. Frécheta a doporučil mu po absolvování vojenské služby studium na École Normale Supérieure (1896). Uvedeme jen stručně další běh jeho života: 1906 doktorská disertace, do 1. světové války učil na univerzitách v Remes a Poitiers, potom strávil tři roky na frontě, po válce byl vyslán reorganizovat univerzitu ve Strassbourgu, na žádost E. BORELA odešel v r. 1928 do Paříže (École Normale Supérieure, Inst. Henri Poincaré), kde také ukončil svou pedagogickou činnost v r. 1949 přednáškou *Obecný integrál obecné funkce obecné proměnné*. Tím však neskončila jeho vědecká a společenská činnost; odborné články publikoval téměř do svých devadesáti let a stejně tak byl čilý v mnoha organizacích a společnostech. V paměti některých lidí je stále jeho poslední návštěva v Praze, kdy jako osmdesátiletý málem unavil svého o více než padesát let mladšího průvodce; při návštěvě Brna stihl za jediný den přednášku, prohlídku Slavkova a večer divadelní představení.

Je velmi obtížné vybrat z díla M. Frécheta to nejdůležitější. Počet jeho prací odhadujeme na tři sta. Publikoval nejen v ryze matematických časopisech, ale i v časopisech psychologických, pojišťovacích, pro vyučování matematice, dělal aplikace do biologie a do společenských věd. Co se týče zemí, publikoval snad všude, kde existovaly matematické časopisy, též v našich zemích, které několikrát navštívil. Např. v září 1934 na 2. sjezdu matematiků slovanských zemí v Praze proslovil tři přednášky o Hilbertových prostorech, o korelaci a o charakteristikách polohy náhodné veličiny; v r. 1958 navštívil katedru matematické statistiky na MFF KU, kde na přednášce uvedl příklady, kdy marginální rozdělení dvou náhodných veličin je normální, ale sdružené není (v r. 1961 chtěl přijet na 1. topologické symposium v Praze, ale nakonec již jen zaslal sdělení o prostorech funkcí). Napsal sám či jako spoluautor více než deset knih, přičemž některé vyšly i ve více vydáních. Veliký rozsah jeho činnosti je patrný i z obsahu těchto knih: od abstraktních prostorů přes analýzu, funkcionální analýzu, kombinatorickou topologii k teorii pravděpodobnosti a matematické fyzice. Nebývalý je i časový rozsah jeho publikační činnosti: od prvních prací v r. 1902 z geometrie a analýzy až do posledních v r. 1966 ze statistiky a analýzy.

M. Fréchet se nejvíce proslavil abstrakcí. Dokonce i J. Hadamard o něm v r. 1934 řekl, že „úsilí abstrakce M. Frécheta nemá obdoby od díla Galoise“. Nutno však říci, že M. Fréchet se nezabýval jen abstrakcí; do jedné knihy vsunul jako svoje krédo citát z G. W. LEIBNIZE: „Ti, kdo se rádi zabývají detaily vědy, opovrhují abstrakcí a obecným bádáním a ti, kdo prohlubují principy, zřídka vnikají do jednotlivostí. Já si vážím stejně obojího, neboť jsem zjistil, že analýza principů slouží k vyjasnění detailů“. Domníváme se, že tato moudrá slova by i dnes měla být ve vědomí všech, kdo vědecky pracují.

Podívejme se nyní podrobněji na hlavní Fréchetovy výsledky. Začneme tím, čím začal i on, s abstraktními prostory a obecnou analýzou. M. Fréchet studoval v době, kdy bylo již objeveno mnoho výsledků z dnešní funkcionální analýzy, z teorie diferenciálních a integrálních rovnic, ale výsledky byly roztroušeny po různých částech matematiky, a často nebyly dokázány zcela přesně. M. Fréchet ve své doktorské disertaci v r. 1906

a v pracích navazujících vyložil obecné myšlenky společné pro všechny tyto výsledky a dokázal základní tvrzení, která se používají dodnes. Místo zkoumání různých speciálních prostorů vzal za základ abstraktní prostor, na kterém studoval spojité funkce. Navrhl tři základní typy abstraktních prostorů: metrické prostory (termín pochází později od HAUSDORFFA, ale pojem byl definován M. Fréchetem přesně tak, jak se stále používá, tj. množina  $X$  spolu s reálnou funkcí  $d$  na  $X \times X$  splňující podmínky  $d(x, y) \geq 0$ ,  $d(x, y) = d(y, x)$ ,  $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$ ,  $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$ ), konvergenční prostory (tj. množina  $X$  s pravidlem určujícím, která posloupnost konverguje ke kterému bodu, přičemž konstantní posloupnost vždy konverguje ke své hodnotě a podposloupnost má tutéž limitu jako celá posloupnost) a prostory definované pomocí (spočetných) soustav okolí (tato definice byla později zobecněna Hausdorffem do dnešních topologických prostorů). Pro tyto prostory M. Fréchet navrhl a prozkoumal řadu pojmů, dnes běžně používaných, např. hromadné body množiny, uzavřená, dokonalá a kompaktní (dnes relativně sekvenčně kompaktní) množina, extrémální (dnes sekvenčně kompaktní) množina, separabilita, spojitost ( $x_n \rightarrow x \Rightarrow fx_n \rightarrow fx$ ), úplnost (zúplnění však až Hausdorff), polospojité funkce (dříve Hadamard na reálných číslech); dokázal např. tvrzení, že každá spojitá funkce na extrémální množině nabývá svého suprema a infima a podobně pro polospojité funkce. Na základě těchto výsledků pak M. Fréchet zkoumal hlavně prostory funkcí. Zavedl do řady prostorů metriku, např.  $(\int (f(x) - g(x))^2 dx)^{1/2}$  do  $L_2$ , metriku do prostoru měřitelných funkcí tak, že konvergence v této metrice je totožná s konvergencí podle míry, a podobně do prostoru posloupností metriku  $\sum_{n=1}^{\infty} |x_n - y_n| / (1 + |x_n - y_n|) \cdot 1/n!$ . Ukázal, že  $L_2$  má shodné geometrické vlastnosti s Hilbertovým prostorem  $l_2$  (to, že  $l_2$  je izomorfní  $L_2$  bylo dokázáno F. RIESZEM o něco později). Zabýval se též reprezentací lineárních funkcionálů na různých prostorech, např. na  $C(a, b)$  (kde však nedosáhl konečného výsledku, ke kterému dospěl až F. Riesz) a na  $L_2$  (pro každý lineární spojitý funkcionál  $h$  na  $L_2$  existuje  $g \in L_2$  tak že  $h(f) = \int f(x)g(x) dx$  pro každé  $f \in L_2$ ). Mezi jeho výsledky patří i kritéria kompaktnosti podmnožin  $l_2$ ,  $L_2$  i  $L_p$  ( $1 \leq p < \infty$ ) a prostorů měřitelných funkcí.

Mezi základní nástroje moderní analýzy (zvláště nelineární) patří i jeho derivace, která umožnila vybudovat diferenciální počet funkcí s hodnotami v Banachových prostorech: je-li  $F$  zobrazení otevřené podmnožiny Banachova prostoru  $X$  do Banachova prostoru  $Y$ , řekneme, že  $F$  má v bodě  $a$  Fréchetovu derivaci  $L$  (což je spojitě lineární zobrazení  $X$  do  $Y$ ), jestliže  $\lim_{x \rightarrow 0} \|F(a+x) - F(a) - L(x)\| \cdot \|x\|^{-1} = 0$ .

V průběhu dvacátých let M. Fréchet obrací pozornost k problémům počtu pravděpodobnosti. V této době se právě začíná prosazovat myšlenka (E. BOREL, A. KOLMOGOROV a další) chápat pravděpodobnost jako aditivní množinovou funkci. Zabýval se pojmem „náhodná veličina“, zavedl pojmy „konvergence v pravděpodobnosti“ a „konvergence skoro jistě“. Odvodil řadu limitních tvrzení a též užitečných identit a nerovností. Spolu s J. A. SHOHATEM rozřešil „problém konvergence momentů“, tj. je-li  $\{F_n\}_{n=1}^{\infty}$  posloupnost distribučních funkcí, kdy existuje distribuční funkce  $F$  taková, že  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int x^k dF_n(x) = \int x^k dF(x)$  pro  $k = 1, 2, \dots$ . Většina důležitých výsledků M. Frécheta v teorii pravděpodobnosti má charakter klasické analýzy nebo výsledky jeho studií

mohou být převedeny na věty spadající do této analýzy. Po druhé světové válce se věnoval problému vybudování teorie pravděpodobnosti na některých abstraktních prostorech.

Dále se M. Fréchet podílel na rozvoji teorie Markovových řetězců. K této problematice ho přivedl, jak tvrdil sám M. Fréchet, český matematik B. HOSTINSKÝ. Studoval Markovovy řetězce jak s diskrétním, tak spojitým prostorem stavů. Jeho publikace *Recherches théorétiques modernes sur le calcul des probabilités*<sup>4</sup> je dodnes často citována.

M. Fréchet zasáhl též do statistiky, teorie obnovy a pojistné matematiky, i když v relaci k ostatní činnosti jen okrajově. Odvodil dolní hranici pro rozptyl odhadu parametrů rozdělení. Propagoval a sám dělal moderní aplikace statistiky, např. vedl kampaň proti neuváženému používání koeficientu korelace.

Jak je vidět, M. Fréchet byl „ideálním“ matematikem, protože nejen obsáhl řadu oborů, ale vytvořil základní principy a nástroje (které se dodnes používají a budou používat) a dovedl své i jiné výsledky aplikovat v mezioborových disciplínách. Je proto zajímavé, že si nevytvořil svou školu, že v samotné Francii trvalo přes třicet let než zásluhou N. BOURBAKIHO bylo navázáno na Fréchetovy práce. Na jeho díle však stavěla řada slavných matematiků jako P. S. ALEXANDROV, S. BANACH, F. HAUSDORFF, S. LEFSCHETZ, F. RIESZ, P. S. URYSON, N. WIENER a mnoho dalších.

Můžeme zakončit tvrzením, že M. Fréchet položil základní kámen dnešní moderní analýzy a teorie struktur a zúčastnil se podstatně další výstavby těchto i dalších oborů.

## Optimálny experiment\*)

*Andrej Pázman, Bratislava*

### 1. Úvod

S pojmom „experiment“ sa každý stretol prinajmenšom v jednoduchej forme v stredoškolskej fyzike alebo chémii. Pre súčasného experimentálneho fyzika je experiment zložitý komplex úkonov, ktorý súbežne s našimi teoretickými vedomosťami umožňuje dešifrovať kúsok tajomstva prírody. V širšom zmysle sa však pod experimentom rozumie aj komplex meraní v technickej praxi, resp. v prevádzke výroby. Bez pokusu o presnú definíciu možno povedať, že „experiment je organizovaná ľudská činnosť, ktorá sa vykonáva za účelom poznávania niečoho, zvyčajne dosť dobre špecifikovaného, čomu sa hovorí meraný objekt“ [1]. Pritom dôraz je na slove „organizovaná“, pretože práve

---

\*) Prednáška prednesená na IX. konferencii slovenských matematikov, 2.—4. decembra 1977 v Jasnej pod Chopkom.