

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Miloš Jelínek; Jaroslav Šedivý

25 let modernizačního hnutí ve školské matematice [Dokončení]

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 27 (1982), No. 6, 335--344

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138156>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1982

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

realizácie. Suma poznatkov o týchto otázkach sa musí podrobiť starostlivej konceptuálnej analýze a zjednotená s matematickými a lingvistickými koncepciami sa musí stať základnou složkou všeobecného vzdelávania. Počítač sa stane nielen technickým nástrojom procesu výuky, ale povedie k vytvoreniu nového intelektuálneho prostredia, nového operačného prostredia, ktoré bude organicky a prirodzene využívané dieťaťom pri jeho vývine v škole i doma. Možnosti, ktoré poskytuje počítač, i nové úlohy vo vzdelávaní značne ovplyvnia základné východiská vývojovej

psychológie, vypracované didaktické princípy a formy vyučovania. Ich realizácia urýchli intelektuálne dozrievanie dieťaťa, zvýši jeho aktivitu, urobí ho lepšie pripraveným na profesionálnu činnosť, konkrétne k vykonaniu druhej priemyselnej revolúcie vyvolanej objavením počítačov a nových foriem automatizácie.

Inak povedané, programovanie je druhá gramotnosť. Je to metafora ako predtým, ktorá však — tak sa mi zdá — najlepšie vystihuje ciele i obsah našej koncepcie.

*Preložili Jozef Kelemen  
a Peter Mikulecký*

---

# vyučování

25 LET MODERNIZAČNÍHO Hnutí  
VE ŠKOLSKÉ MATEMATICE

(2. část).

*Miloš Jelinek, Jaroslav Šedivý, Praha*

V první části článku jsme hovořili o podnětech, rozběhu a rozmachu modernizačního hnutí, zmínili jsme se však i o kritických hlasech, které provázely toto bouřlivé období od jeho počátku. Nyní se výrazněji zaměříme na kritiku reformy, která se rozvinula v 70. letech, dále na celkové výsledky modernizačního hnutí a na perspektivy do 80. let.

## **Kritika modernizačního hnutí**

Na stránkách Pokroků byla otištěna v 70. letech řada příspěvků, které citovaly

kritické hlasy ze zahraničí; například články P. Hiltona z let 1976 a 1977 výstižně charakterizovaly vystoupení M. Klinea, R. Thoma a dalších z počátku 70. let. Pokusíme se o určitou analýzu této kritické odezvy na změny ve vyučování matematice.

## **Kritika ze strany rodičů a učitelů**

Odmítavé stanovisko k reformám školské matematiky zaujala v řadě zemí značná část učitelů a rodičovské veřejnosti. Byl to důsledek chybné taktiky některých nadšených reformátorů, kteří přezírali skutečnost, že úspěchu lze dosáhnout jen za aktivní spoluúčasti učitelů a rodičů. Domnívali se, že když tlak školské správy vydrží dostatečně dlouho, učitelé si nové pojetí matematiky osvojí, zvyknou si na ně a stanou se jeho nositeli. Avšak učitelé, kteří nebyli o potřebě a účelnosti reformy přesvědčeni a k jejich realizaci dostatečně připraveni, neposloužili modernizačnímu hnutí svou prací s novým učivem. Ve stá-

tech, kde je školství bez závazných osnov a učebnic, mnoho učitelů nedbalo na probíhající reformy a učilo buď vůbec po staru, nebo jen s módním pozlátkem „moderní matematiky“; nevalné výsledky takové výuky se však přisuzovaly modernizovanému vyučování. Rodiče si pak všímali všech skutečných i zdánlivých nedostatků výuky a jejich publicitou vytvářeli nepříznivé společenské ovzduší.

Tato kritika upozorňovala sice také na skutečné nedostatky nové koncepce (přemíru učiva či jeho nepřiměřenost), ale celkově měla negativní vliv, zejména na základních školách. Naproti tomu v těchto zemích byli často učitelé výběrových středních škol spolutvůrci reforem, podíleli se na tvorbě osnov, psaní učebnic a metodických příruček, na sestavování testů apod. Zvlášť výrazná v tomto směru byla činnost francouzských ústavů IREM (viz [11]). Publikováním zkušeností, i když zčásti kritických, přispívali tito učitelé ke zkvalitňování změn a k jejich propagaci. Naštěstí se takoví učitelé našli v každé zemi a stále tam jsou.

### Kritika realizace forem

Jiná skupina kritiků, zejména z řad profesionálních matematiků, didaktiků i praktiků s vysokoškolským matematickým vzděláním, se zaměřila na způsob realizace prvních reforem. Jejich *výtky byly většinou oprávněné*, týkaly se vydaných učebnic i celých projektů, kritizovaly formální přístup k učivu, nadměrné zdůrazňování axiomatické a deduktivní výstavby školské matematiky, přemíru matematické logiky odtržené od matematického učiva, přebujelost symboliky a křečovitou přesnost vyjadřování, přílišnou abstrakci bez konkrétních příkladů, malý

zřetel k početním a algebraickým dovednostem, potlačování geometrie a konstrukčních dovedností, nedostatek koordinace s ostatními předměty, zanedbávání aplikací atd.

Uvedené nedostatky často vznikaly tím, že reformátoři neměli žádné zkušenosti s vyučováním ve škole, pro kterou vytvářeli novou náplň, své návrhy odvozovali z jiného prostředí. Tak naráželi na tradice školské matematiky a ignorovali sociální a kulturní prostředí, ve kterém škola pracuje. Ani vynikající vědci nedovedli vždy najít schůdnou cestu pro reformování výuky matematiky v rozsahu celé populace. Poznalo se, že je mnohem snazší vyhlásit a teoreticky zdůvodnit principy reformy, než je v normální (ne už vybrané, experimentální) škole realizovat, dosáhnout například plné aktivity všech žáků.

Kritici realizace reforem vykonali velmi záslužnou práci, i když někteří reformátoři reagovali podrážděně (zdálo se jim, že je ohrožována idea reformy). Podrobnější uvážlivá analýza těchto kritických hlasů však zjistila, že upozorňují na rozpory mezi základními principy modernizace vyhlášenými na počátku 60. let a její realizací v jednotlivých projektech, zejména v oblasti vyučovacích metod. Ostatně řada těchto kritiků sama zahájila vlastní modernizační experimenty, například H. Freudenthal na počátku 70. let v Utrechtu (výzkumný ústav IOWO).

### Odmítání podstaty reforem

Určitá skupina kritiků vystoupila na počátku 70. let s odsouzením změn, které se v době rozmachu modernizačního hnutí navrhovaly nebo uskutečnily. Jejich výpady zahrnují vše, co jsme v předcházejícím úseku (Kritika realizace reforem)

vyjmenovali jako oprávněné výtky, ale navíc prosazují názor, že modernizace vůbec nebyla nutná v těch směrech, ve kterých se nejvíce rozběhla. Týká se to nejen strukturalistické koncepce, která vyvolala oprávněnou opozici už v průběhu 60. let (viz první část tohoto článku), ale vůbec i snahy poskytovat mládeži více než recepty k řešení úloh. O kritických projevech tohoto druhu pojednávají články [12], [13], [14].

Vzpomínky na „starou dobrou školu“ (zpravidla toho typu, jako byly naše předválečné měšťanky a reálky) vedly mnohé konzervativně naladěné kritiky k návrhům na vydání starých učebnic. Tento tón zazněl i ve vzrušené diskusi v SSSR s námětem vydat učebnice A. P. Kiseleva staré sto let [15, str. 214]. Nesmlouvavý kritik M. Kline tvrdil v [16], že „... všechny řeči, že moderní společnost potřebuje zcela novou matematiku, jsou holým nesmyslem“. Tento názor vyjádřilo v USA populární reakční heslo *Zpět k základům* (*Back to basics*), které žádalo návrat k dřívější výuce po stránce obsahu i metod a přineslo sérii „oprášených“ starých učebnic s početním drilem a chudou prakticko-matematickou matematikou.

Tyto hlasy však sotva mohou uspokojit toho, kdo chce dosáhnout zlepšení výuky matematiky a nepřehlíží skutečnost, že se po 2. světové válce v revolučně změněných podmínkách zahájily změny ve školských systémech a způsobu vyučování matematice právě proto, že dosavadní stav nevyhovoval. Tím spíše nemůže vyhovovat o třicet let později; návrat zpět není správnou perspektivou. Dříve než se dostaneme k nástinu perspektiv pro 80. léta, zhodnoňme, čeho vlastně modernizační hnutí dosáhlo.

## Výsledky modernizačního hnutí

Není sporu, že léta 1960—80 byla obdobím mimořádné aktivity na poli školské matematiky, výsledkem je tedy především ohromné množství didaktického materiálu (doporučení, osnov, projektů výzkumu, učebnic, metodických příruček, výzkumných zpráv, sborníků referátů, článků atd.). Kdo chce získat celkový přehled, sáhne s povděkem po materiálech UNESCO, které pod názvem „New trends in mathematics teaching“ vyšly ve čtyřech svazcích v letech 1966—1978. Zatímco první dva svazky jsou spíše kaleidoskopem námětů a prvních zkušeností, poslední dva se věnují hodnocení navržených změn, resp. dosažených výsledků. O svazek III se opírá článek [17] ve svém oddílu *Mezinárodní hodnocení z roku 1972*, kde jsou popsány hlavní modernizační tendence (pro oblast středních škol dokonce po jednotlivých partiích matematiky), ovšem hlavně v experimentálním vyučování.

Pro posouzení výsledků modernizačního hnutí jsou však důležitější změny, které se projevují trvale a zasahují všechny školy určitého stupně v jednotlivých zemích. Také tato otázka byla předmětem výzkumu v mezinárodním měřítku, o jeho zjištěních informuje rovněž článek [17] ve svém oddílu *Mezinárodní hodnocení 20 let modernizace*, všimá si však především obsahu vyučování. Stručně shrneme tyto informace a doplníme je dalšími:

Anketa zahrnula zprávy z těchto 22 států, resp. zemí: Austrálie, Belgie, Kanada (provincie B. Kolumbie, Ontario), Anglie, Francie, Finsko, Hongkong, Maďarsko, Irsko, Izrael, Pobřeží slonoviny, Japonsko, Lucembursko, Nizozemí, Nový Zéland, Nigérie, Skotsko, Švédsko, Špa-

nělsko, Thajsko a USA. Výzkum ukázal, že po celou dobu, kdy probíhaly intenzivní výzkumy modernizačních projektů, většina matematických témat se nezměnila v běžných třídách základních a středních škol. Jsou to zejména základy aritmetiky, řešení rovnic a nerovnic, úvod do geometrie, početní geometrie, které doznaly jen menší změny a některé též posun do nižší třídy. K tomuto stabilnímu základu se přidávala některá další témata, a to se značnou variabilitou, jak ukazuje tabulka (číslo udává počet zemí, kde se téma vyučuje).

Pravděpodobnost	20
Malice	19
Statistika	18
Kombinatorika	14
Teorie grup	13
Limita, spojitost	13
Počítače	11
Lin. programování	11
Vektorové prostory	10
Matem. logika	10
Algoritmy	9
Okruhy, tělesa	8
Topologie	6
Odhady, teorie chyb	5
Booleova algebra	4
Deskript. geometrie	4
Sférická geometrie	0
Neeuklid. geometrie	0

Ankety samozřejmě nemohou vytvořit úplný obraz o stavu modernizace; jednotný obraz vůbec nelze získat o zemích, kde nemají osnovy v našem smyslu. Výsledky ankety umožňují jen hrubou orientaci, ale i tak vypovídají dost, aby přiměly ke střízlivému hodnocení situace ve světě i doma.

Osnovy matematiky pro celou síť škol se tedy za posledních 20 let změnilo mnohem méně než předpovídali reformátoři na počátku 60. let ve svých prognózách. Naopak lze mluvit o stabilitě obsahu školské matematiky, což obráží značně kon-

zervativní „styl života“ ve školách celého světa. Nositelem změn ve výuce je učitel, na něm záleží, jak vyučuje témata tradiční i nová. Při posuzování výsledků ankety se právem upozorňovalo, že stav školské matematiky nelze hodnotit jen podle hesel osnov, která lze snadno změnit, ale podle skutečného průběhu výuky (mluvilo se o jen 50%ním plnění modernizačních záměrů vtělených do osnov).

Znovu jsme se tak dostali k rozhodující roli učitelů matematiky v procesu změn (reformou či modernizací) školské matematiky v uplynulých letech. Jak se na nich tedy projevil vliv tohoto období?

### Výsledky v širším smyslu slova

*Zaměříme se na faktory, které jsou výsledky modernizačního hnutí, silně ovlivňují školskou matematiku, ale nejsou patrné ze studia osnov či učebnic. Pro přehlednost je seskupíme do číslovaných odstavců:*

1. Prováděné změny, organizování a hodnocení experimentů přispěly k tomu, že ve většině zemí vznikly a zkušenostmi se vyzbrojily skupiny odborníků — specialistů pro školskou matematiku. Zahrnují didaktiky matematiky, pedagogy (odborníky na vyučovací metody) a psychology (zejména specialisty v teorii učení); někteří se uplatňují jako kvalifikované síly v četných výzkumných ústavech nebo ve školské správě, většina však působí přímo ve školách a podílí se na práci středisek pro další vzdělávání ostatních učitelů, resp. na přípravě budoucích učitelů. To je největší „kapitál“ pro další vývoj vyučování matematice, pro prohloubení a plnou realizaci přiměřených modernizačních změn v budoucnosti.

Místo několika málo didaktizujících vysokoškolských učitelů matematiky

(z doby před r. 1960) se vchovaly v každé zemi celé týmy didaktiků, mnohde úzce spolupracujících s obecnými pedagogy a psychology na otázkách školské matematiky, a samozřejmě též s matematiky — specialisty v různých oborech matematické vědy. Tyto týmy rozvíjejí nový vědní obor na pomezí matematiky a pedagogiky — didaktiku matematiky, teorii vyučování matematice (pedagogiku matematiky). Je na nich, aby syntetizovaly návrhy i kritické postoje specialistů, které mohou být a bývají poněkud jednostranné.

2. Zkušenosti získané po reformních či revolučních změnách přesvědčily většinu zúčastněných, že *je účelnější postupovat vpřed menšími a častějšími úpravami než jednou velkou reformou*. Radikální změna, které se osvědčí v experimentu omezeném na několik málo škol, naráží v ostatních běžných školách na nepřekonatelné obtíže a nepochopení. Při menších změnách se učitelé snadněji přizpůsobí a lépe pochopí jejich smysl a účel; půjde o stupňované změny podle potřeb a možností společnosti, pod kritickým dohledem veřejnosti.

3. Reformní úsilí mělo větší úspěch ve změnách obsahu než vyučovací metod, tím více však *vzrostlo poznání, jak důležité jsou vyučovací metody*, které umožní žákům získat kvalitní matematické vzdělání. Patrně už nikdy se nezapomene na ideál, že žáci se mají sami učit, sami zmocňovat matematických poznatků a metod, být aktivní v hodině matematiky. V rozporu dovedností (drilu) a porozumění se nyní všeobecně uznává, že dril bez porozumění je výchovně nežádoucí, ale také, že porozumění pojmu bez dovednosti s ním pracovat je bezcenné (a vlastně nedokonalé).

4. Zatímco v první fázi modernizačních změn byla pozornost upřena k matema-

ticky nadaným žákům středních všeobecně vzdělávacích škol, později se zájem přenesl na ostatní složky žákovské populace (školy základní, odborné). *Posílila se tendence dát řádné matematické vzdělání veškeré mládeži*, přitom každému jedinci podle jeho potřeb, zájmů a schopností.

5. *Modernizace školské matematiky se stala mezinárodním hnutím*, vznikly komise, kolektivy i instituce sdružující pracovníky mnoha zemí; pořádaly se a dodnes pořádají mezinárodní setkání, vycházejí časopisy věnované těmto otázkám atd. Odborníci se naučili provádět výzkumy, soustřeďovat a třídit výsledky, analyzovat je a hodnotit.

Bohužel musíme konstatovat, že naše didaktika se na této mezinárodní spolupráci podílela jen sporadicky, nepřispěla podle svých možností a nevytěžila všechno, co při plné účasti mohla získat. Asi se proto i mnoha lidem u nás zdá, že modernizace vyučování matematice „usnula“. Jiným důvodem je terminologická odlišnost: v zahraničí se slovo „modernizace“ ve vztahu k vyučování matematice téměř neuzivá, hovoří se o reformě, revoluci, obnově apod. To je dobře mít na paměti, abychom při kontaktu s cizinou neposuzovali situaci chybně. To se stalo jednomu našemu didaktikovi, který po návratu z mezinárodní konference prohlásil, že „modernizace je mrtva“, protože o ní během celého jednání nepadla zmínka. Na konferenci se řešily konkrétnější problémy, což je právě současná etapa vývoje modernizačního hnutí i jeho budoucnost.

#### Perspektivy modernizačního hnutí

Ze zkušeností získaných v uplynulých 25 letech vyplynula *důležitost dlouhé řady*

*konkrétních nedořešených problémů, například: aplikace matematiky, koordinace matematiky a přírodních věd, postavení a pojetí geometrie, základní učivo, kapesní počítače ve škole, řešení problémů, vytváření matematických modelů reality. O některých z nich teď postupně pojednáme, protože jsou nositeli modernizace v 80. letech, ne-li i 90. letech tohoto století.*

## Problém základního učiva

Již jsme se zmínili, že po počátečním zájmu o nadané studenty v nejvyšších ročnících středních škol se zájem modernizátorů postupně přenášel na nižší ročníky a na žáky průměrné. Vznikal problém, jak stanovit rozsah učiva tak, aby ho téměř všichni zdraví žáci mohli zvládnout a aby přitom získali matematické vzdělání odpovídající požadavkům praxe.

V různých státech řeší tuto otázku různě, ale pokaždé svým způsobem stanovují základní učivo pro daný typ školy. Protože docházka do střední školy ve většině zemí končí závěrečnou zkouškou, jejíž rozsah je autoritativně vymezen, určuje se tak vlastně ono základní učivo střední školy. (Někde je autoritativním orgánem ministerstvo, jinde zvláštní komise.) Vzhledem k důležitosti matematického vzdělání se zařazuje povinná zkouška z matematiky pro různé typy středních škol a diferencovaně se tak vymezuje jejich základní učivo z matematiky. Střední školy jsou kromě toho kontrolovány přijímacími zkouškami na vysokých školách, rozsah učiva pro tyto zkoušky je vymezen jednotlivými fakultami nebo určitými komisemi (v USA komise matematické společnosti, podobně v NSR). Také tyto požadavky ovlivňují práci učitelů středních škol a pří-

pravu studentů, dokreslují a upřesňují základní učivo.

Obdobná situace se vyvíjí v povinné základní škole, která se v některých státech též zakončuje závěrečnou zkouškou, častěji však působí přijímací zkoušky na střední školy. Soubor úloh pro tyto zkoušky zhruba vymezuje základní učivo; u nás plní tuto roli příručka F. Bělouna *Příprava žáků základní školy k přijímacím zkouškám z matematiky na školy druhého cyklu*, která je každoročně vydávána a doplňována. V některých zemích se pokoušejí stanovit základní učivo pro každý ročník zvlášť (např. v Nizozemí, skandinávských zemích); to je práce neobyčejně obtížná, zejména pokud jde o stanovení stupně rozvoje schopností.

Stanovení základního učiva má své *kladné stránky* v tom, že vymezí a odstraní učivo, které je pro všeobecné vzdělání příliš speciální, nedůležité nebo zastaralé. Zpřesní se cíle vyučování, tím se sjednotí vzdělávání na školách stejného typu, zvýší se efektivnost výuky. Učitelé poznají a pochopí cíle, budou vědět, kam mají žáky dovést a promyslí způsoby, jak toho dosáhnout. Jasně vymezené cíle se stanoví tak, aby odpovídaly možnostem žáků, učitelů i organizace práce ve škole a aby byly skutečně dosažitelné.

Stanovení základního učiva má své *záporné stránky*; představuje nebezpečí, že z minima se stane maximum (v očích učitelů a žáků), že krátkodobé cíle ovládnou výuku na úkor dlouhodobých, že výuku ovládne nácvik snadno kontrolovatelných dovedností na úkor rozvíjení schopností řešit složitější problémy.

Zkušenosti z řady zemí ukazují, že pozitivní efekt vymezení základního učiva není tak velký, jak propagátoři očekávají, ale ani negativní dopad není tak výrazný, jak se obávají odpůrci. Bezpečné je v pří-

padě, že je stanoveno příliš nízko; svou roli sehrává v případech, kdy aspoň 60% žáků splní všechny požadavky v něm zahrnuté. Problematické je, jak kontrolovat, zda žák splnil všechny požadavky; opět se snadněji kontrolují dovednosti než porozumění a stupeň rozvoje schopností.

U nás v předcházejících reformách vykonali v tomto směru záslužnou práci pedagogové O. Chlup a B. Kujal, kteří zabráňovali celkovému přetěžování žáků. Zdá se, že v současné době nám chybí pedagogická autorita, která by držela v rozumných mezích a proporcích požadavky didaktiků jednotlivých předmětů. V dané etapě by stanovení základního učiva mohlo být přínosem.

## Aplikace matematiky

Jde o jeden z nejživěji diskutovaných problémů modernizace školské matematiky v 80. letech. Protože se o něm diskutovalo již na počátku 60. let, je zřejmé, že problém nebyl zcela uspokojivě dořešen. V první části článku jsme stručně informovali o samostatném britském přístupu k modernizaci, který vedl k některým projektům s přemírou aplikací na úkor logického systému matematiky [18]. Zamýšlení nad užitečností vyučované matematiky (Utrecht, 1967) vedlo k tezi, že je *třeba vyučovat matematice, která se dá aplikovat, ne však aplikované matematice*. Přísliby, že budou zpracovány sbírky příkladů s aplikačním zaměřením, se začaly plnit až ve druhé polovině 70. let; zatím však mají tyto sbírky charakter publikací pro učitele, jejich obsah není „zpracováván“ do učebnic. Toho musí dosáhnout modernizátorská činnost v nastávajícím desetiletí. (Na stránkách Pokroků proběhla diskuse o užitečnosti školské matema-

tiky vyvolaná článkem A. Sivošové v r. 1980, č. 3 a 4; k tématu se vrátil J. Vyšín v r. 1981, č. 5. O vztahu tzv. čisté a aplikované matematiky publikovaly Pokroky v r. 1981 řadu diskusních článků sovětských autorů.)

Tzv. tradiční školské slovní úlohy bývají matematicky chudé, obsahem neživé a tím nezajímavé. V učebnicích se řadí za tematické celky, takže žák už předem ví, kterým matematickým aparátem se mají řešit. Tento způsob nácviků dovedností nelze podceňovat, ale má jen omezené možnosti, nepřispívá k rozvíjení schopnosti řešit problémy z různých oblastí lidské činnosti.

*Moderní přístup* by měl záležet v tom, že žák za pomoci učitele zformuluje na základě slovně popsané situace matematický problém, hledá metodu a techniku, kterou lze tento problém vyřešit, nakonec ověřuje, zda a jak přesně výsledek odpovídá původní situaci. Žák musí mobilizovat své síly, postupně se stávat soběstačnějším, méně závislým na pomoci učitele. Vztah mezi matematikou a aplikacemi má být oboustranný; většinou sice žák zná nebo rychle určí úsek matematiky, do kterého přeloží daný praktický problém, ale občas se mu může předložit problém, ke kterému teprve bude hledat vhodnou matematiku. To ovšem vyžaduje koordinaci látky v příbuzných vyučovacích předmětech a spolupráci učitelů těchto předmětů [19].

Řešení úloh a problémů s větším zřetelem k aplikacím se stává jedním z hlavních úkolů modernizace v 80. letech a asi i v dalších letech. Obecnější přístup k aplikacím vede k *vytváření matematických modelů reálných problémů*, a to žáky naučit je smyslem celé výuky matematiky ve školách, jakož i mírou efektivnosti školské výuky. Jde o složitou duševní činnost, která vyžaduje, aby student uměl a dále



se učil shromažďovat, třídit, interpretovat fakta, abstrahovat a zobecňovat, pracovat indukcí i dedukcí, odhadovat a experimentovat, objevovat podrobnosti a závislosti, střídát pracovní metody, zkoušet netradiční postupy.

Mezinárodní pracovní skupina vedená T. J. Fletcherem zpracovala v r. 1980 dokument věnovaný aplikacím ve výuce matematiky; upozornila na *potřebu částečně změnit pojem školská matematika*. Neměla by to už být jen tzv. čistá matematika, ale měla by obsahovat i určité množství aplikací v podobě slovních úloh z jiných vědních oborů a oblastí lidské činnosti (včetně nutných pojmů z těchto oborů a oblastí). Názor, že ve školské matematice má být jen matematika a že aplikace si mají dělat ostatní předměty, se považuje za nesprávný. Zdůrazňování aplikací nesmí vést k tomu, že by se porušila logická stavba matematiky a školská matematika by se rozpadla na „chomáče“ aplikací. Stále musí hrát hlavní úlohu to, že žák má porozumět matematickým pojmům a teoriím; jejich aplikační využívání má napomáhat plnějšimu porozumění. Matematické teorie se mají podávat nejen formálně — syntakticky, ale také významově — sémanticky.

Jak ukázal i poslední Mezinárodní kongres o vyučování matematice ICME IV v r. 1980, spatřuje se budoucnost reformy vyučování matematice v naplnění hesla:

*Ústředním bodem vyučování matematice je třeba učinit řešení úloh (problémů).*

V článku [20] je tato tendence doložena podrobněji; je pozoruhodné, že snaha o modernizaci se projevuje v záběru tematiky těchto úloh do nových oborů, které jsou označeny jako „důležité, vyučovatelné a rozsáhle aplikovatelné“. Jde přede-

vším o operační výzkum, optimalizaci (bez derivací), kombinatoriku, teorii kódování, teorii algoritmů.

Zařazování aplikací, řešení úloh a problémů, modelování situací bude narážet na některé překážky, protože učitelé na ně nejsou připraveni. Obtížím s tím spojeným bychom u nás mohli čelit například tak, že bychom už teď v osnovách a učebnicích vyhradili místo pro tzv. souhrnná opakování, kam bychom promyšleně zařazovali problémy z různých oborů lidské činnosti, které volně navazují na větší celky učiva. Náročnost úloh je třeba odstupňovat podle vyspělosti žáků, nemělo by jít o úlohy „na to a to“, ale spíše o komplexní úlohy, které nutí hledat prostředky k řešení. Učitelé by si tak postupně zvykali na tuto žádoucí modernizaci výuky.

## Kapesní počítače na škole

V 70. letech se užívání těchto počítačů značně rozšířilo v praxi i ve školách. Pro didaktiku matematiky tak vznikly závažné otázky, které se začaly řešit, ale jejich zkoumání bude pokračovat. Předpovědi o prudké změně vyučování matematice [21] se ukázaly jako unáhlené, ale *obsah matematického učiva se vlivem kalkulátorů zvolna mění*, těžiště se přesouvá z algebry na analýzu (posloupnosti, řady, funkce), dostupnými se stávají i témata ze statistiky, která vyžadují rozsáhlé výpočty.

Zvláštní pozornost se věnuje tomu, jak kapesní počítače ovlivňují aritmetické dovednosti žáků. Ukazuje se, že obavy, že se žáci vůbec nenaučí počítat, jsou zbytečné; rozsah aritmetických dovedností se přirozeně omezuje na rozumnou míru, např. v dělení vícecifernými čísly, odmocňování. *Učitelé i žáci brzy poznávají, že kapesní počítač je jen nástroj, který počítá, ale ne-*

řeší úlohy, jež mají matematické jádro. Žák musí sám promyslet postup výpočtu a tak se dostane k tomu, co je na úloze nejcennější. To je patrně jeden z důvodů, proč slabší učitelé, kteří přeceňují početní dril, se počítačů bojí, protože je připraví o to, na čem si zakládají, a odhalí prázdnotu v jejich matematickém uvažování.

Mezinárodní komise, kterou vedl U. D'Ambrosio, shrnula na základě ankety v r. 1980 zkušenosti, že kapesní počítače nezůstávají jen pomůckou k aritmetickým operacím, ale významně pomáhají při studiu funkcí (složených, inverzních, periodických). Doporučuje se zařadit do vyšších tříd základní školy kalkulátory se čtyřmi základními úkony, do středních škol kalkulátory s goniometrickými funkcemi. (S programovatelnými kapesními kalkulátory se má pracovat až na vysokých školách.)

Vzhledem k tomu, že změny ve výuce způsobené kapesními kalkulátory jsou pomalé, zůstává čas na přípravu učitelů k účelné práci s nimi. Nicméně se využívání kalkulátorů řadí právem mezi perspektivy modernizace vyučování matematice v 80. letech ve všech školách, zatímco výuka orientovaná na velké počítače je a bude spíše záležitostí speciálních tříd či škol. Na řadu otázek, které vyvolává zavádění kalkulátorů do vyučování v základní škole, dává odpověď článek [22].

## Postavení geometrie

V první části článku jsme naznačili okolnosti, které přispěly k tomu, že bourbavá koncept modernizace vytlačovala geometrii vůbec a syntetickou zvláště z učiva škol. Poznamenali jsme také, jak akrobatické konstrukce měly zastoupit geo-

metrické učivo jeho algebraickou strukturní „kostrou“. V [17] je podrobněji popsán osud eukleidovské geometrie v období rozmachu modernizačního hnutí; článek [23] je navíc zaměřen na období kritiky tohoto hnutí a obsahuje argumenty obránců geometrie.

Je nesporné, že rozvíjení geometrické představivosti, přiměřených konstrukčních dovedností a také znalostí o útvarech je v druhé polovině 70. let uznáváno za cennou a nepomíjitelnou složku matematického vzdělání. Upouštění od algebraického strukturalismu umožňuje renesanci geometrické složky výuky; přitom se kursy geometrie osvobozují od deduktivního pojetí a pokusně se ověřuje aplikační přístup spojený s problémovým vyučováním. Zdá se, že 80. léta budou obdobím, ve kterém se volnějším tempem dospěje k přijatelně modernizované výuce geometrie.

## Závěr

Prošli jsme 25 lety vývoje modernizačního hnutí, které chtělo dát školské matematice nový obsah, nové aplikace, nové vyučovací metody, novou vyučovací i výpočetní techniku. V překotném vývoji se objevilo *nejvíce* „výbojů“ na poli obsahu, kde se nakupilo tolik nového, že se výuka až přesytila; *ve všech zemích se od poloviny 70. let redukuje nové učivo*, zejména ve školách nevýběrových určených pro celou populaci. To je vcelku přirozený vývoj, žádné neštěstí, pokud se postupuje uvážlivě.

*Nedotažené zůstaly snahy o zařazení moderních aplikací do školské matematiky, zde se očekává pokrok v 80. letech.*

Nové vyučovací metody byly po řadu let jednostranně zaměřeny na vyučovací techniku (vyučovací stroje, televizi, film)

a programované učení, tedy vesměs na metody, které chtěly eliminovat učitele, resp. omezit jeho roli na jakousi režii střídání zmíněných prostředků k sebevzdělávání žáka. Po krátkodobé konjunktuře těchto snah se ukázalo, že žáci tak mohou skutečně efektivně pracovat jen po krátkou dobu, delší práce je málo účinná, unavuje a ubíjí zájem. Přitom se hodí tyto metody především pro učivo algoritmické povahy, méně či vůbec ne pro osvojování pojmů. Ztráta iluzí o záračnosti těchto metod vedla k jejich opuštění; v omezené míře se využívá jejich analýza učiva.

*Ideálem pro 80. léta zůstávají vyučovací a učební metody, které aktivizují jednotlivé žáky, jejich skupiny i celé třídy. Různé formy problémového vyučování, silný důraz na motivační roli zajímavých úloh (včetně historicky významných úloh) slibují v tomto směru určitý pokrok. Rozhodně je třeba čelit pohodlnickým tendencím k drilovému způsobu výuky.*

Doufejme, že v klidnější atmosféře pozvolných změn se dosáhne všech žádoucích cílů modernizačního hnutí.

## Literatura

- [1] JELÍNEK, M.: *Modernizace vyučování matematice*. Matematika ve škole, roč. XII, č. 8.
- [2] JELÍNEK, M.: *Nové pohledy na teorii učení a jejich důsledky pro vyučování matematice*. Matematika ve škole, roč. XII, č. 9.
- [3] JELÍNEK, M.: *Snahy o zkvalitnění matematického vyučování v SSSR, v NDR a u nás*. Matematika ve škole, roč. XII, č. 10.
- [4] ŠEDIVÝ, J.: *K třiceti letům CIEAEM*. Matematika a fyzika ve škole, roč. 11, č. 2.
- [5] PIAGET, J.: *L'enseignement des mathématiques*. Neuchâtel, Paris 1955 (spoluautoři: E. W. BETH, J. DIEUDONNÉ, A. LICHTNEROWICZ, G. CHOQUET, C. GATTEGNO).
- [6] VOGELLI, B.: *The Rise and Fall of the „New*

- Math“*. Columbia University Press, 1975.
- [7] FLETCHER, T. J.: *Aplikovaná matematika v anglických školách*. PMFA, roč. XXV (1980), č. 4.
- [8] VYŠÍN, J.: *Budapeštské mezinárodní sympodium o vyučování matematice na středních školách*. Matematika ve škole, roč. XIII, č. 7 a 8.
- [9] JELÍNEK, M.: *O modernizačních snahách v matematickém vyučování v cizině*. Matematika ve škole, roč. XV, č. 7, 8.
- [10] CALAME, A.: *Mathématiques modernes I*. Griffon, Neuchâtel, 1965.
- [11] ZAPLETAL, F.: *O práci francouzských ústavů IREM*. PMFA, roč. XXII (1977), č. 6.
- [12] HILTON, P.: *Co je moderní matematika*. PMFA XXII (1977), č. 3.
- [13] JELÍNEK, M.: *Reformy školské matematiky v USA v období 1960–80*. Matematika a fyzika ve škole, roč. 12, č. 5 a 6.
- [14] ŠEDIVÝ, J.: *Poznámka k článkům P. Hiltona*. PMFA, roč. XXII (1977), č. 6.
- [15] PONTRJAGIN, L. S.: *O matematice a kvalitě její výuky*. PMFA, roč. XXVI (1981), č. 4.
- [16] KLINE, M.: *Why Johnny can't add*. St. Martin's Press, 1973.
- [17] ŠEDIVÝ, J.: *Mezinárodní hodnocení výsledků modernizačního hnutí*. Matematika a fyzika ve škole, roč. 12, č. 9.
- [18] KUSSOVÁ, B.: *Aplikace matematiky ve vyučování na anglických školách*. Matematika a fyzika ve škole, roč. 11, č. 6.
- [19] *Co-operation between Science Teachers and Mathematics Teachers*. IDM Bielefeld 1979.
- [20] ŠEDIVÝ, J.: *Problémy diskutované na ICME IV*. PMFA, roč. XXVII (1982), č. 3.
- [21] JACOBSEN, E. C.: *Kapesní kalkulátor — některé důsledky pro školy*. PMFA, roč. XXVI (1981), č. 1.
- [22] KVĚTOŇ, P.: *Užití minikalkulátorů ve vyučování matematice na základní škole*. Matematika a fyzika ve škole, roč. 12, č. 4 a 5.
- [23] KUŘINA, F.: *Modernizace vyučování matematice a geometrie*. Matematika a fyzika ve škole, roč. 12, č. 8.

(Kromě zde citovaných článků obsahuje 12. ročník časopisu Matematika a fyzika ve škole řadu dalších, které informují o průběhu a výsledcích modernizačního hnutí v různých zemích.)

Pozn. red.: *Viz též 3. str. obálky.*