Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Miroslav Ouhrabka; Ivo Volf

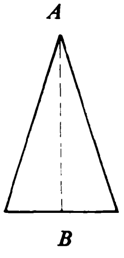
Fyzikální metaolympiáda

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 19 (1974), No. 4, 223--224

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/138501

Fyzikální $^{\text{meta}}$ olympiáda

Úlohy k řešení:



• T 11: a) Kyvadlo tvoří tenká homogenní deska tvaru rovnoramenného trojúhelníka. Určete dobu kmitu v případě, že kyvadlo je zavěšeno v bodě *A*, popř. v bodě *B* (viz obr.). V obou případech stanovte, v kterém bodu spojnice *AB* je nutno desku zavěsit, aby doba kmitu byla minimální. Hodnoty potřebné k výpočtu odvoďte.

b) Jak se změní řešení úlohy, jestliže deska má tvar kruhové výseče?

• T 12: Náboj opustí hlaveň šikmo vzhůru rychlostí $\mathbf{v}_0$, která svírá s vodorovnou rovinou ostrý úhel φ. V jaké maximální výšce h nad vodorovnou rovinou vedenou ústím hlavně může být umístěn cíl, aby ho náboj ještě zasáhl? Pata kolmice vedené z cíle k dané vodorovné rovině je od místa výstřelu vzdálena o hodnotu d. Řešte obecně, potom pro hodnoty $v_0 = 80\ \mathrm{m\,s^{-1}}$, $d = 500\ \mathrm{m}$. Odpor prostředí zanedbejte. Proveďte rozbor řešení.

• D 11: Na pružině je miska hmotnosti $m_1 = 0{,}025\ \mathrm{kg}$; tuhost pružiny je $k = 30\ \mathrm{N\,m^{-1}}$. Těleso z plastelíny hmotnosti $m_2 = 0{,}050\ \mathrm{kg}$ spadne z klidové polohy z výšky $h_1 = 15{,}0\ \mathrm{cm}$ na misku, kde dojde k absolutně nepružnému rázu.

a) Uveďte postup, jak vyložit žákům střední školy problematiku potenciální energie pružiny.

b) Určete maximální vzdálenost misky s tělesem z plastelíny od rovnovážné polohy prázdné misky. Uvažte, které vztažné soustavy můžete volit pro řešení úlohy b). Která se vztažných soustav je pro řešení nejvýhodnější?

c) Stanovte podmínky, za nichž bude konat miska s plastelínou kmitavý pohyb.

• D 12: Maximální výkon motoru automobilu Moskvič je P_1, hmotnost automobilu je m. Při pohybu po přímé vodorovné cestě s konstantní rychlostí v je výkon motoru automobilu P_2. Určete maximální úhel φ sklonu stoupající silnice s vodorovným směrem, aby po ní mohl ještě automobil jet danou rychlostí.

a) Úlohu řešte pro případ, že třecí síla se nemění s úhlem sklonu.

b) Řešte úlohu pro hodnoty $P_1 = 45\ \mathrm{k}$, $m = 1300\ \mathrm{kg}$, $P_2 = 20\ \mathrm{k}$, $v = 45\ \mathrm{km\,h^{-1}}$.

c) Úlohu řešte i pro případ jiného tělesa, kdy třecí síla se mění s úhlem sklonu φ. Proveďte rozbor řešení.

Miroslav Ouhrabka, Ivo Volf

Řešení úloh označená na obálce zřetelným nápisem „Fyzikální metaolympiáda" zašlete do redakce Pokroků nejpozději do konce října 1974. Získávejte další zájemce pro řešení úloh.

Ve dnech 12.—15. května 1971 uspořádalo Polskie Towarzystwo Matematyczne v Sopotu „Matematické dny", v jejichž rámci proběhla celostátní konference o výchově matematiků, zejména v aplikacích, dále valné shromáždění PTM a zasedání vědecké sekce PTM. (Z příspěvků přednesených na konferenci jsme v čísle 2/1974 Pokroků otiskli referát A. Lasoty.)

Po vážném a plodném jednání zbyl čas i na trochu nezávazné společenské zábavy. Jak ukazují následující řádky, šel v tom příkladem vstříc sám předseda PTM, akademik R. Sikorski.

(*Redakce*)

Proslov při skleničce vína v Gdaňské radnici*)

Dámy a pánové!

Žijeme v období rychlého rozvoje matematiky, jejího pronikání do různých oblastí života. Matematika se prodírá i pod střechy, matematické metody opanovávají i zemědělství. Abych se přesvědčil, jak vypadají v praxi aplikace matematiky v tomto tak důležitém odvětví našeho hospodářství, obrátil jsem se dopisem z 1. dubna tohoto roku s prosbou o vysvětlení na osobu v tomto odvětví nejkompetentnější, na starostu z Kocourkova. Přečtu Vám odpověď, kterou jsem dostal. Předem se omlouvám za to, že nebudu s to reprodukovat přesně svérázné stylistické přednosti tohoto dopisu, ani krásný akcent, tak charakteristický pro jeho autora.**)

A nyní text dopisu v překladu na běžný jazyk:

K čertu!

Ze začátku, když jsme dostali z okresu oběžník o využití matematiky v agronomii, nic nám nevycházelo.

Nejdříve jsme se v odborné literatuře dočetli, že úroda kukuřice se blíží extrémní hodnotě, když se pole posype obyčejnými derivacemi místo umělými hnojivy. Koupili jsme tedy tunu funkcí jedné reálné proměnné v místní Jednotě a sypali jsme je do diferenciátoru neboli Newtonova derivátoru. Takový, víte, nejjednodušší diferenciální operátor, co jsme ho hned po válce z věcí vyřazených armádou koupili. Trošku už byl zrezavělý, protože do X. sjezdu v Katovicích ho nikdo vážně neužíval. Zapálil ale docela dobře. Kuba Kovářů si sedl na diferenciátor a zařadil první rychlost, to znamená první derivaci. Škoda, ze jste neviděli, jak se to pohnulo z místa, jak zarachotilo, jak se zaprášilo. Povídám vám, bylo na co koukat. V pytlech byly zřejmě samé Weierstrassovy nikde nediferencovatelné funkce, protože diferenciátor pořád od minus nekonečna do plus nekonečna po poli lítal. To není k smíchu! Ještě štěstí, že funkce byly trochu zaleželé a zplesnivělé, protože prý kolem sta let ve skladě ležely, a tak aspoň některé konečná derivovaná čísla Diniho skoro všude měly. Později jsme se dověděli, že k tomu účelu je nejlépe užívat funkcí třídy C^{∞}, protože se diferenciátor pak netřese a s pravděpodobností 1 se nezasekává.

Pak jsme zkoušeli Zermelův vybírač ke sklizni brambor. Jak jsme jej poprvé na pole pustili, docela pěknou sklizeň brambor udělal, z každého trsu po jednom vybral. Museli jsme jej pustit m-krát, kde m je nejmenší kardinální číslo větší nebo rovné mohutnosti každého z trsů.

Zkoušeli jsme také užít Kuratowského topologického uzavírače k zavírání stodol. Francek Válivý krásně nad každými veřejemi vodorovnou čárku namaloval. Ze začátku dokonce ani nekradli, protože zloději tomuto způsobu uzavírání nerozuměli. Teprve když z anglického vydání Topologie I do vnitřku množiny dostávat se naučili, teprve pak to začalo! Kaprál Lukáš z okresu každý den přijížděl, ale ani pomocí Banachovy indikatrix, ani pomocí Schauderova Fixpunktsatzu neznámého neboli pachatele nalézt neuměl.

První dobré výsledky měl Standa Přibyl, vedoucí naší místní hospody, v praktických aplikacích diferenciální geometrie. Jak se takhle někdo nalízl, vracel se domů po epicykloidě a směr neboli svůj vertikální vektor paralelní zachovat neuměl. Standa každému takovému geodetickou čáru k manželce vyznačoval a pomocí Levi-Civitova paralelního přenosu směr

---

*) Wiadomości matematyczne, sv. XV, serie II, str. 32—34 (Warszawa 1972).

**) Překladatel se též snažil vystihnout pokud možno přesně jemné odstíny dopisu, zejména jeho dosti pozoruhodný slovosled; omlouvá se čtenářům, pokud se mu to všude zcela nepodařilo. (Pozn. překl.)